

**УКРАЇНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ЗАЛІЗНИЧНОГО ТРАНСПОРТУ**

БУДІВЕЛЬНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра нарисної геометрії та комп'ютерної графіки

ПОВЕРХНІ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання завдання

з дисципліни

«НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ»

Харків 2016

Методичні вказівки розглянуто та рекомендовано до друку на засіданні кафедри
нарисної геометрії та комп'ютерної графіки 10 березня 2016 року, протокол № 6.

Методичні вказівки рекомендуються для студентів усіх факультетів усіх форм
навчання.

Укладачі:

доценти В.В. Семенова-Куліш,
Д.Ю. Бородин,
інж. I кат. З.І. Кудіна

Рецензент

доц. Є.В. Романович

ВСТУП

Поверхні є найбільш складними і різноманітними геометричними об'єктами тривимірного простору. Це і найпростіша, елементарна геометрична поверхня – площа, і найскладніша, що не піддається математичному опису.

Поверхня – це безліч послідовних положень деякої лінії, що безперервно переміщується за певним законом в просторі (*кінематичний спосіб* задання). Отже, будь-яку поверхню можна подати як переміщення лінії по інших лініях. Лінія, що рухається у просторі, називається *твірною*. Твірна може бути прямою й кривою, постійного або змінного вигляду. Лінія, по якій переміщується твірна, називається *напрямною*. Сукупність послідовних положень твірних і напрямних створює *каркас поверхні*. Таким чином, для кожної поверхні необхідно знати деяку сукупність вихідних даних, що однозначно її визначають: форма твірної, форма напрямної, закон переміщення твірної.

Із усього різноманіття поверхонь у курсі розглядаються найбільш розповсюджені: гранні й поверхні обертання.

ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ

1 Точка належить поверхні, якщо вона належить будь-якій лінії цієї поверхні (наприклад, прямій лінії або колу).

2 Лінія належить поверхні, якщо вона проходить через відповідні точки цієї поверхні. Точок має бути достатньо для побудови проєкцій даної лінії.

3 Перерізи багатогранників площинами – це багатокутники, вершини яких утворюються як точки перетину ребер багатогранника і січної площини.

4 Перерізи тіл обертання площинами – це фігури, що обмежені плавними кривими лініями.

5 Усі точки, що розташовані в основах поверхонь (призма, піраміда, циліндр, конус), які належать площині Π_1 або паралельні їй у площинах проєкцій Π_2 і Π_3 , вважаються умовно видимими.

1 ГРАННІ ПОВЕРХНІ

Гранні поверхні утворюються переміщенням прямолінійної твірної по ламаній напрямній. Багатогранник – це кінцева частина простору, що обмежена відсіками площин, які перетинаються. Відсіки площин називаються *гранями*, а лінії їх перетину – *ребрами*. Ребра перетинаються в точках – *вершинах*. З усього різноманіття багатогранників найбільший практичний інтерес становлять призми і піраміди.

1.1 Призма

Призматична поверхня (замкнена) утворюється, якщо твірна (пряма лінія) переміщується по довільній напрямній ламаній так, що окремі її положення залишаються паралельними між собою. *Призмою* називається багатогранник, утворений перетином призматичної поверхні двома паралельними площинами.

Призма – це багатогранник, основами якого є багатокутники, що лежать в паралельних площинах, а бічна поверхня утворена паралелограмами. Якщо в основі призми лежить правильний багатокутник, то така призма називається *правильною*. Призма називається *прямою*, якщо бокові ребра її перпендикулярні до основи, і *похилою*, якщо ця умова не виконується.

На рисунку 1.1 наведено приклади різних призм.

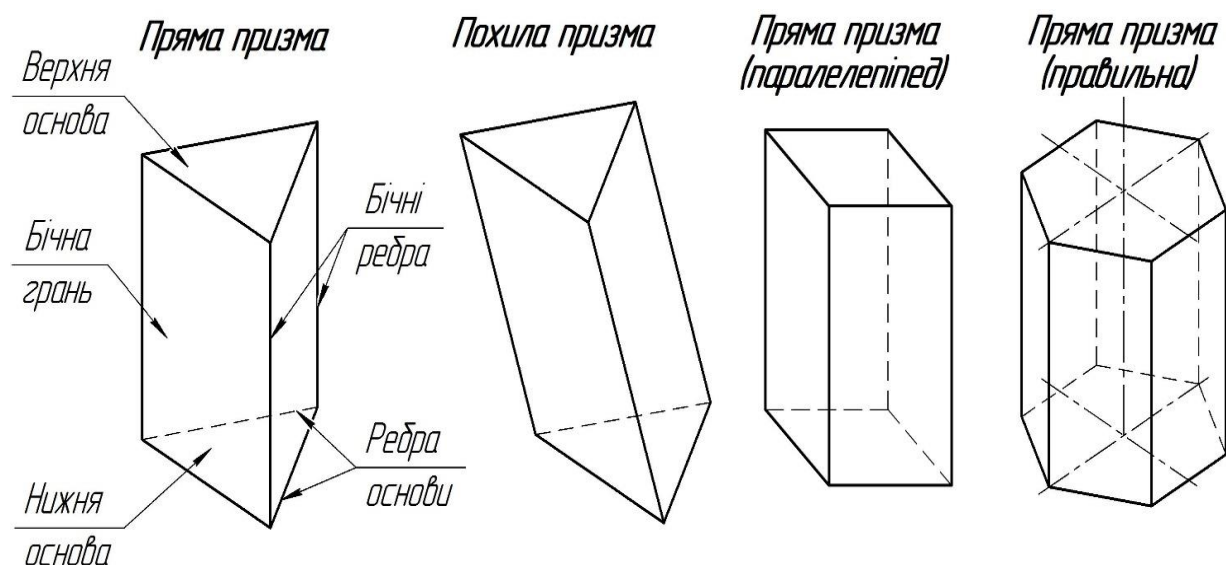
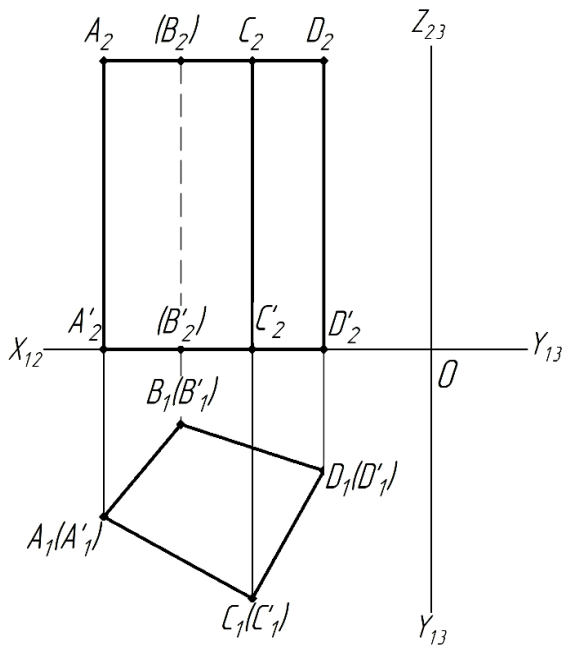


Рисунок 1.1

Приклад 1.1 Розглянемо пряму чотиригранну призму



(рисунок 1.2). Це проєкціувальна поверхня. Вона задана двома проєкціями – горизонтальною і фронтальною. Нижня основа призми $A'B'C'D'$ лежить у площині проєкцій Π_1 , а верхня основа $ABCD$ розташована паралельно площині проєкцій Π_1 . Бічні ребра призми AA' , BB' , CC' , DD' перпендикулярні до Π_1 і проєкціюються на неї у вигляді точок. Бічні грані на Π_1 проєкціюються у відрізки прямих, що збігаються із відповідними сторонами основи.

Рисунок 1.2

Для побудови профільної проєкції призми (рисунок 1.3) необхідно провести горизонтальну лінію зв'язку по висоті призми, а потім відкласти від осі Z_{23} координату Y кожної вершини верхньої і нижньої основи – u_A , u_B , u_C , u_D і з'єднати їх попарно.

Горизонтальна проєкція призми – це зображення призми, яке отримане у напрямку променів зору за стрілкою $\downarrow \Pi_1$ (рисунок 1.3). Тому на площині Π_1 видимою буде лише верхня основа призми. Стрілка $\uparrow \Pi_2$ указує напрям променів зору при побудові фронтальної проєкції, тому на цій проєкції будуть видимі грані $A'ACC'$ і $C'CDD'$, а грані $A'ABB'$ і $B'BDD'$ – невидимі. На профільній площині проєкцій (напрямок зору $\rightarrow \Pi_3$) видимими будуть бічні грані $B'BA A'$ і $A'ACC'$, а невидимими – $B'BDD'$ і $D'DCC'$.

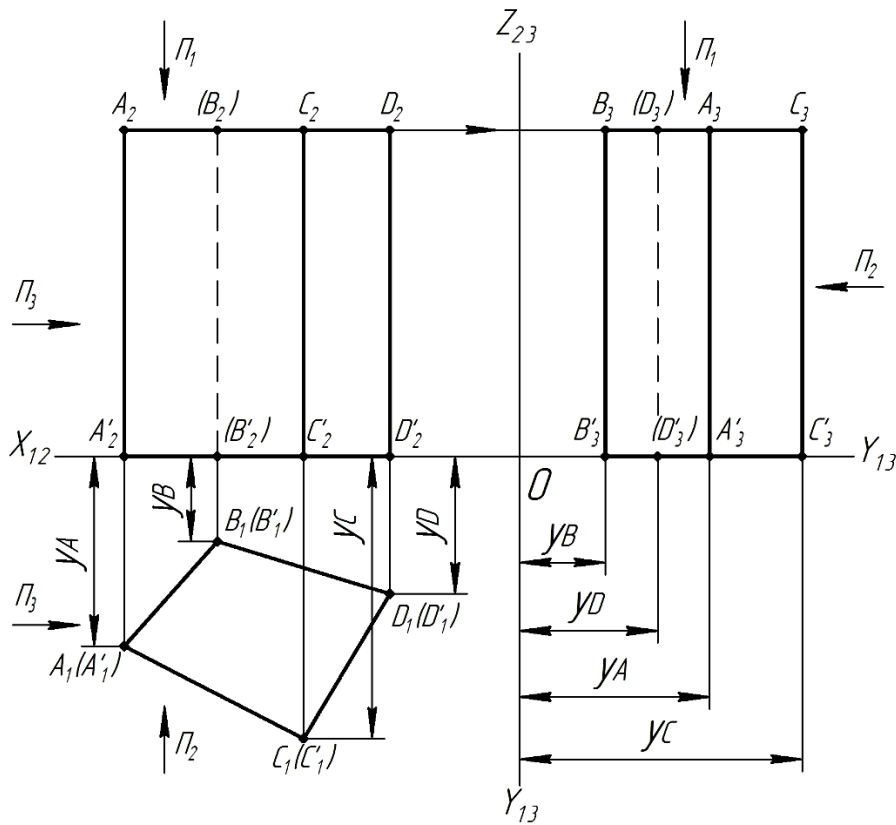


Рисунок 1.3

1.1.1 Точки на поверхні призми

У даному прикладі бічна поверхня призми обмежена горизонтально-проекціювальними площинами. Побудова проєкцій точок на такій поверхні виконується координатним методом за допомогою ліній зв'язку та законів проєкційного зв'язку.

Розглянемо побудову проєкцій точок F, G і K на призмі (рисунок 1.4). Точки F і G розташовані на бічній поверхні призми, а точка K – на верхній основі.

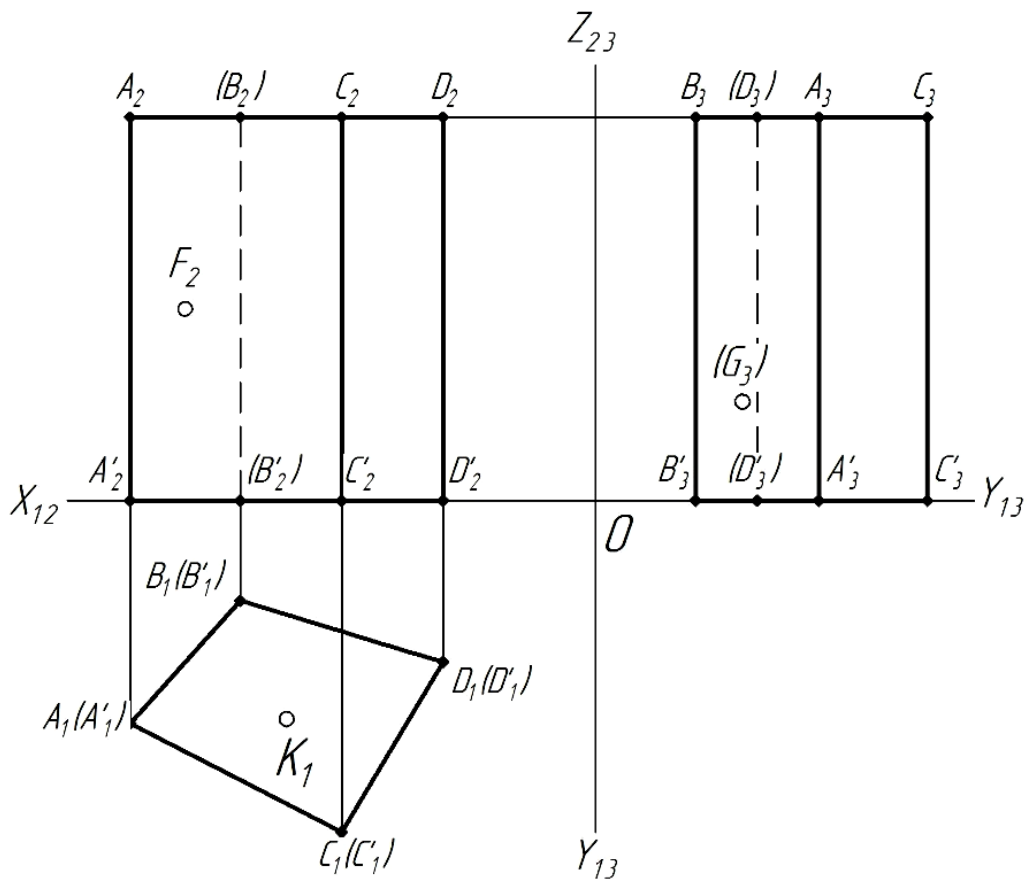


Рисунок 1.4

Побудова проєкцій точки F . Дано: F_2 . Побудувати: F_1, F_3 .

Точка F (рисунок 1.5), що задана видимою фронтальною проєкцією F_2 , належить бічній грані $A'ACC'$. За вертикальною лінією зв'язку F_2F_1 визначаємо горизонтальну проєкцію F_1 , яка буде розташована на відрізку $A_1(A'_1)C_1(C'_1)$, що є горизонтальною проєкцією грані $A'ACC'$ і буде видимою. За горизонтальною лінією зв'язку F_2F_3 з урахуванням координати u_F визначаємо положення профільної проєкції F_3 , яка буде видимою.

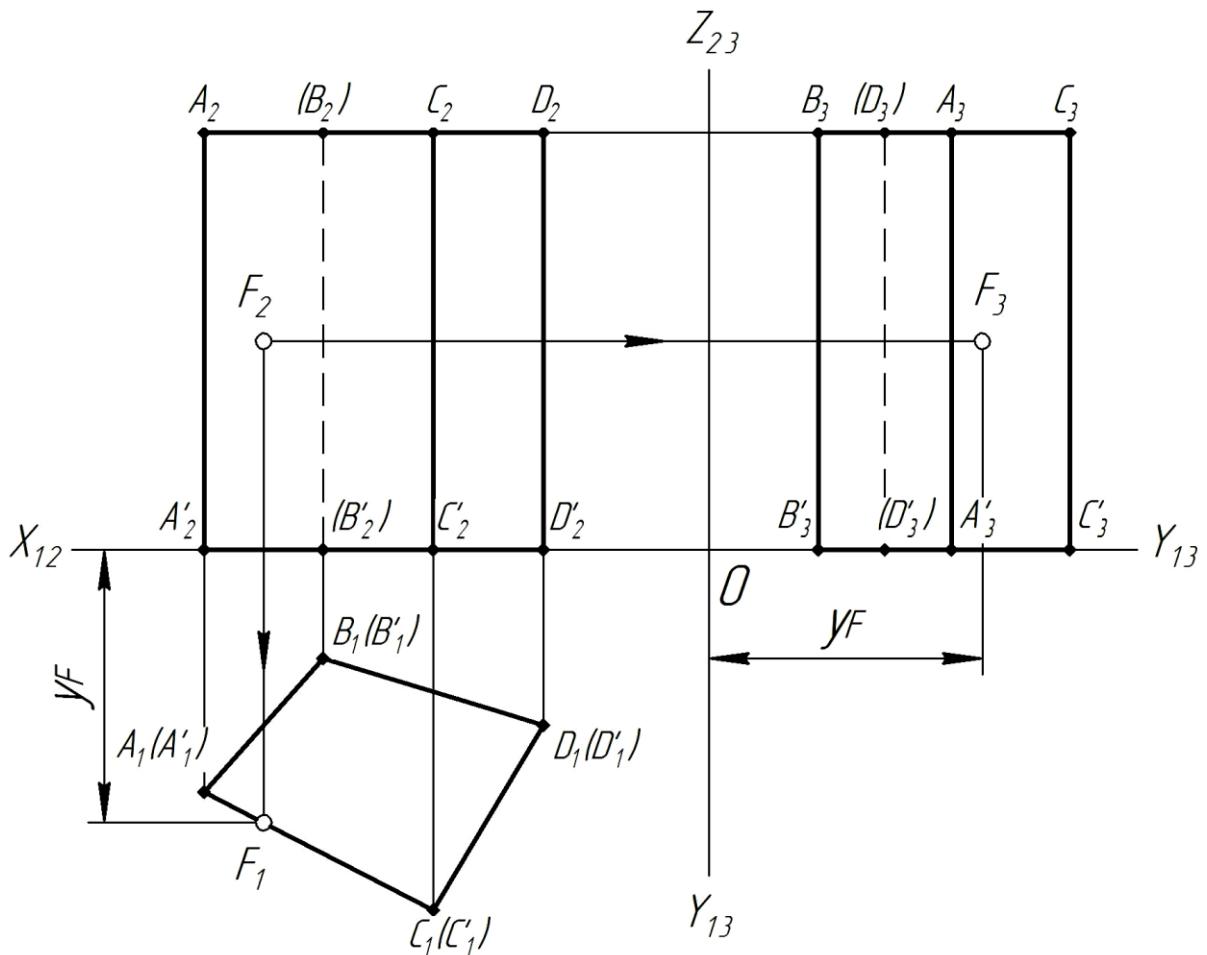


Рисунок 1.5

Побудова проєкцій точки G. Дано: G_3 . Побудувати: G_1, G_2 .

Точка G (рисунок 1.6), що задана невидимою профільною проєкцією G_3 , належить бічній грані $B'DD'$. З урахуванням координати y_G визначаємо положення горизонтальної проєкції G_1 , яка розташована на відрізку $B(B')D_1(D'_1)$, що є горизонтальною проєкцією грані $B'DD'$ і буде видимою. На перетині вертикальної G_1G_2 і горизонтальної G_3G_2 ліній зв'язку визначаємо фронтальну проєкцію G_2 , яка буде невидимою.

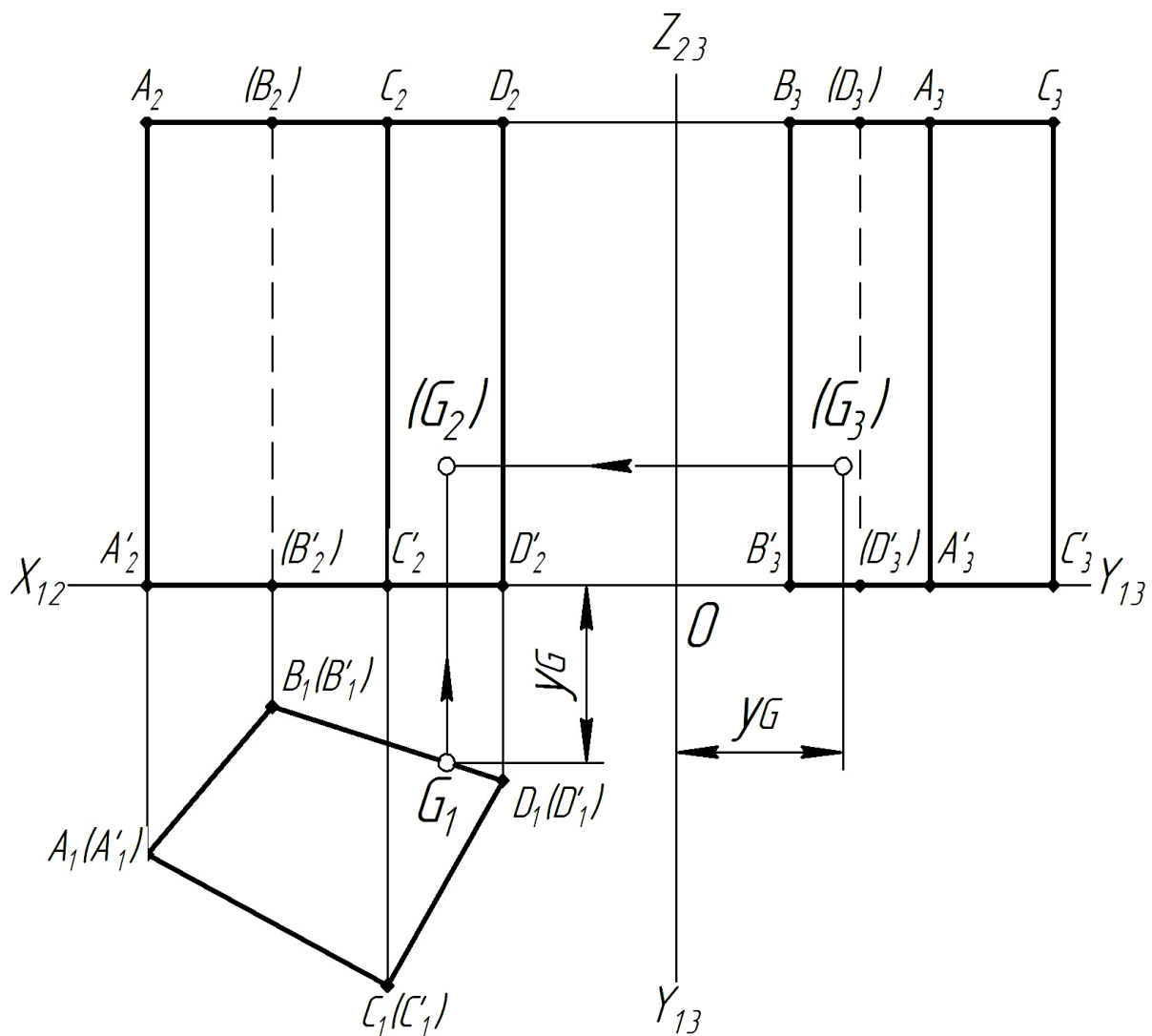


Рисунок 1.6

Побудова проєкцій точки K . Дано: K_1 . Побудувати: K_2, K_3 .

Точка K (рисунок 1.7), що задана видимою горизонтальною проєкцією K_1 , належить верхній основі призми $ABDC$.

За вертикальною лінією зв'язку K_1K_2 визначаємо фронтальну проєкцію K_2 , яка буде розташована на відрізку $A_2B_2C_2D_2$, що є фронтальною проєкцією верхньої основи призми і буде видимою.

З урахуванням координати u_K визначаємо положення профільної проєкції K_3 , яка буде видимою.

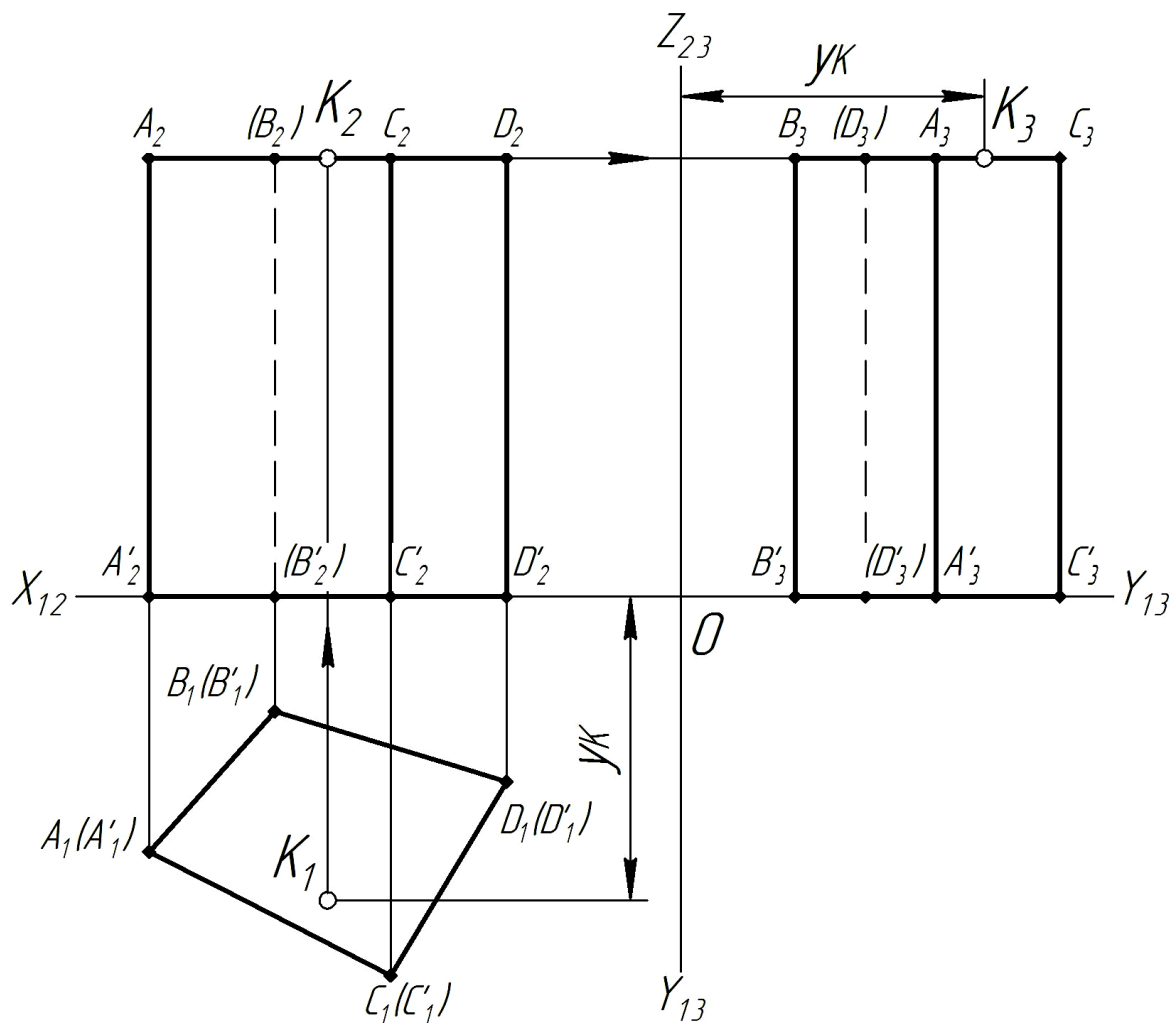


Рисунок 1.7

1.1.2 Переріз призми

На рисунку 1.8 показано побудову перерізу призми січною фронтально-проекціювальною площиною Σ . У перерізі отримуємо п'ятикутник 12543.

Фронтальна проекція перерізу збігається з фронтальним слідом Σ_2 січної площини Σ .

Спочатку визначають фронтальні проекції точок перетину ребер призми зі слідом площини Σ_2 – 1_2 , 2_2 , 3_2 , 4_2 і 5_2 . Точка 1 належить ребру AA' , точка 2 – ребру BB' , точка 3 – ребру CC' , точка 4 – ребру CD , точка 5 – ребру BD .

Потім проекції цих точок будують на відповідних проекціях ребер на горизонтальній і профільній проекціях призми. Проекції точок з'єднуються відрізками з урахуванням видимості.

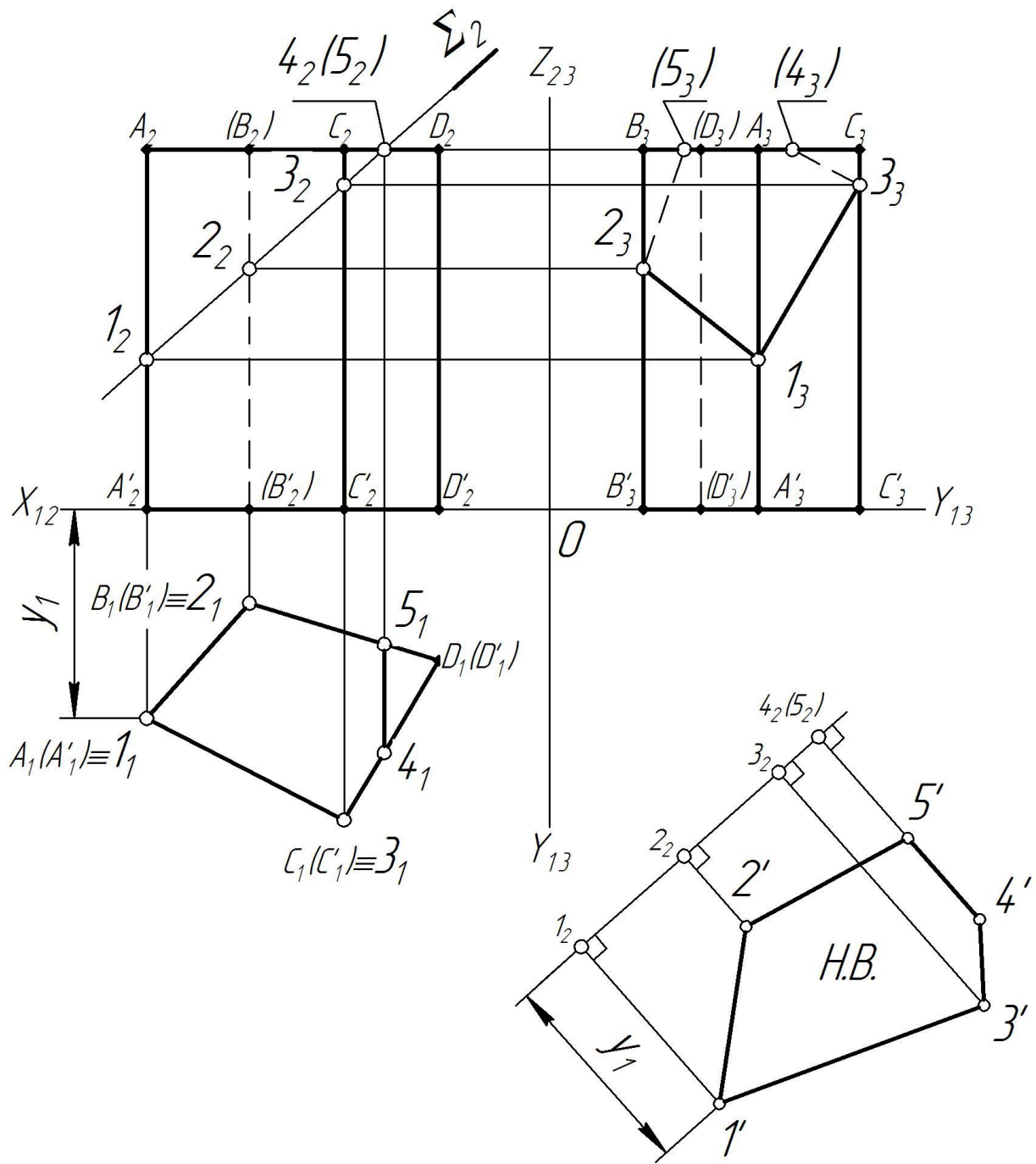


Рисунок 1.8

Натуральну величину перерізу призми визначаємо методом заміни площин проекцій. На осі, розташованій паралельно сліду Σ_2 (на вільному місці кресленика), відкладаємо проекції точок $1_2, 2_2, 3_2, 4_2$ і 5_2 зі збереженням відстані між ними, яка виміряна в площині Π_2 . Від цих точок проводимо перпендикуляри, на яких відкладаємо відстані від горизонтальних проекцій точок $1_1, 2_1, 3_1, 4_1$ і 5_1 до осі X_{12} (це Y координати), які виміряні в площині Π_1 .

Точки 1', 2', 3', 4', 5' з'єднуємо відрізками і отримуємо натуральну величину перерізу.

1.2 Піраміда

Пірамідальна поверхня, або багатогранний кут, виходить, якщо твірна, що проходить через постійну точку, переміщується по замкненій ламаній. Якщо пірамідальну поверхню перерізати площиною, то отримують *піраміду*.

Піраміда – це багатогранник, основою якого служить багатокутник, а бічна поверхня утворена трикутниками, що мають спільну вершину, яка є *вершиною піраміди*. Піраміда є поверхнею загального положення (рисунок 1.9).

Піраміда називається *правильною*, якщо її основою є правильний багатогранник і вісь проходить через центр основи. Бічні грані правильної піраміди – рівнобедрені трикутники.

Якщо піраміду розікти площиною, яка паралельна до основи, то виходить *зрізана піраміда*. Сторони верхньої і нижньої основи зрізаної піраміди паралельні між собою.

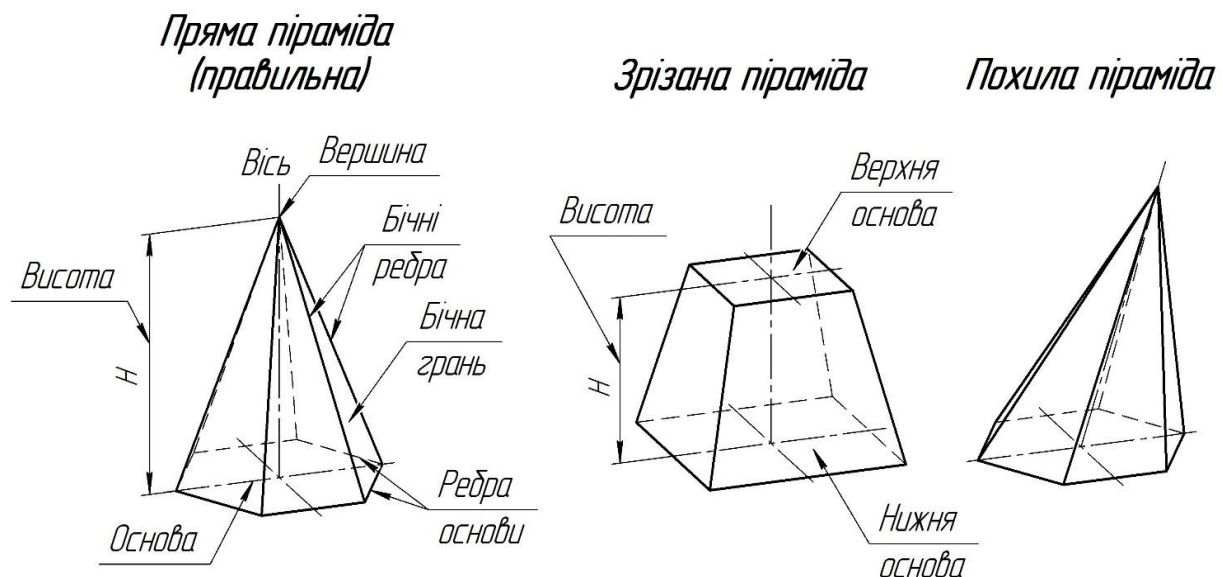


Рисунок 1.9

Приклад 1.2 Розглянемо тригранну піраміду (рисунок 1.10). Це поверхня загального положення. Вона задана двома проєкціями – горизонтальною і фронтальною. Горизонтальна

проекція піраміди – це трикутник $A_1B_1C_1$, який дорівнює основі піраміди з проекціями бічних ребер A_1S_1 , B_1S_1 , C_1S_1 .

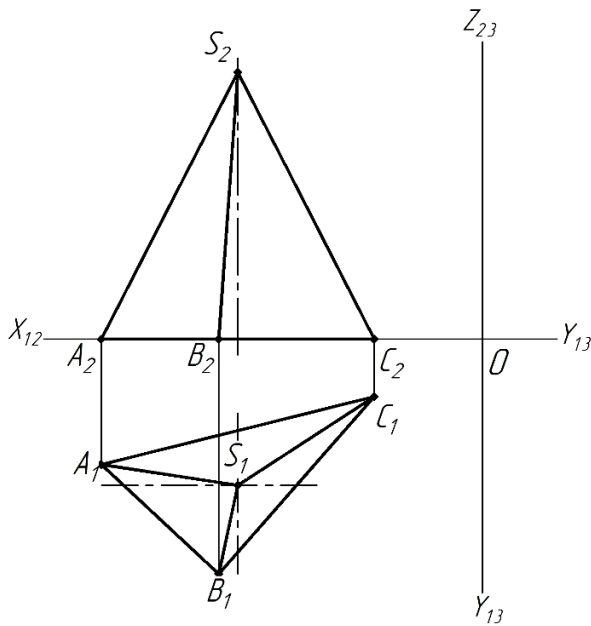


Рисунок 1.10

Фронтальна проекція піраміди – це трикутник $A_2S_2C_2$ з проекцією бічного ребра S_2B_2 . Для побудови профільної проекції піраміди необхідно провести горизонтальну лінію зв'язку по висоті піраміди S_2S_3 , а потім відкласти від осі Z_{23} координату Y кожної вершини основи – y_A , y_B , y_C і вершини піраміди – y_S , а потім з'єднати попарно проекції цих точок (рисунок 1.11). Отриманий трикутник $C_3S_3B_3$ з проекцією бічного ребра S_3A_3 – профільна проекція піраміди.

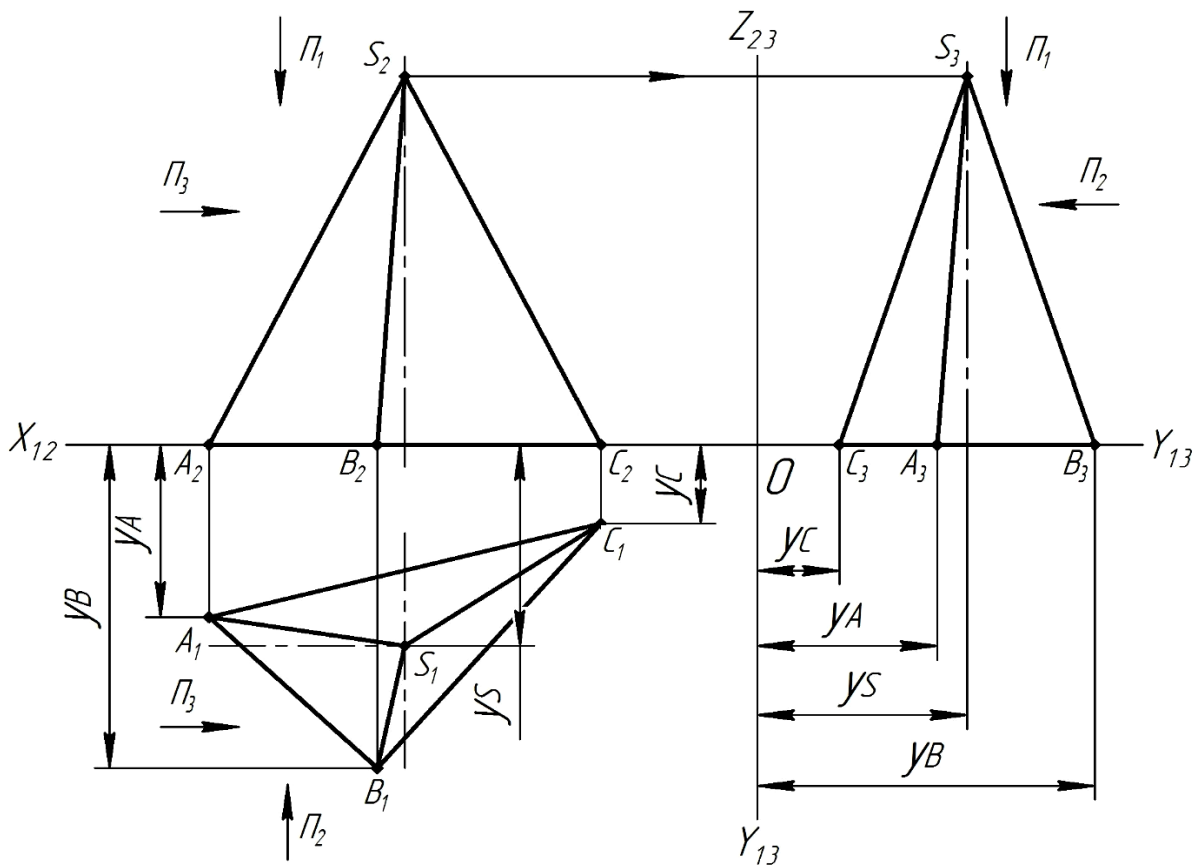


Рисунок 1.11

На площині проєкцій Π_1 будуть видимими всі бічні грані – ASB , ASC і BSC , а основа ABC буде невидимою. На площині проєкцій Π_2 бічні грані ASB і BSC – видимі, а грань ASC – невидима. На площині проєкцій Π_3 бічні грані ASB і ASC – видимі, а грань BSC – невидима.

1.2.1 Точки на поверхні піраміди

Проєкції точок на поверхнях загального положення будуються за допомогою допоміжної прямої або допоміжної січної площини.

Розглянемо побудову проєкцій точок F , G , N і K на піраміді (рисунок 1.12). Точки F , G і N розташовані на бічній поверхні піраміди, точка K – в основі піраміди.

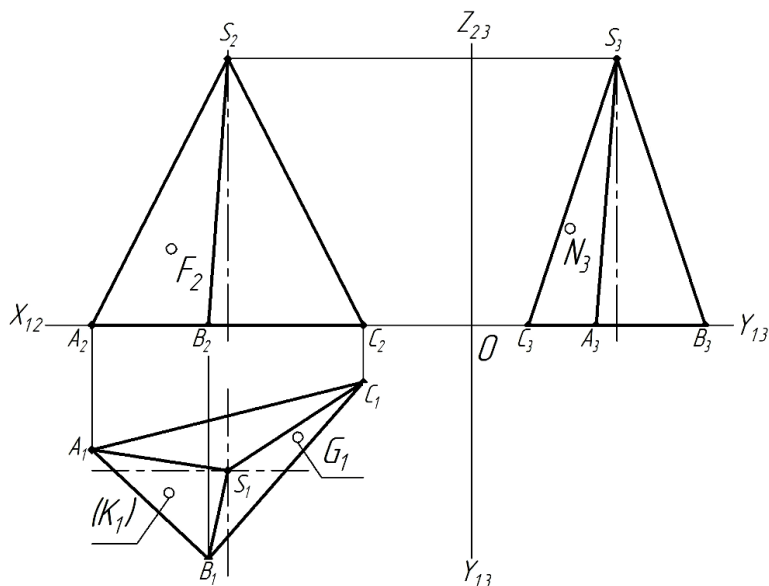


Рисунок 1.12

Побудова проєкцій точки F . Дано: F_2 . Побудувати: F_1 , F_3 .

Точка F (рисунок 1.13), що задана видимою фронтальною проєкцією F_2 , належить бічній грані ASB . Через фронтальну проєкцію точки F (F_2) проводимо з вершини S (S_2) до сторони основи AB (A_2B_2) допоміжну пряму SM (S_2M_2), яка належить бічній грані ASB ($A_2S_2B_2$). Таким чином, $F_2 \in S_2M_2$, $M_2 \in A_2B_2$. Від M_2 проводимо вертикальну лінію зв'язку M_2M_1 до горизонтальної проєкції сторони основи A_1B_1 і отримуємо M_1 . Потім з'єднаємо

M_1 з S_1 . Проводимо вертикальну лінію зв'язку від F_2 до перетину з M_1S_1 і отримуємо горизонтальну проекцію точки F_1 , яка буде видимою. За горизонтальною лінією зв'язку F_2F_3 з урахуванням координати y_F визначаємо положення профільної проекції F_3 , яка буде видимою.

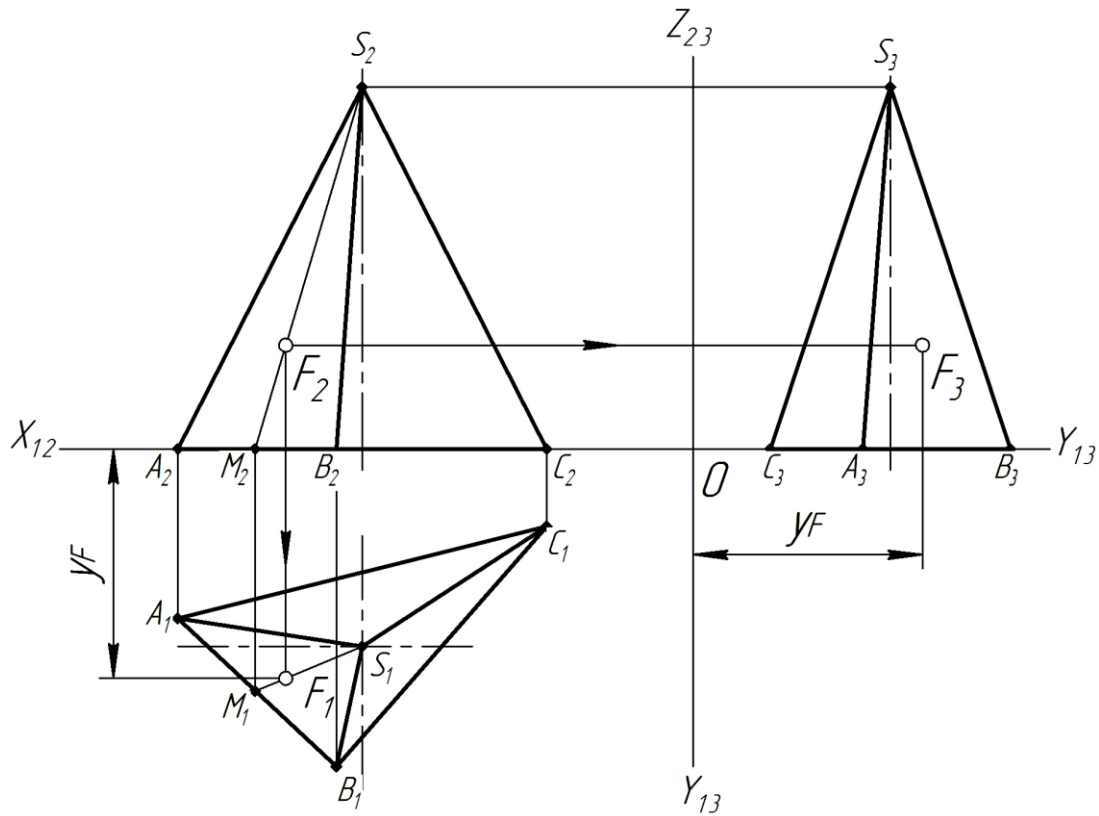


Рисунок 1.13

Горизонтальну F_1 і профільну F_3 проекції точки F можна побудувати іншим способом, використовуючи допоміжну січну горизонтальну площину рівня Q , яка проходить через задану точку паралельно до основи (рисунок 1.14).

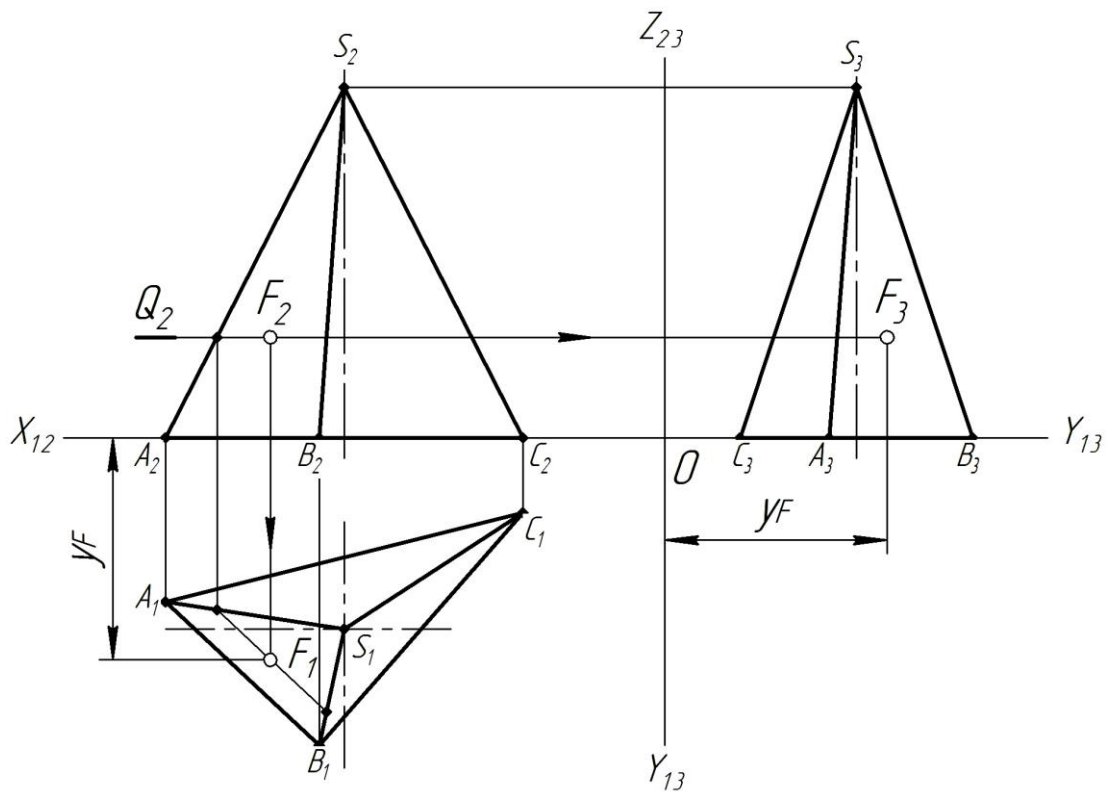


Рисунок 1.14

Побудова проєкцій точки G . Дано: G_1 . Побудувати: G_2, G_3 .

Точка G (рисунок 1.15), що задана видимою горизонтальною проєкцією G_1 , належить бічній грані BSC . Через горизонтальну проєкцію точки G (G_1) проводимо з вершини S (S_1) до сторони основи BC (B_1C_1) допоміжну пряму SN (S_1N_1), яка належить бічній грані BSC ($B_1S_1C_1$). Таким чином, $G_1 \in S_1N_1$, $N_1 \in B_1C_1$. Від N_1 проводимо вертикальну лінію зв'язку N_1N_2 до фронтальної проєкції сторони основи B_2C_2 . Потім з'єднуємо N_2 з S_2 . Проводимо вертикальну лінію зв'язку від G_1 до перетину з N_2S_2 і отримуємо фронтальну проєкцію точки G_2 , яка буде видимою. За горизонтальною лінією зв'язку G_2G_3 з урахуванням координати y_G визначаємо положення профільної проєкції G_3 , яка буде невидимою.

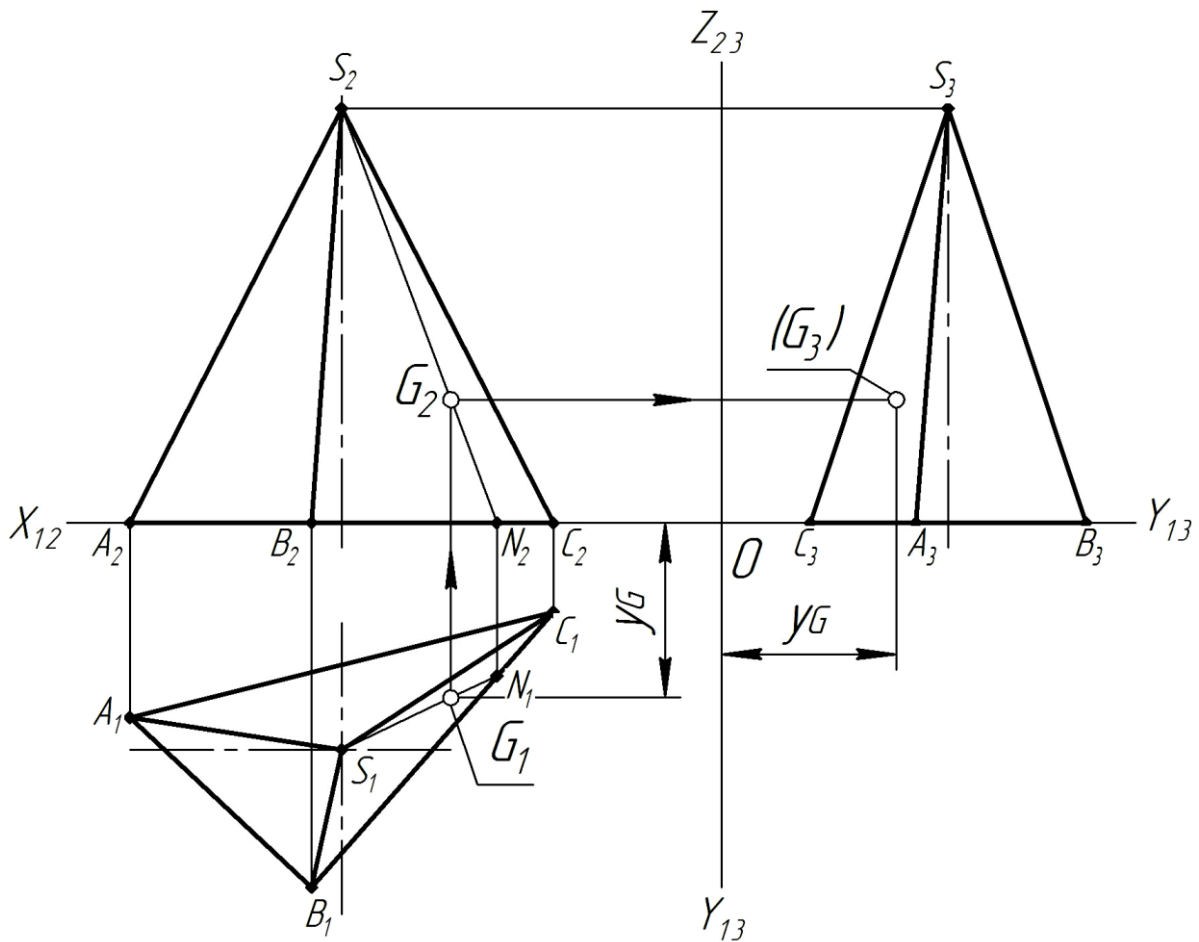


Рисунок 1.15

Побудова проєкцій точки N. Дано: N_3 . Побудувати: N_1, N_2 .

Точка N (рисунок 1.16), що задана видимою профільною проєкцією N_3 , належить бічній грані ASC. Через профільну проєкцію точки N (N_3) проводимо з вершини S (S_3) до сторони основи AC (A_3C_3) допоміжну пряму SP (S_3P_3), яка належить бічній грані ASC ($A_3S_3C_3$). Таким чином, $N_3 \in S_3P_3$; $P_3 \in A_3C_3$. З урахуванням координати y_P визначаємо положення горизонтальної проєкції точки P_1 і з'єднуємо з S_1 . Враховуючи координату y_N , будуємо горизонтальну проєкцію N_1 , яка належить S_1P_1 і буде видимою. При перетині вертикальної N_1N_2 і горизонтальної лінії зв'язку N_3N_2 отримуємо фронтальну проєкцію N_2 , яка буде невидимою.

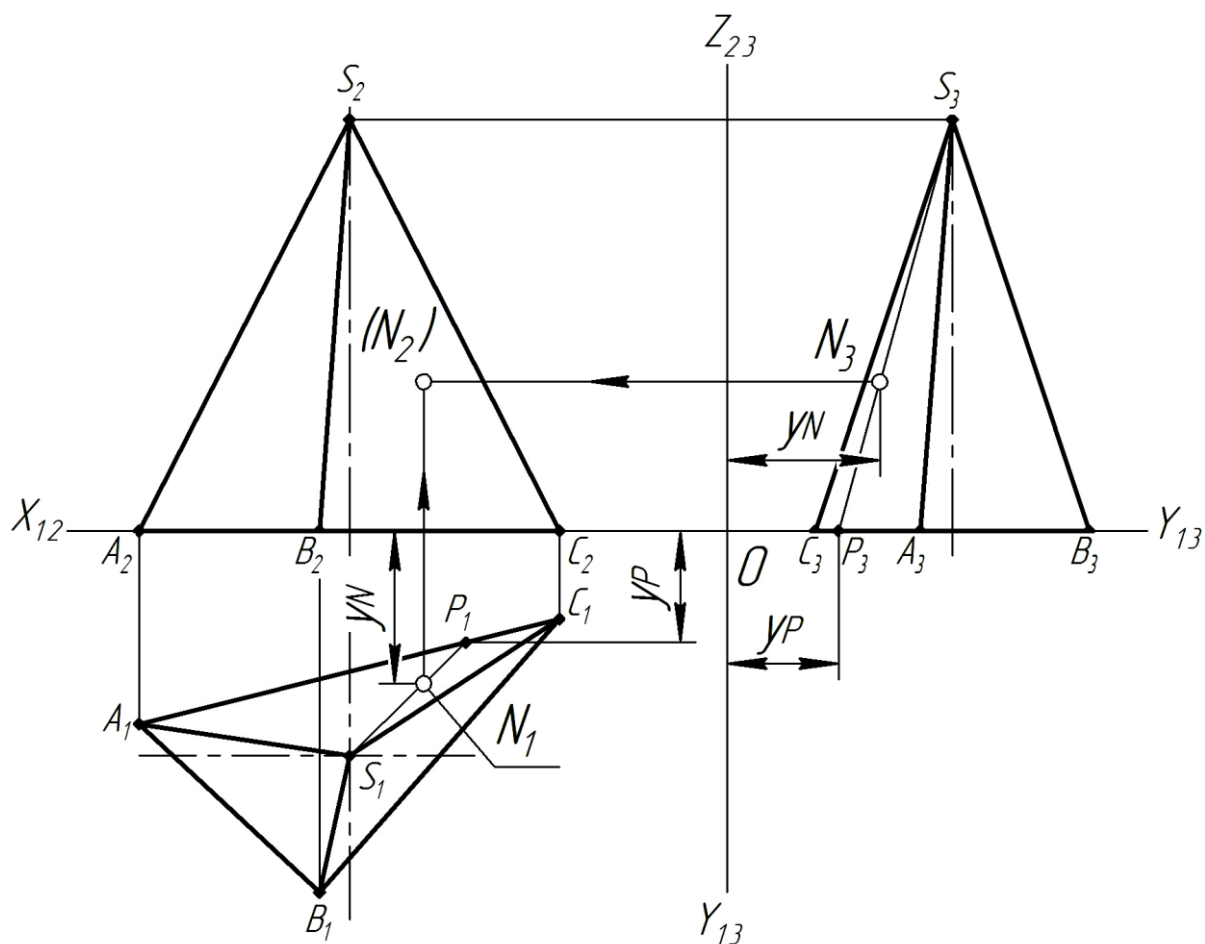


Рисунок 1.16

Побудова проєкцій точки K . Дано: K_1 . Побудувати: K_2, K_3 .

Точка K (рисунок 1.17), що задана невидимою горизонтальною проєкцією K_1 , належить основі піраміди ABC . За вертикальною лінією зв'язку K_1K_2 визначаємо фронтальну проєкцію K_2 ($K_2 \in A_2B_2C_2$), яка буде видимою. З урахуванням координати y_K визначаємо положення профільної проєкції K_3 , яка буде також видимою.

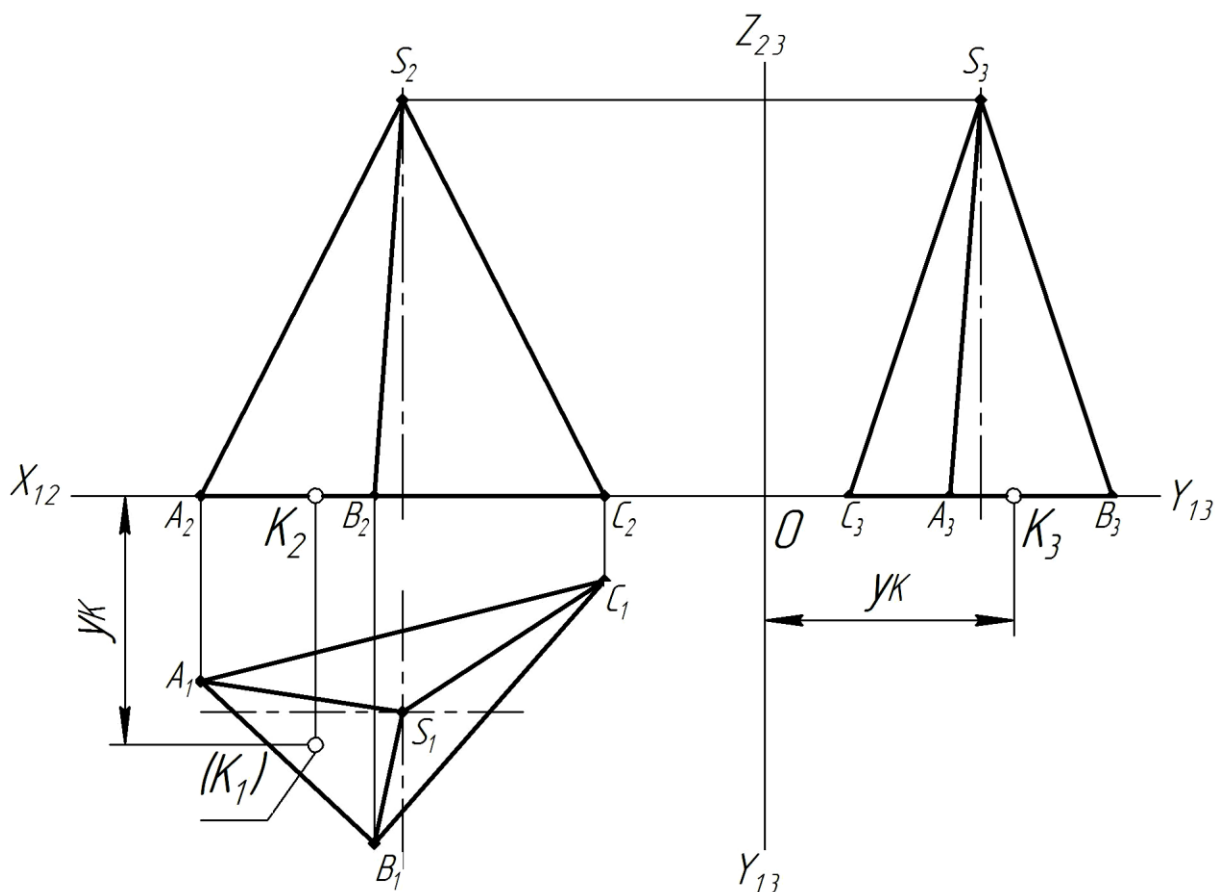


Рисунок 1.17

1.2.2 Переріз піраміди

На рисунку 1.18 наведено побудову перерізу піраміди січною фронтально-проекціуювальною площиною Σ . У перерізі отримуємо трикутник 123.

Фронтальна проекція перерізу збігається з фронтальним слідом Σ_2 січної площини Σ . Спочатку визначають фронтальні проекції точок перетину ребер піраміди зі слідом площини Σ_2 – 1_2 , 2_2 і 3_2 . Точка 1 належить ребру AS; точка 2 – ребру BS; точка 3 – ребру CS. Потім проекції цих точок будуються на відповідних проекціях ребер на горизонтальній і профільній проекціях піраміди. Проекції точок з'єднуються з урахуванням видимості.

Натуральну величину перерізу піраміди визначаємо методом заміни площин проекцій. На осі, розташованій паралельно сліду Σ_2 (на вільному місці кресленика), відкладаємо проекції точок 1_2 , 2_2 і 3_2 зі збереженням відстані між ними, яка виміряна в площині Π_2 . Від цих точок проводимо

перпендикуляри, на яких відкладаємо відстані від горизонтальних проєкцій точок $1_1, 2_1$ і 3_1 до осі X_{12} (це Y координати), які виміряні в площині Π_1 . Точки $1', 2', 3'$ з'єднуємо відрізками і отримуємо натуральну величину перерізу.

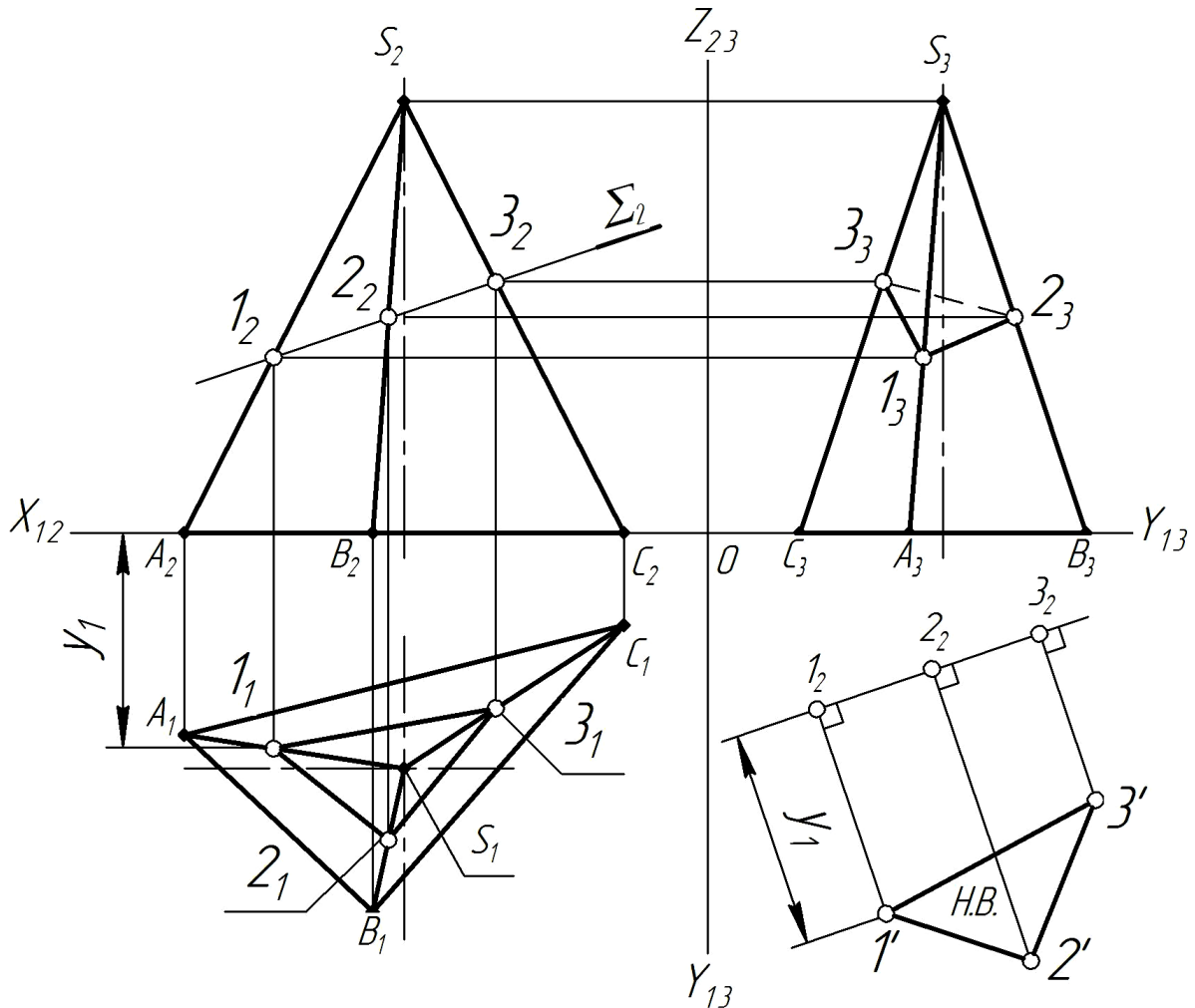


Рисунок 1.18

2 ПОВЕРХНІ ОБЕРТАННЯ

Поверхні обертання утворюються обертанням лінії (твірної) навколо нерухомої осі. Твірною поверхні обертання може бути як пряма лінія, так і крива лінія, тобто ці поверхні можуть бути *лінійчатими* і *нелінійчатими*.

Поверхня обертання, що подана на рисунку 2.1, є поверхнею загального вигляду. Ця поверхня має довільну криволінійну твірну, яка обертається навколо вертикальної осі. Кожна точка

твірної при обертанні навколо осі описує коло. Площини, що перпендикулярні до осі поверхні, перетинають поверхню по колах, які називаються *паралелями*. Паралель поверхні обертання, що має найменший радіус, називається *горловиною* поверхні. Паралель, яка має найбільший радіус – *екватором*.

Січні площині, що проходять через вісь поверхні обертання, перетинають цю поверхню по лініях, які називаються *меридіанами*, а самі січні площини називаються *меридіональними*.

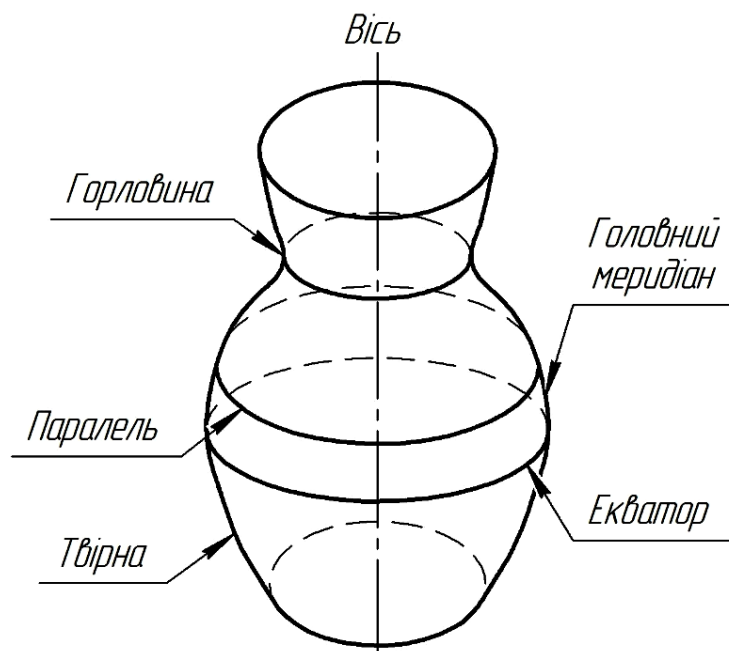


Рисунок 2.1

В інженерній практиці використовують кресленики без осей X_{12} , Y_{13} і Z_{23} , тому для спрощення побудови проєкцій точок на поверхнях вимірюють Y координату не від осей X_{12} і Z_{23} , а від базової лінії. Такою базовою лінією може бути ребро або вісь симетрії поверхні. Тому далі на креслениках будемо вимірювати Y координату від осі симетрії поверхні та позначати її як Y' .

2.1 Циліндр

Циліндрична поверхня утворюється шляхом обертання прямої лінії (твірної) навколо паралельної їй осі за певною кривою (напрямною). При обертанні прямокутника $ABCD$

(рисунок 2.2) навколо однієї з його сторін, наприклад CD, інша сторона AB опише *циліндричну поверхню*, а сторони AD і BC опишуть дві площини, які мають форму кругів.

Циліндр – це геометричне тіло, що обмежене циліндричною поверхнею і двома паралельними площинами (основами).

Циліндри поділяються на *прямі* і *похилі*. *Прямий циліндр* – це циліндр, у якого твірні перпендикулярні до основи. Меридіани прямого кругового циліндра – прямокутники.

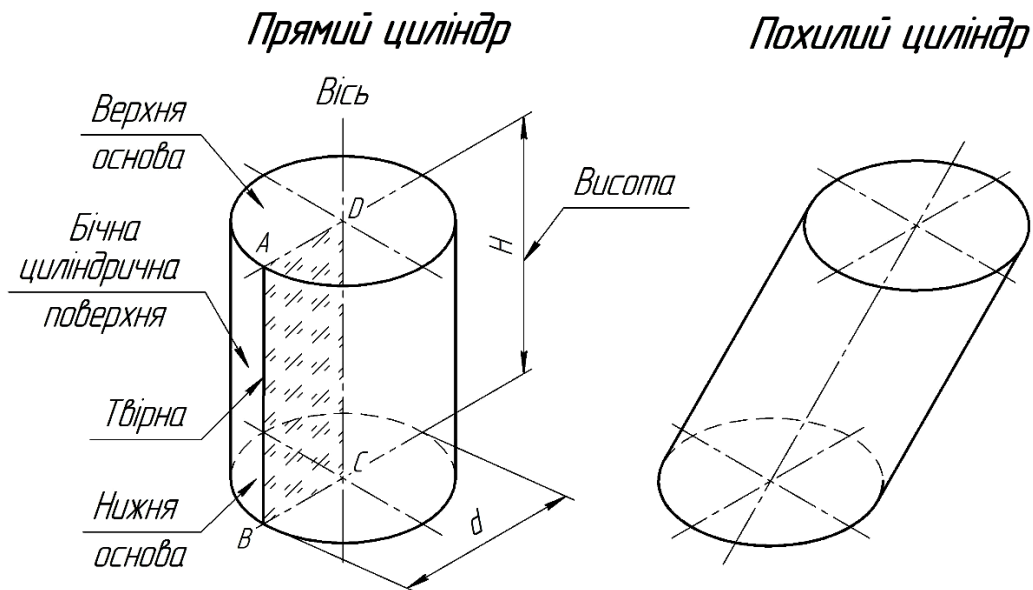


Рисунок 2.2

Приклад 2.1 Розглянемо прямий круговий циліндр

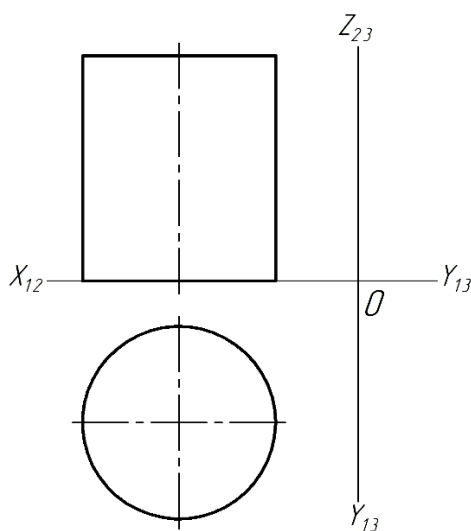


Рисунок 2.3

(рисунок 2.3). Він заданий двома проекціями – горизонтальною і фронтальною. Горизонтальна проекція циліндра – це круг, діаметр якого дорівнює діаметру основи циліндра. Фронтальна проекція циліндра зображена прямокутником, висота якого дорівнює висоті циліндра, а ширина – діаметру основи.

Для побудови профільної проекції циліндра необхідно провести горизонтальну лінію

зв'язку по висоті циліндра, потім відкласти від осі Z_{23} координату Y осі циліндра, від якої відкласти вправо і вліво радіус основи R (рисунок 2.4). Профільна проекція – такий самий прямокутник, як і фронтальна проекція.

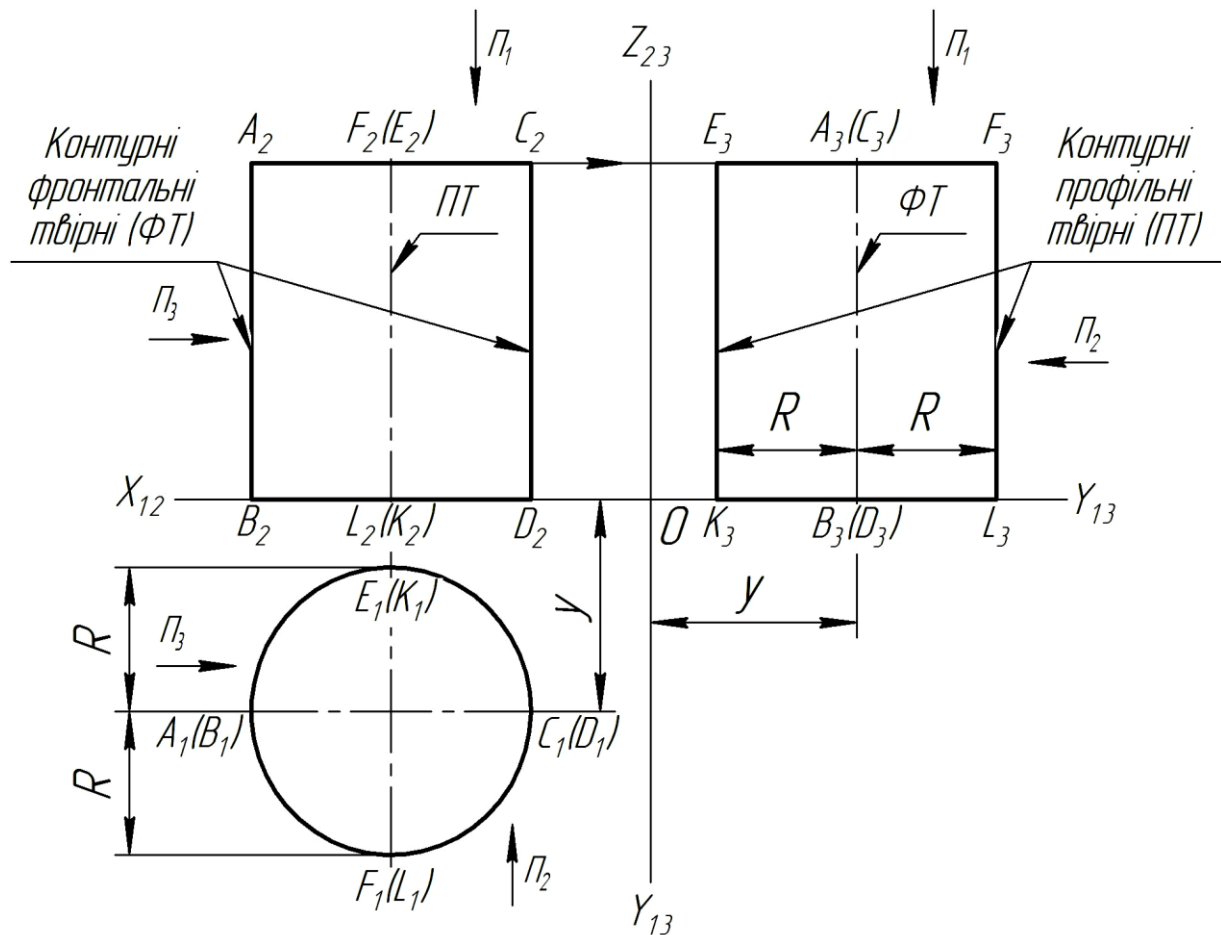


Рисунок 2.4

Прямий круговий циліндр є проєкціювальною поверхнею, тому його основи мають спільну горизонтальну проєкцію, а бічна поверхня на Π_1 проєкціюється на контур основи – коло. Таким чином, всі точки, лінії, фігури, що належать бічній поверхні, будуть проєкціюватися на коло основи.

Твірні AB і CD , що обмежують прямокутник на фронтальній площині (A_2B_2 і C_2D_2), називаються *контурними фронтальними твірними*. На площині Π_3 проєкції цих твірних збігаються з віссю симетрії, причому A_3B_3 – видима, а C_3D_3 – невидима. На площину Π_1 контурні фронтальні твірні проєкціюються у точки – $A_1(B_1)$ і $C_1(D_1)$.

Твірні EK і FL , що обмежують прямокутник на профільній площині (E_3K_3 і F_3L_3), називаються *контурними профільними твірними*. На площині Π_2 проєкції цих твірних збігаються з віссю симетрії, причому F_2L_2 – видима, а E_2K_2 – невидима. На площині Π_1 контурні профільні твірні проєкціюються у точки – $E_1(K_1)$ і $F_1(L_1)$.

На площині Π_1 видимою буде лише площина верхньої основи, нижня основа невидима. На площині Π_2 видима передня (нижня) частина циліндричної поверхні, верхня (задня) невидима. На площині Π_3 видима ліва частина циліндра, права частина невидима.

2.1.1 Точки на поверхні циліндра

Розглянемо побудову проєкцій точок E , F , M , N і K на прямому круговому циліндрі (рисунок 2.5). Точки E , F , M і N розташовані на бічній поверхні циліндра, точка K розташована в нижній основі.

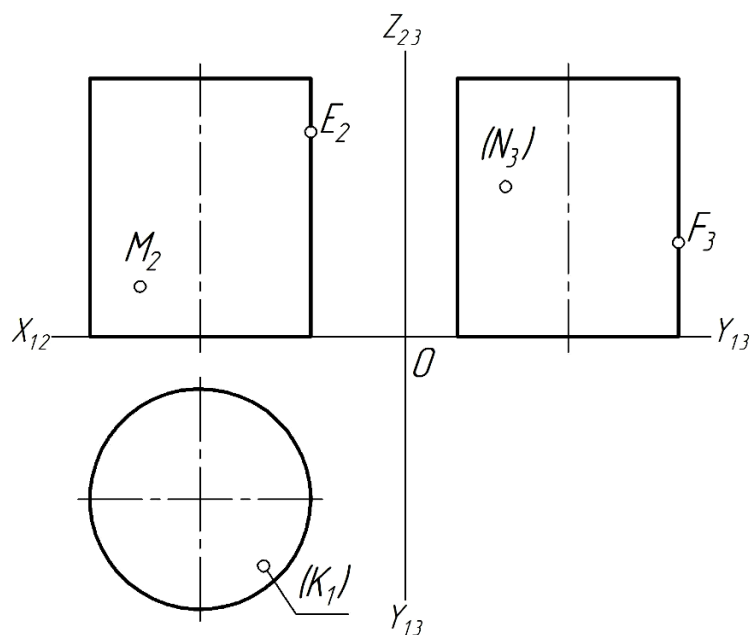


Рисунок 2.5

Побудова проєкцій точки M . Дано: M_2 . Побудувати: M_1 , M_3 .

Точка M (рисунок 2.6), що задана видимою фронтальною проекцією M_2 , належить бічній поверхні циліндра. За вертикальною лінією зв'язку M_2M_1 визначаємо горизонтальну проекцію M_1 , яка розташована на колі та буде видимою. За горизонтальною лінією зв'язку M_2M_3 з урахуванням координати y_M' визначаємо положення профільної проекції M_3 , яка буде видимою.

Побудова проєкцій точки N . Дано: N_3 . Побудувати: N_1, N_2 .

Точка N (рисунок 2.6), що задана невидимою профільною проекцією N_3 , належить бічній поверхні циліндра. З урахуванням координати y_N' визначаємо положення горизонтальної проекції N_1 , яка розташована на колі та буде видимою. На перетині вертикальної N_1N_2 і горизонтальної N_2N_3 ліній зв'язку визначаємо фронтальну проекцію N_2 , яка буде невидимою.

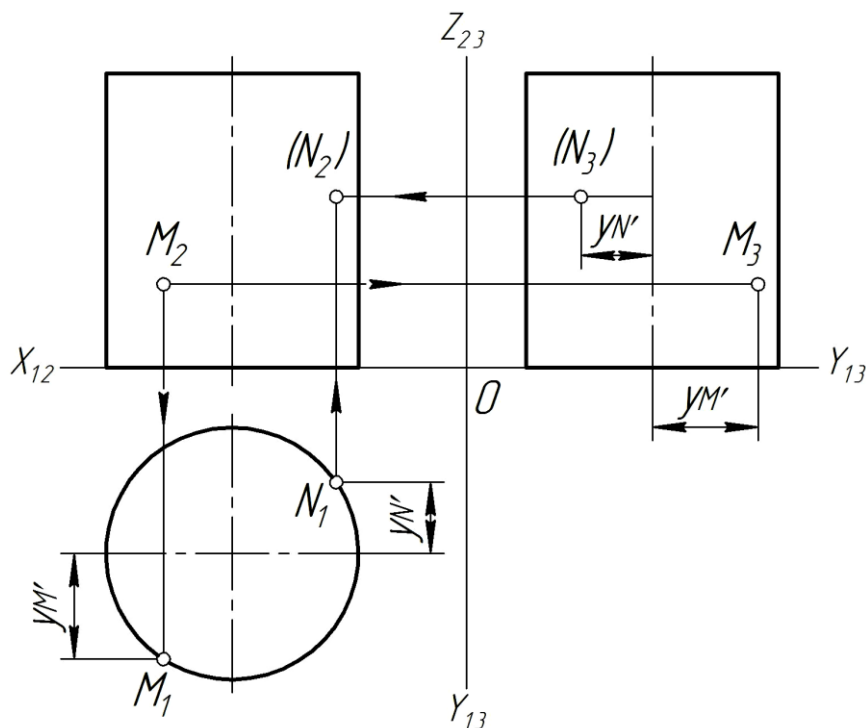


Рисунок 2.6

Побудова проєкцій точки E . Дано: E_2 . Побудувати: E_1, E_3 .

Точка E (рисунок 2.7), що задана фронтальною проекцією E_2 , належить контурній фронтальній твірній циліндра. Враховуючи особливості проєкціювання контурних твірних на площини проєкцій Π_1 і Π_3 , про які сказано вище, виконуємо

побудову проєкцій E_1, E_3 . Горизонтальна проєкція E_1 знаходиться на перетині горизонтальної осі симетрії та кола і буде видимою. Профільна проєкція E_3 знаходиться на вертикальній осі симетрії і буде невидимою.

Побудова проєкцій точки F . Дано: F_3 . Побудувати: F_1, F_2 .

Точка F (рисунок 2.7), що задана профільною проєкцією F_3 , належить контурній профільній твірній циліндра. Враховуючи особливості проєкціювання контурних твірних на площини проєкцій Π_1 і Π_2 , про які сказано вище, виконуємо побудову проєкцій F_1, F_2 . Горизонтальна проєкція F_1 знаходиться на перетині вертикальної осі симетрії та кола і буде видимою. Фронтальна проєкція F_2 знаходиться на вертикальній осі симетрії і буде видимою.

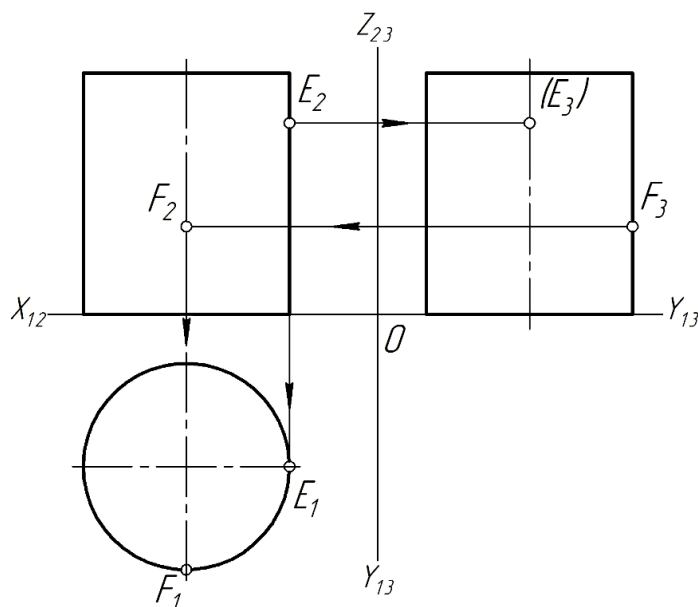


Рисунок 2.7

Побудова проєкцій точки K . Дано: K_1 . Побудувати: K_2, K_3 .

Точка K (рисунок 2.8), що задана невидимою горизонтальною проєкцією K_1 , належить нижній основі циліндра. За вертикальною лінією зв'язку K_1K_2 визначаємо фронтальну проєкцію K_2 , яка буде видимою. З урахуванням координати $u_{k'}$ визначаємо положення профільної проєкції K_3 , яка буде видимою.

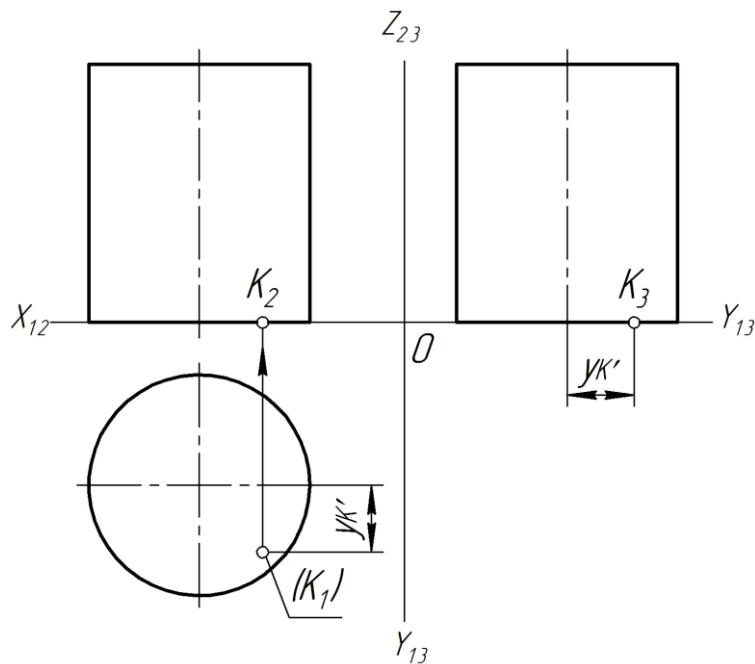


Рисунок 2.8

2.1.2 Переріз циліндра

Існують три варіанти перерізів циліндра (рисунок 2.9):

1) якщо січна площина Q паралельна осі симетрії циліндра, то в перерізі утворюється *прямокутник* (рисунок 2.10, а). Максимальна ширина його дорівнює діаметру циліндра, коли площина проходить через його вісь симетрії. Мінімальна, коли прямокутник перетворюється на пряму, якщо площина Q проходить, як дотична до твірних циліндра.

2) якщо січна площина P перпендикулярна осі симетрії циліндра, то в перерізі виходить *коло*, рівне колу основи (рисунок 2.10, б);

3) якщо січна площина T розташована під кутом до осі симетрії, то в перерізі виходить *еліпс* (рисунок 2.10, в).

Велика вісь еліпса завжди розташована уздовж сліду січної площини. Мала вісь еліпса розташована в точці перетину січної площини з віссю симетрії циліндра і дорівнює його діаметру.

Еліпс може бути *повним* (рисунок 2.10, в), *усіченим* з однієї сторони (рисунок 2.10, г) або з двох сторін (рисунок 2.10, д).

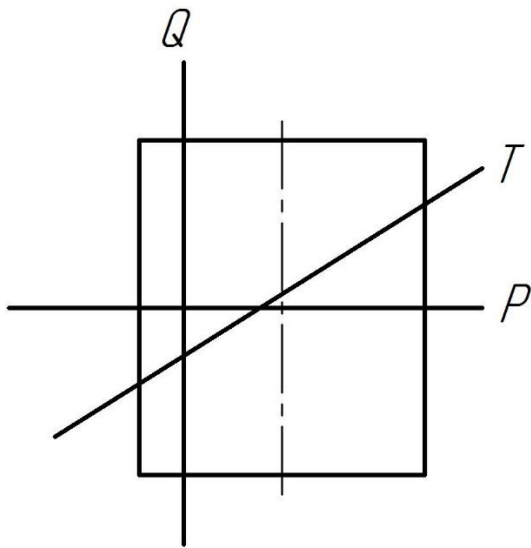


Рисунок 2.9

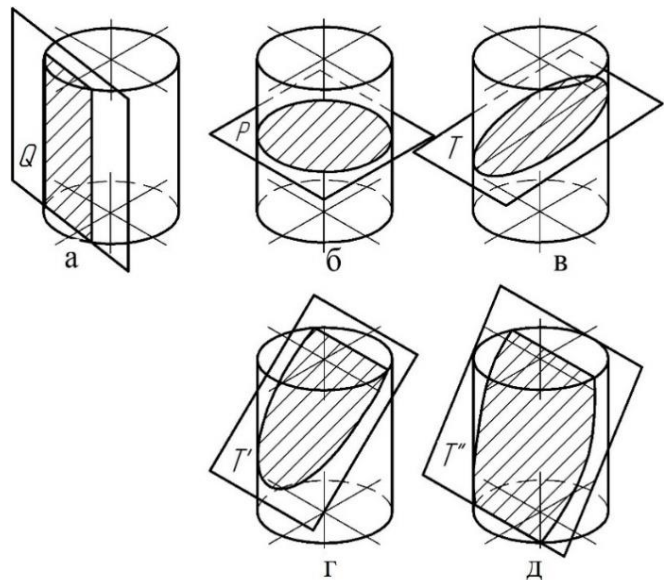


Рисунок 2.10

Перерізи поверхонь обертання завжди будуються за опорними точками. Опорними точками є точки, в яких січна площина перетинається або з контурними твірними, або з осями симетрії поверхні обертання. Побудова всіх опорних точок обов'язкова.

На рисунку 2.11 наведено побудову перерізу циліндра фронтально-проеціювальною площиною Σ . У перерізі отримуємо повний еліпс.

Фронтальна проекція перерізу збігається з фронтальним слідом Σ_2 січної площини Σ . Горизонтальна проекція перерізу збігається з горизонтальною проекцією циліндра – колом. Профільна проекція перерізу будується, враховуючи Y координати точок.

Точки 1, 2, 3, 4 – опорні. Точки 5, 6, 7, 8 – додаткові та служать для уточнення кривизни лекальної кривої (еліпса).

Точки 1, 2 – це точки перетину січної площини з контурними фронтальними твірними циліндра і визначають велику вісь еліпса.

Велика і мала осі еліпса в точці їх перетину завжди ділять одна одну навпіл. Мала вісь визначається точками 3 і 4 – це точки перетину січної площини з контурними профільними твірними циліндра. Фронтальні проекції 3_2 і 4_2 збігаються на площині П2 і визначають положення малої осі еліпса, яка перпендикулярна до великої осі. Горизонтальна проекція малої осі $3_1 4_1$ дорівнює

діаметру основи циліндра. Профільну проекцію малої осі 3343 отримуємо, враховуючи координату Y точок 3 і 4.

Точки 5, 6, 7, 8 знаходяться як точки на бічній поверхні циліндра.

Натуральну величину перерізу знаходимо методом заміни площин проекцій. На вільному місці кресленика паралельно сліду Σ_2 будемо відрізок $1'2'=1_22_2$ з проекціями всіх точок ($5_2, 6_2, 3_2\dots$) із збереженням відстані між ними. Від цих точок проводимо перпендикуляри, на яких відкладаємо відстані від горизонтальних проекцій точок ($5_1, 6_1, 3_1\dots$) до горизонтальної осі симетрії циліндра (це Y координати).

Точки $1', 6', 4', 8', 2', 7', 3', 5', 1'$ з'єднуємо плавною кривою і отримуємо натуральну величину перерізу циліндра.

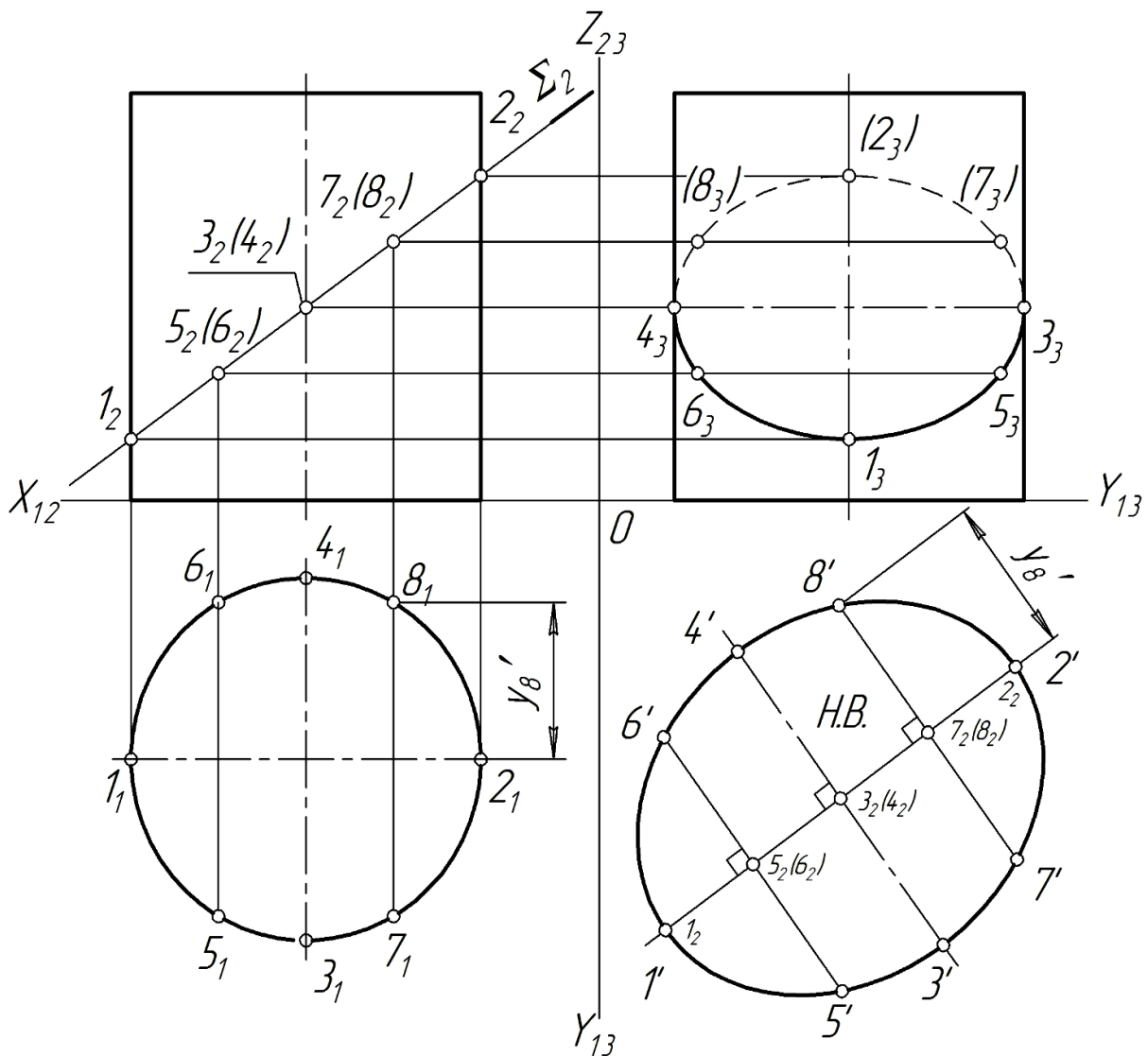


Рисунок 2.11

2.2 Конус

Конічна поверхня обертання утворюється шляхом обертання прямої лінії (твірної) за певною кривою (напрямною) навколо осі та має нерухому точку S (вершину).

При обертанні прямокутного трикутника ASO (рисунок 2.12) навколо катета SO будь-яка точка гіпотенузи AS опише коло, площина якого перпендикулярна до катета SO . Гіпотенуза AS опише криву поверхню, яка називається *конічною поверхнею*. Катет AO опише площину у формі круга.

Конус – геометричне тіло, що обмежене бічною конічною поверхнею і площиною основи, яка перетинає всі його твірні.

Пряма SO – *вісь конуса*, точка S – *вершина* конуса, SA – *твірна* конуса. Перпендикуляр, проведений з вершини конуса до площини його основи, називається *висотою*.

Конус називається *прямим*, якщо пряма, що з'єднує вершину конуса з центром основи, перпендикулярна площині основи.

Круговий конус – конус, основою якого є круг.

Прямим круговим конусом називається конус, у якого основою служить круг, а висота проходить через центр основи. Меридіани прямого кругового конуса – рівнобічні трикутники.

Зрізаний конус – геометричне тіло, що утворюється обертанням прямокутної трапеції навколо бічної сторони CD , яка перпендикулярна до основи.

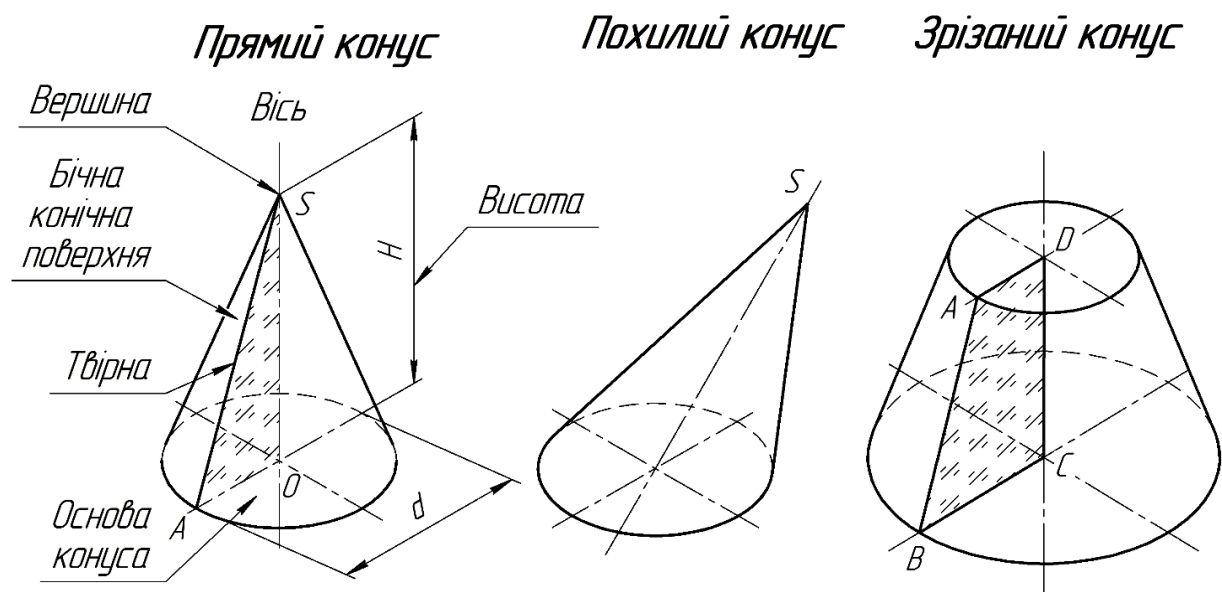


Рисунок 2.12

Приклад 2.2 Розглянемо прямий круговий конус (рисунок 2.13).

Він заданий двома проекціями – горизонтальною і фронтальною. Горизонтальна проекція конуса – це круг, який дорівнює діаметру основи конуса. Фронтальна проекція конуса – рівнобедрений трикутник, основа якого дорівнює діаметру основи конуса, а висота – висоті конуса.

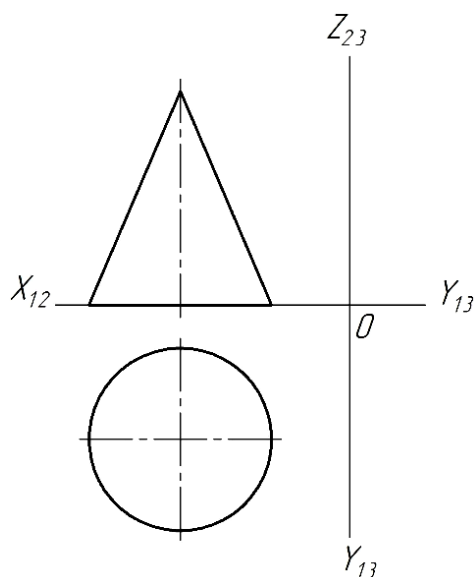


Рисунок 2.13

Для побудови профільної проекції конуса необхідно провести горизонтальну лінію зв'язку по висоті конуса. Потім відкласти від осі Z_{23} координату Y осі конуса, від якої відкласти вправо і вліво радіус основи R (рисунок 2.14). Профільна проекція – такий самий трикутник, як і фронтальна проекція.

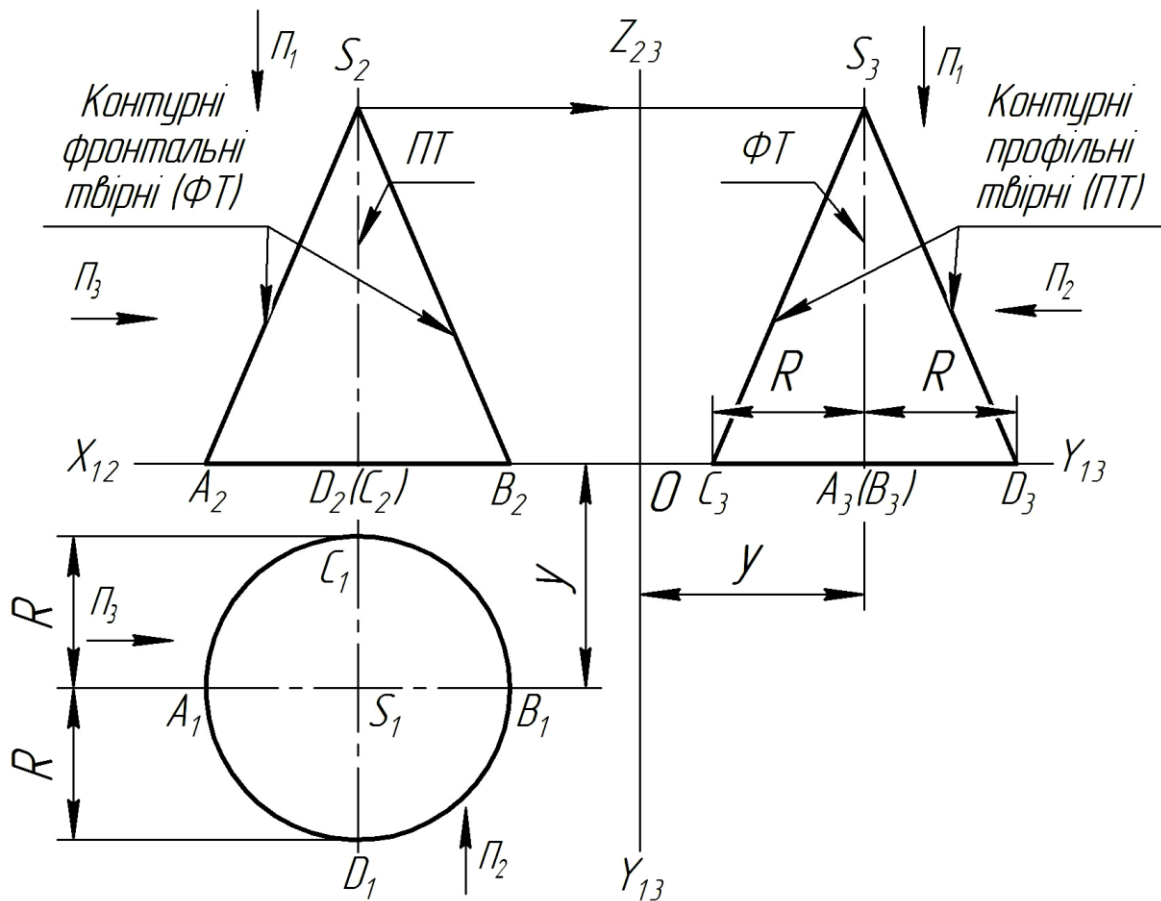


Рисунок 2.14

Основа прямого кругового конуса лежить в горизонтальній площині і проєкціюється на цю площину в натуральну величину. Бічна поверхня конуса – це лінійчата поверхня, твірні якої проходять через спільну точку S – вершину конуса.

На площині Π_1 видимою буде вся бічна поверхня конуса, основа – невидима. На площині Π_2 видима передня (нижня) частина конічної поверхні, яка обмежена контурними фронтальними твірними AS і BS , верхня (задня) невидима. На площині Π_3 видима ліва частина конуса, яка обмежена проєкціями контурних профільних твірних CS і DS , права частина невидима.

2.2.1 Точки на поверхні конуса

Конус відноситься до поверхонь загального положення. Найпростіші лінії, що належать поверхні конуса – твірна, що проходить через вершину конуса, і коло-паралель, яке

утворюється внаслідок перетину конуса будь-якою площиною, перпендикулярною його осі.

Розглянемо побудову проєкцій точок M , N , G , F і K , які розташовані на бічній поверхні конуса (рисунок 2.15).

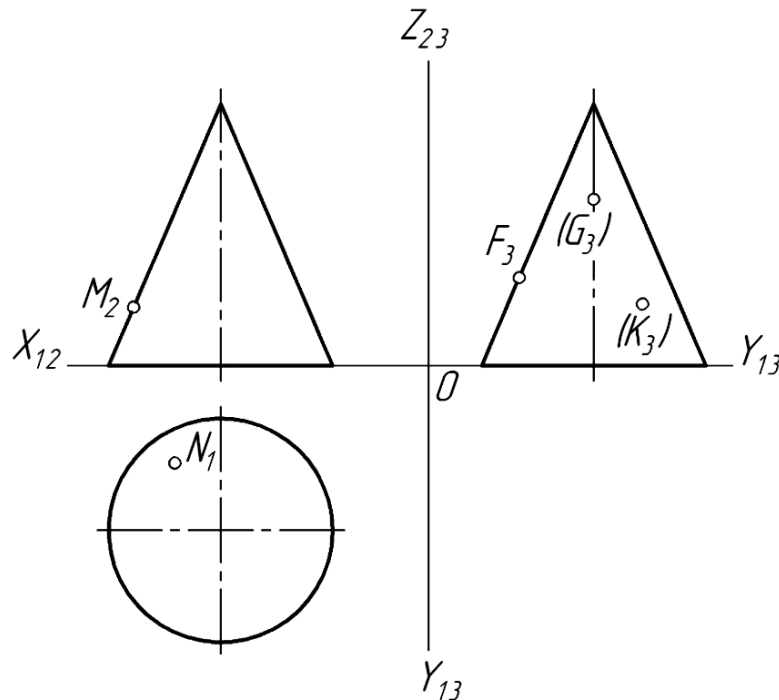


Рисунок 2.15

Побудова проєкцій точки M . Дано: M_2 . Побудувати: M_1 , M_3 .

Точка M (рисунок 2.16), що задана фронтальною проєкцією M_2 , належить контурній фронтальній твірній конуса. За вертикальною лінією зв'язку M_2M_1 визначаємо горизонтальну проєкцію M_1 , яка буде видимою. За горизонтальною лінією зв'язку M_2M_3 визначаємо положення профільної проєкції M_3 , яка буде видимою.

Побудова проєкцій точки G . Дано: G_3 . Побудувати: G_1 , G_2 .

Точка G (рисунок 2.16), що задана невидимою профільною проєкцією G_3 , належить контурній фронтальній твірній конуса. За горизонтальною лінією зв'язку G_3G_2 визначаємо фронтальну проєкцію G_2 , яка буде видимою. За вертикальною лінією зв'язку G_2G_1 визначаємо положення горизонтальної проєкції G_1 , яка буде видимою.

Побудова проєкцій точки F . Дано: F_3 . Побудувати: F_1 , F_2 .

Точка F (рисунок 2.16), що задана видимою профільною проекцією F_3 , належить контурній профільній твірній конуса. За горизонтальною лінією зв'язку F_3F_2 визначаємо фронтальну проекцію F_2 , яка буде невидимою. З урахуванням координати $y_{F'}$ визначаємо положення горизонтальної проекції F_1 , яка буде видимою.

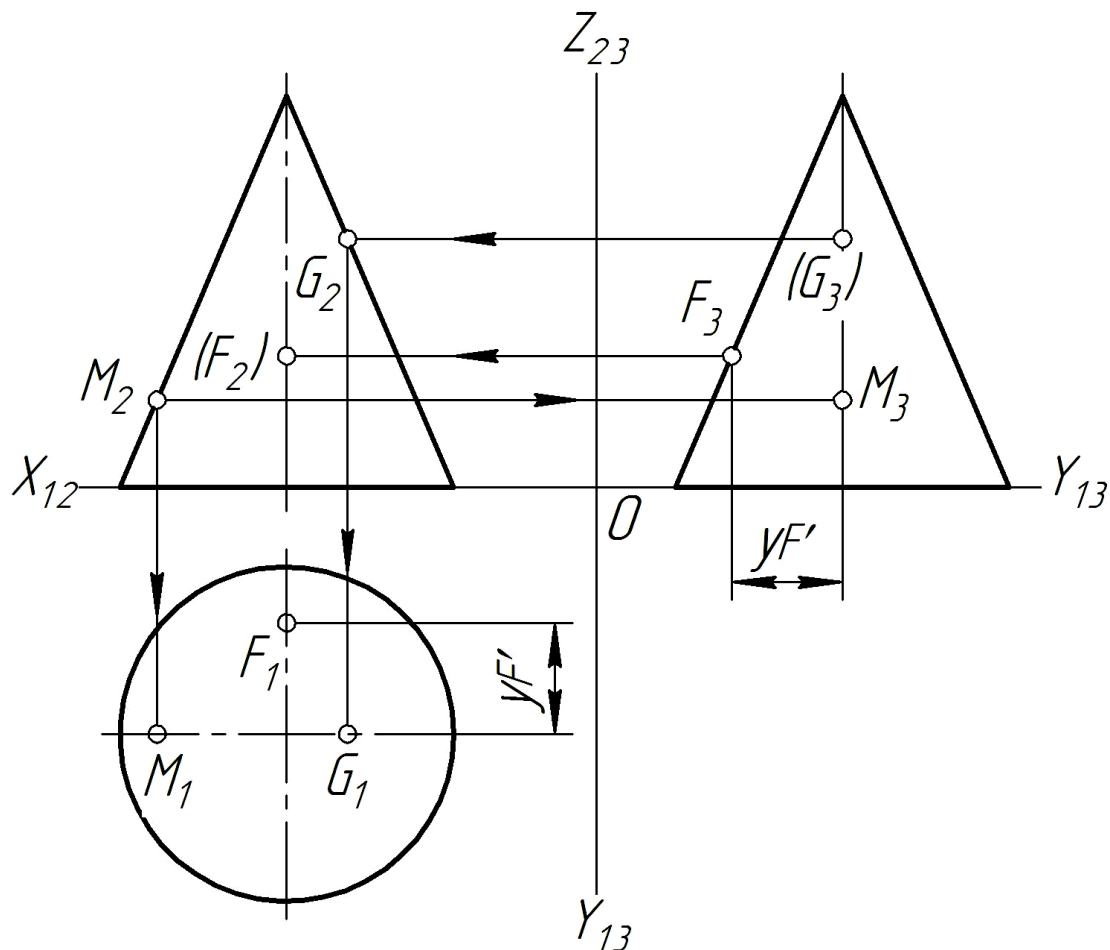


Рисунок 2.16

Побудова проєкцій точки N . Дано: N_1 . Побудувати: N_2, N_3 .

Точка N (рисунок 2.17), що задана горизонтальною проекцією N_1 , належить бічній поверхні конуса. Радіус кола-паралелі R для точки N в площині Π_1 визначається як відстань від центру кола до проєкції N_1 . Цим радіусом через проєкцію точки N_1 проводимо дугу кола до перетину з горизонтальною віссю – проєкція точки 1_1 . За вертикальною лінією зв'язку визначаємо проєкцію 1_2 , яка лежить на контурній фронтальній твірній конуса. Проєкція точки 1_2 визначає положення фронтальної проєкції кола-паралелі, яке паралельно до основи конуса. На цій

паралелі лежить фронтальна проекція N_2 , якщо провести вертикальну лінію зв'язку N_1N_2 . N_2 буде невидимою. Профільна проекція N_3 визначається за горизонтальною лінією зв'язку N_2N_3 з урахуванням координати $y_{N'}$ і буде видимою.

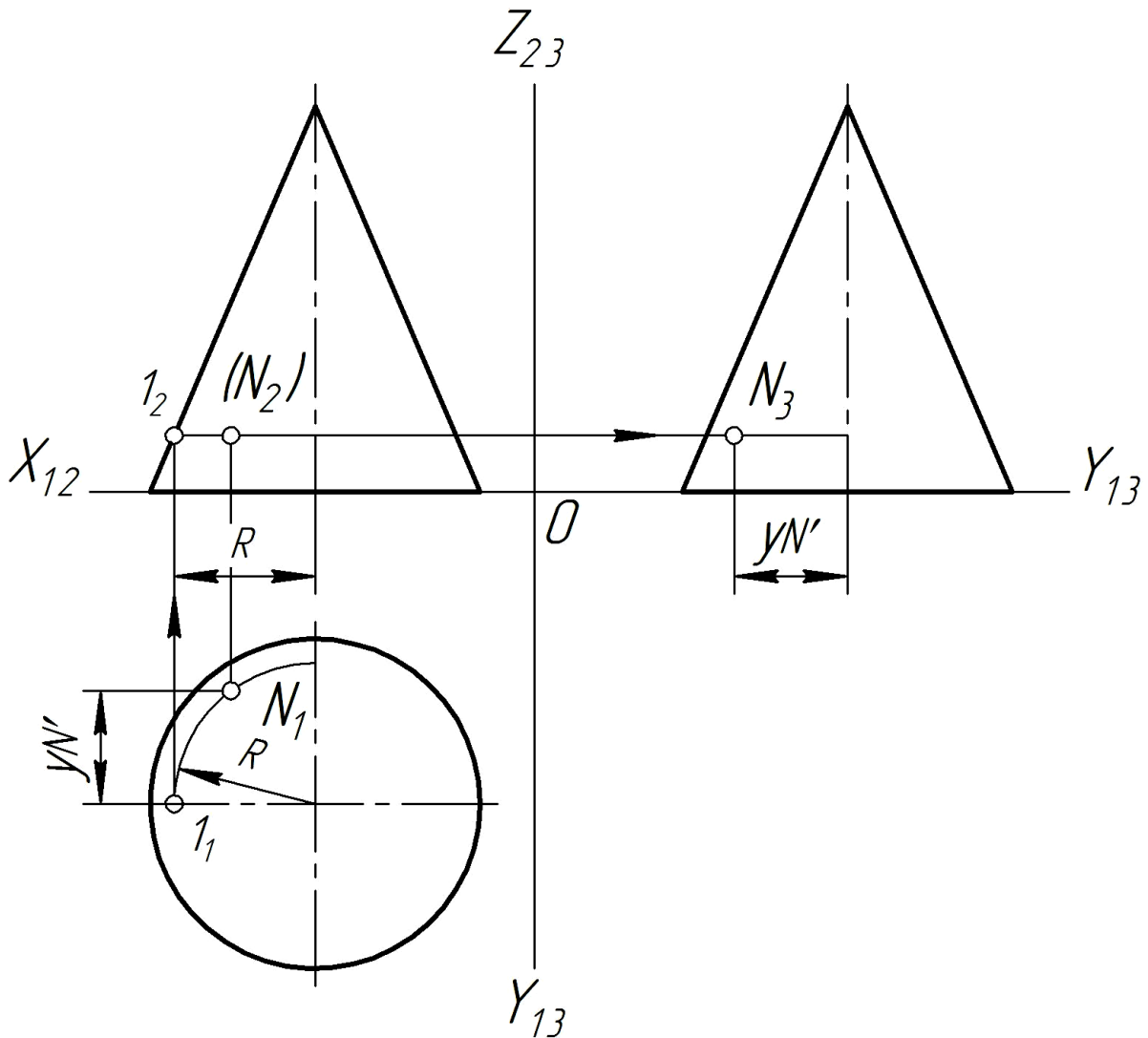


Рисунок 2.17

Побудова проєкцій точки K . Дано: K_3 . Побудувати: K_1, K_2 .

Точка K (рисунок 2.18), що задана профільною проєкцією K_3 , належить бічній поверхні конуса. Радіус R^* кола-паралелі, що утворене допоміжною січною площиною Q (горизонтальна площина рівня), яку проводять через точку K (K_3) в площині Π_3 , визначається як відстань від осі до твірної. У площині Π_1 проводимо дугу радіусом R^* , на якій з урахуванням координати $y_{K'}$ і видимості точки K у площині Π_3 визначаємо проєкцію K_1 ,

яка буде видимою. Фронтальна проекція K_2 визначається як точка перетину вертикальної K_1K_2 і горизонтальної K_3K_2 ліній зв'язку. Проекція K_2 буде видимою.

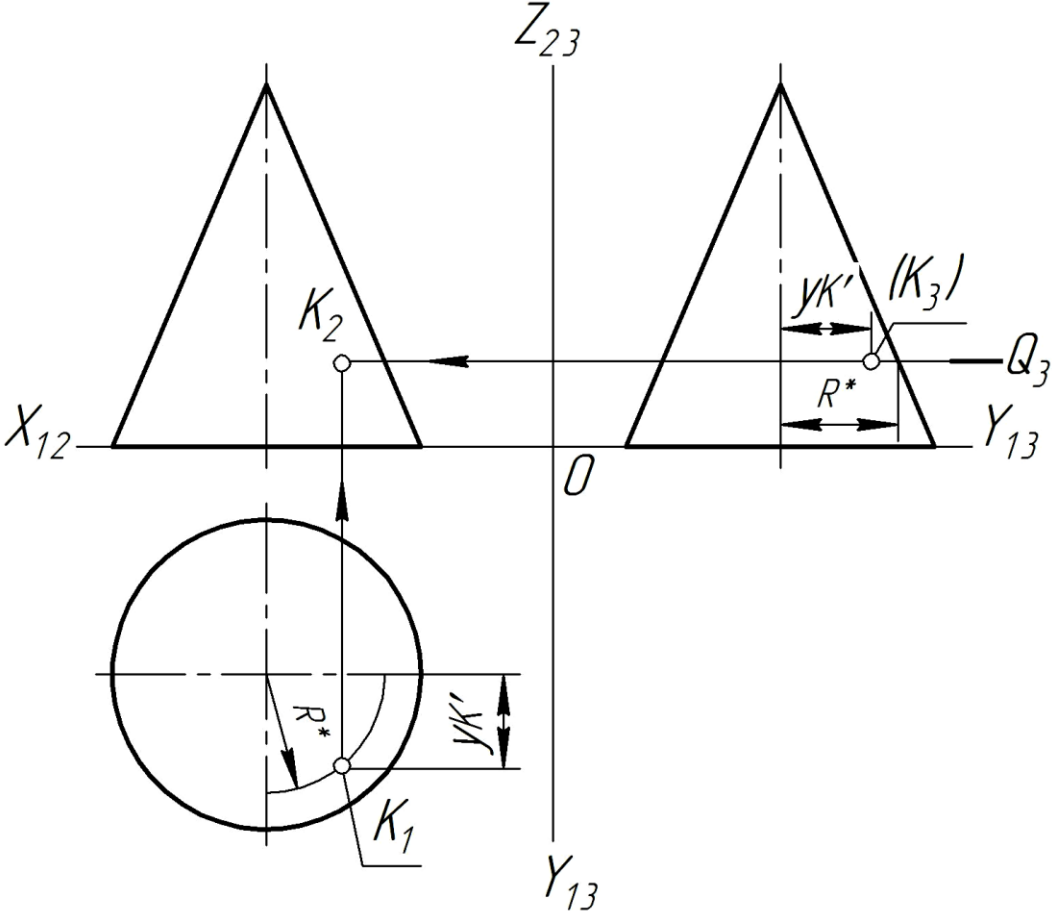


Рисунок 2.18

Положення проекції точки на бічній поверхні конуса можна визначити іншим способом – за допомогою твірної, що проходить через задану точку з вершини конуса до основи. Через задані проекції точок N_1 і K_3 (рисунок 2.19) проводимо відповідно горизонтальну S_11_1 і профільну S_32_3 проекції твірних. Потім будемо їх відсутні проекції 1_2S_2 і 2_1S_1 і по лініях зв'язку визначаємо відсутні проекції точок N_2 і K_1 , N_3 і K_2 .

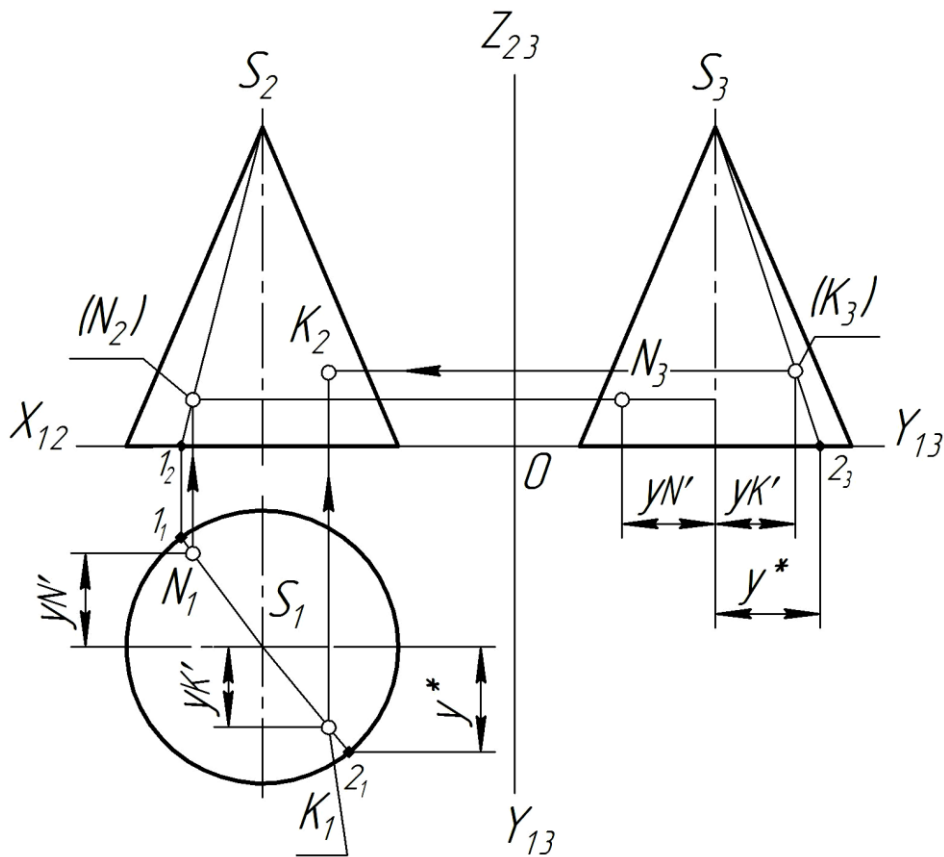


Рисунок 2.19

2.2.2 Перерізи конуса

Для конічної поверхні можливі п'ять варіантів перерізів (рисунок 2.20):

1) якщо площина, яка перетинає конічну поверхню, проходить через вершину цієї поверхні, то утворюються *дві прями – твірні* (рисунок 2.20, а).

Якщо площина проходить через вісь конуса, то вона його перетинає по твірних з максимальним для даного конуса кутом між ними.

Якщо ж конус перетинається площиною, що не проходить через його вершину, то в перерізі виходить одна з чотирьох кривих (коло, еліпс, парабола, гіпербола). Для побудови кривої лінії, яку отримують при перетині конічної поверхні площиною, потрібно в загальному випадку знаходити точки перетину твірної з січною площиною;

2) якщо січна площина перпендикулярна до осі конуса – в перерізі виходить *коло* (рисунок 2.20, б);

3) якщо січна площина перетинає всі твірні поверхні або, інакше, не паралельна жодній з твірних конуса. І якщо кут між січною площиною і віссю конуса більше кута між цією віссю і твірною конуса – то в перетині виходить *еліпс* (рисунок 2.20, в). Еліпс може бути повним або усіченим з одного боку;

4) якщо січна площина паралельна тільки одній з твірних, тобто кути між січною площиною і віссю конуса і між цією віссю і твірною конуса рівні між собою – то в перетині виходить *парабола* (рисунок 2.20, г);

5) якщо січна площина паралельна двом твірним або осі конуса, або якщо січна площина нахилена до осі конуса під кутом меншим, ніж кут нахилу твірної до осі – то в перерізі виходить *гіпербола* (рисунок 2.20, д).

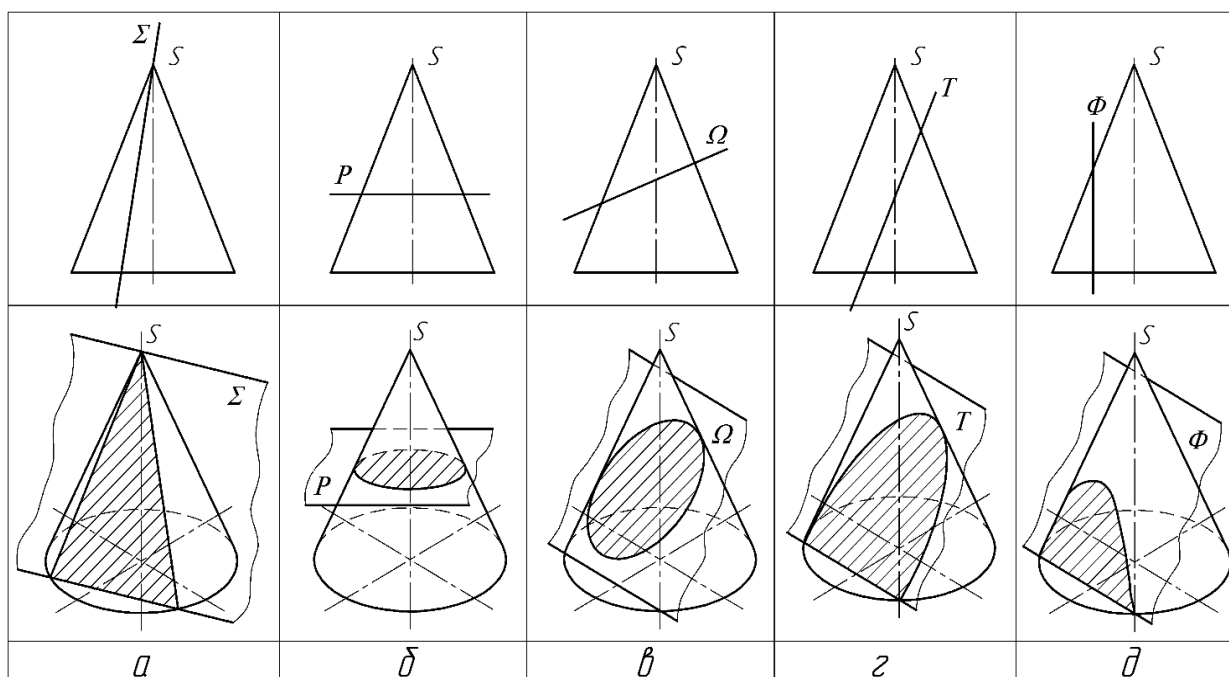


Рисунок 2.20

На рисунку 2.21 наведено побудову перерізу конуса січною фронтально-проекціювальною площиною Σ . У перерізі отримуємо повний еліпс.

Фронтальна проекція перерізу збігається з фронтальним слідом січної площини Σ_2 . Точки 1 і 2, 3 і 4, 5 і 6 – опорні, 7 і 8 – допоміжні.

Точки 1, 2 – це точки перетину січної площини з контурними фронтальними твірними конуса і визначають велику вісь еліпса.

Велика і мала осі еліпса в точці їх перетину завжди ділять одна одну навпіл. Отже, для визначення положення малої осі – точки 3 і 4 – необхідно визначити середину відрізка 1222 (за допомогою графічного способу ділення відрізка навпіл). Фронтальні проекції 3_2 і 4_2 збігаються на площині Π_2 і визначають положення малої осі еліпса, яка перпендикулярна до великої осі. Проводимо через проекцію 32(42) допоміжну січну площину горизонтального рівня Q (Q_2), яка перпендикулярна до осі конуса. У перерізі отримуємо коло-паралель радіуса R . Горизонтальна проекція малої осі 3141 вийде, як перетин вертикальної лінії зв'язку з 32(42) і кола-паралелі радіусом R . Профільну проекцію малої осі 3343 отримуємо, враховуючи координату Y точок 3 і 4.

Точки 5 і 6 – це точки перетину січної площини Σ з контурними профільними твірними конуса. Їх фронтальні проекції 5_2 і 6_2 збігаються на площині Π_2 і лежать в точці перетину фронтального сліду площини Σ_2 з віссю симетрії конуса. За допомогою ліній зв'язку спочатку будуємо профільні проекції 5_3 і 6_3 , а потім з урахуванням їх Y координати горизонтальні – 5_1 і 6_1 .

Точки 7 і 8 знаходять як і 3, 4, використовуючи січну площину Q_1' .

Натуральну величину перерізу знаходимо аналогічно, як для циліндра.

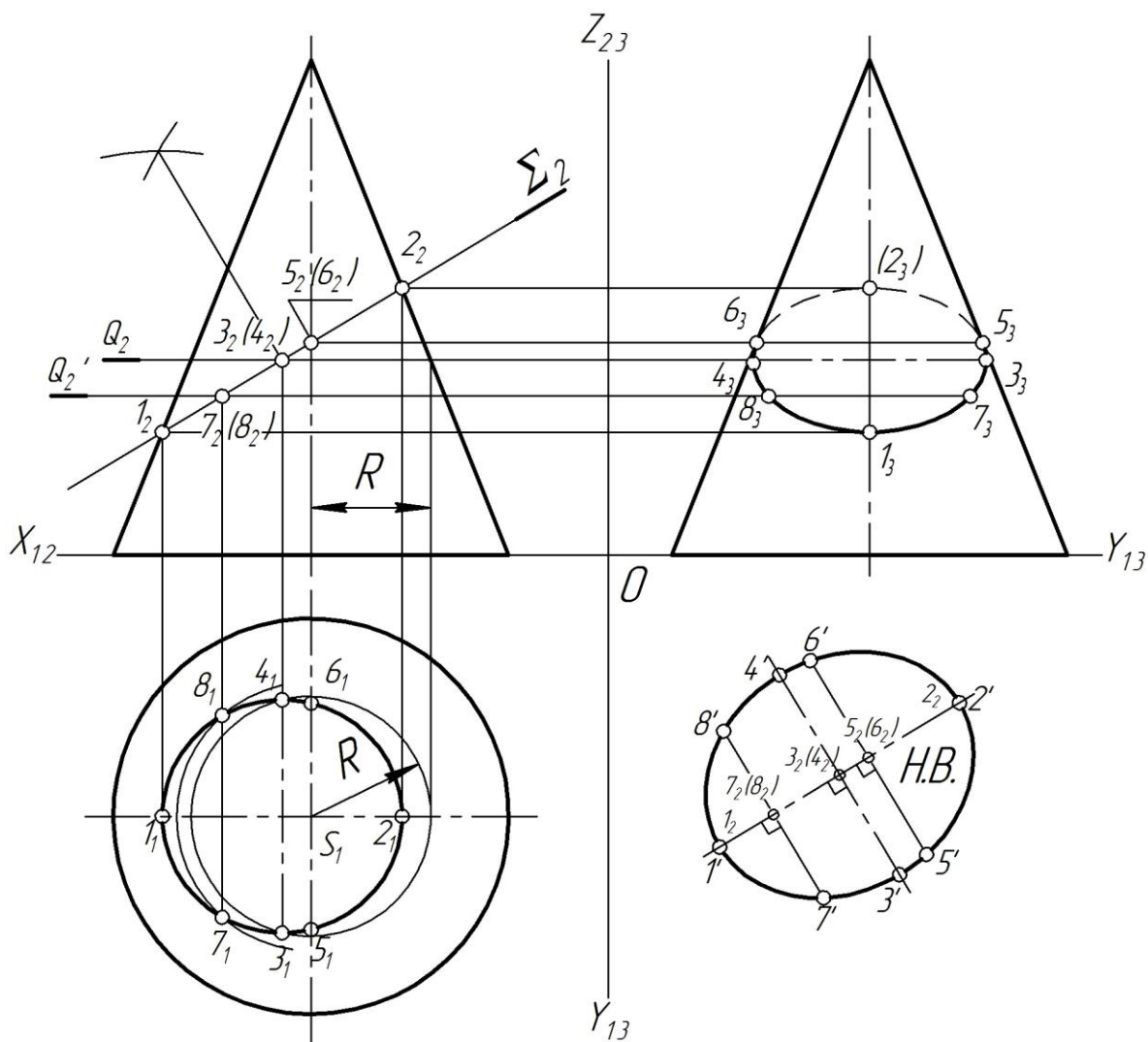


Рисунок 2.21

2.3 Сфера

Сферичну поверхню можна отримати, якщо півколо АКВ обернути навколо діаметра АВ (рисунок 2.22).

Пряма i – *вісь обертання*, дуга АКВ – *твірна поверхні*. Всі точки сферичної поверхні рівновіддалені від однієї точки – *центра сфери*. Довільна пряма, що проходить через центр сфери – *вісь симетрії*.

Сфера – поверхня, яка утворена обертанням кола по своєму діаметру. Сфера – нелінійчата поверхня обертання. І твірна, і напрямна сфери – коло. У сфери екватор і меридіани є колами одного діаметра, тобто рівні між собою.

На сфері виділяють такі характерні лінії:

1) *паралелі* – це кола, що отримані при перерізі сфери площинами, які перпендикулярні до її вертикальної осі. Найбільша паралель, що проходить через центр сфери – *екватор*;

2) *меридіани* – кола, що отримані при перерізі сфери площинами, які проходять через вертикальну вісь обертання. Головними є *фронтальний* і *профільний меридіани*.

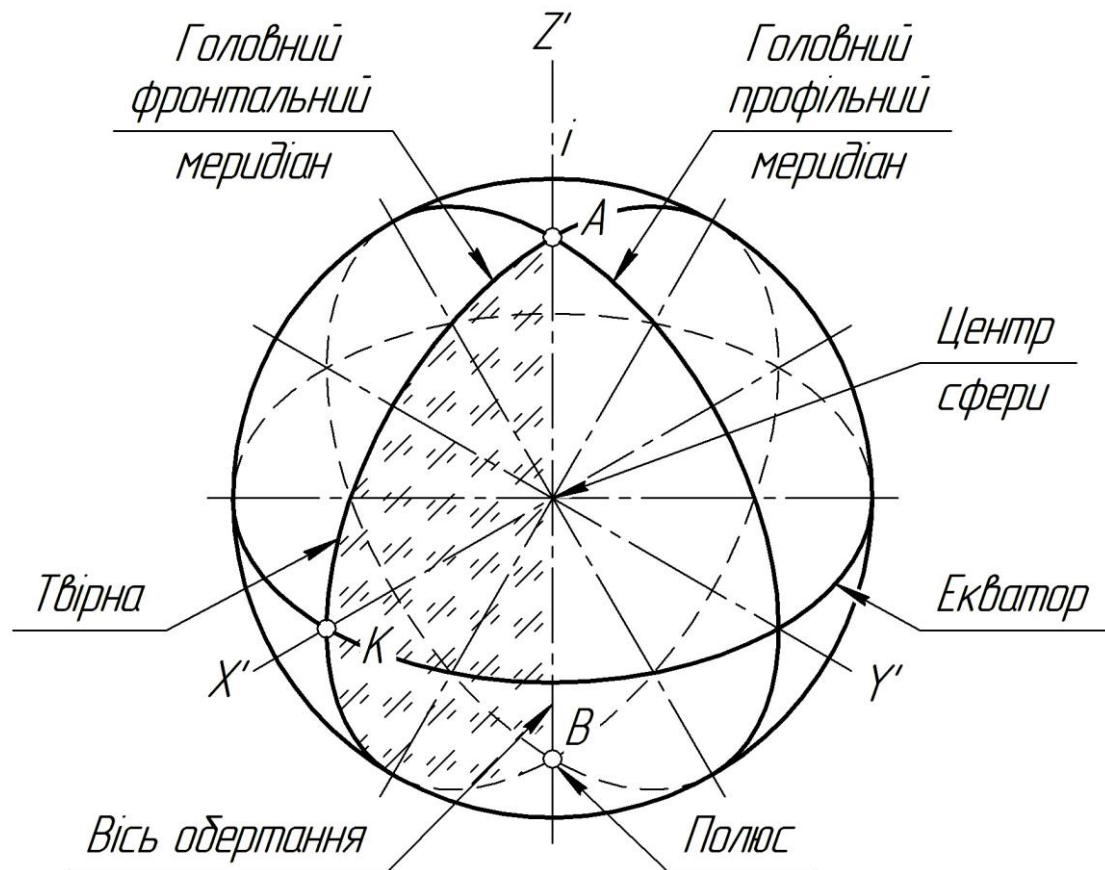
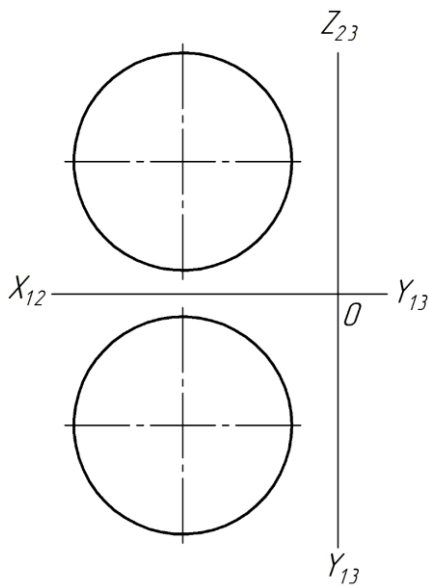


Рисунок 2.22

Приклад 2.3 Розглянемо сферу (рисунок 2.23). Вона задана двома проекціями – горизонтальною і фронтальною.



Для побудови профільної проєкції сфери необхідно відкласти від осі Z_{23} координату Y осі сфери і провести коло діаметром $D_{\text{сфери}}$ (рисунок 2.24). Таким чином, на всі три площини проєкцій Π_1 , Π_2 , Π_3 сфера проєціюється у вигляді кіл, діаметри яких дорівнюють діаметру сфери $D_{\text{сфери}}$. На Π_1 без спотворення проєціюється екватор (Екв.), на Π_2 – фронтальний меридіан (Ф.М.), на Π_3 – профільний меридіан (П.М.).

Рисунок 2.23

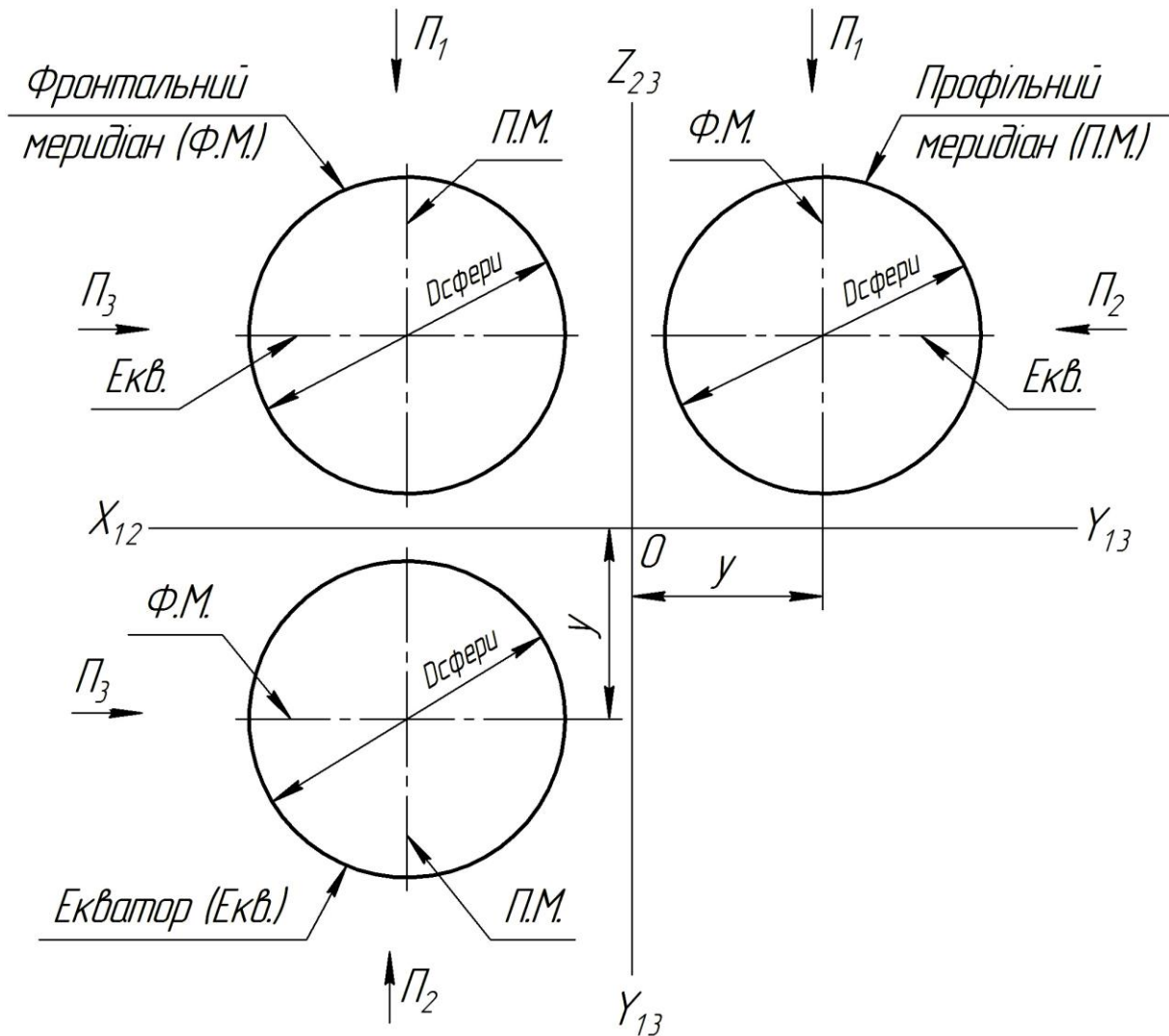


Рисунок 2.24

2.3.1 Точки на поверхні сфери

Розглянемо побудову проєкцій точок N , M і K , що належать до твірних сфери, а також E , F і G , які належать поверхні сфери (рисунок 2.25).

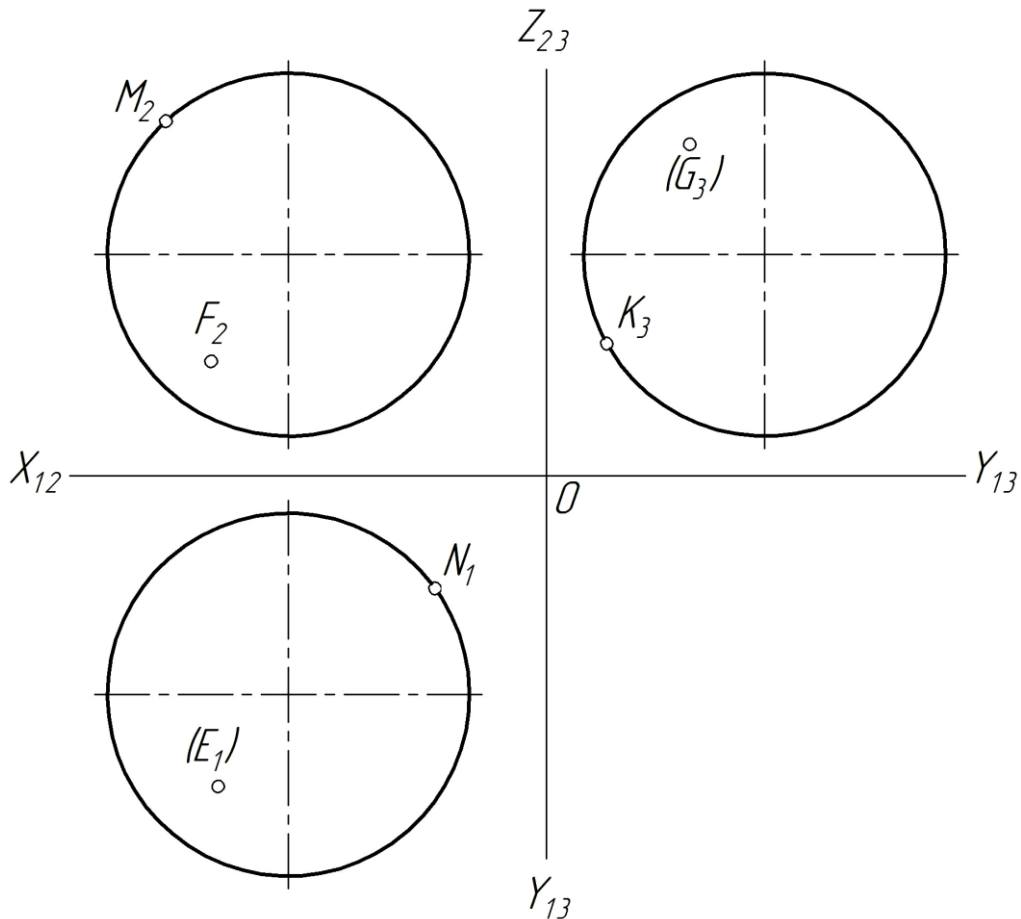


Рисунок 2.25

Сфера є поверхнею загального положення. Положення точки на поверхні сфери визначається за допомогою кола-паралелі, що проходить через цю точку на поверхні обертання. Видимість точок на сфері визначається при погляді на площину проєкцій Π_1 . На площині Π_1 видимі точки, які розташовані над екватором в площинах Π_2 і Π_3 .

Побудова проєкцій точки N . Дано: N_1 . Побудувати: N_2, N_3 .

Точка N (рисунок 2.26), що задана горизонтальною проєкцією N_1 , належить екватору сфери. По вертикальній лінії зв'язку N_1N_2 визначаємо фронтальну проєкцію N_2 , яка буде

невидимою. З урахуванням координати y_N і видимості точки N знаходимо положення профільної проекції N_3 , яка буде невидимою.

Побудова проєкцій точки M . Дано: M_2 . Побудувати: M_1 , M_3 .

Точка M (рисунок 2.26), що задана фронтальною проєкцією M_2 , належить фронтальному меридіану сфери. По вертикальній лінії зв'язку M_2M_1 визначаємо горизонтальну проєкцію M_1 , яка буде видимою. По горизонтальній лінії зв'язку M_2M_3 визначаємо положення профільної проєкції M_3 , яка буде видимою.

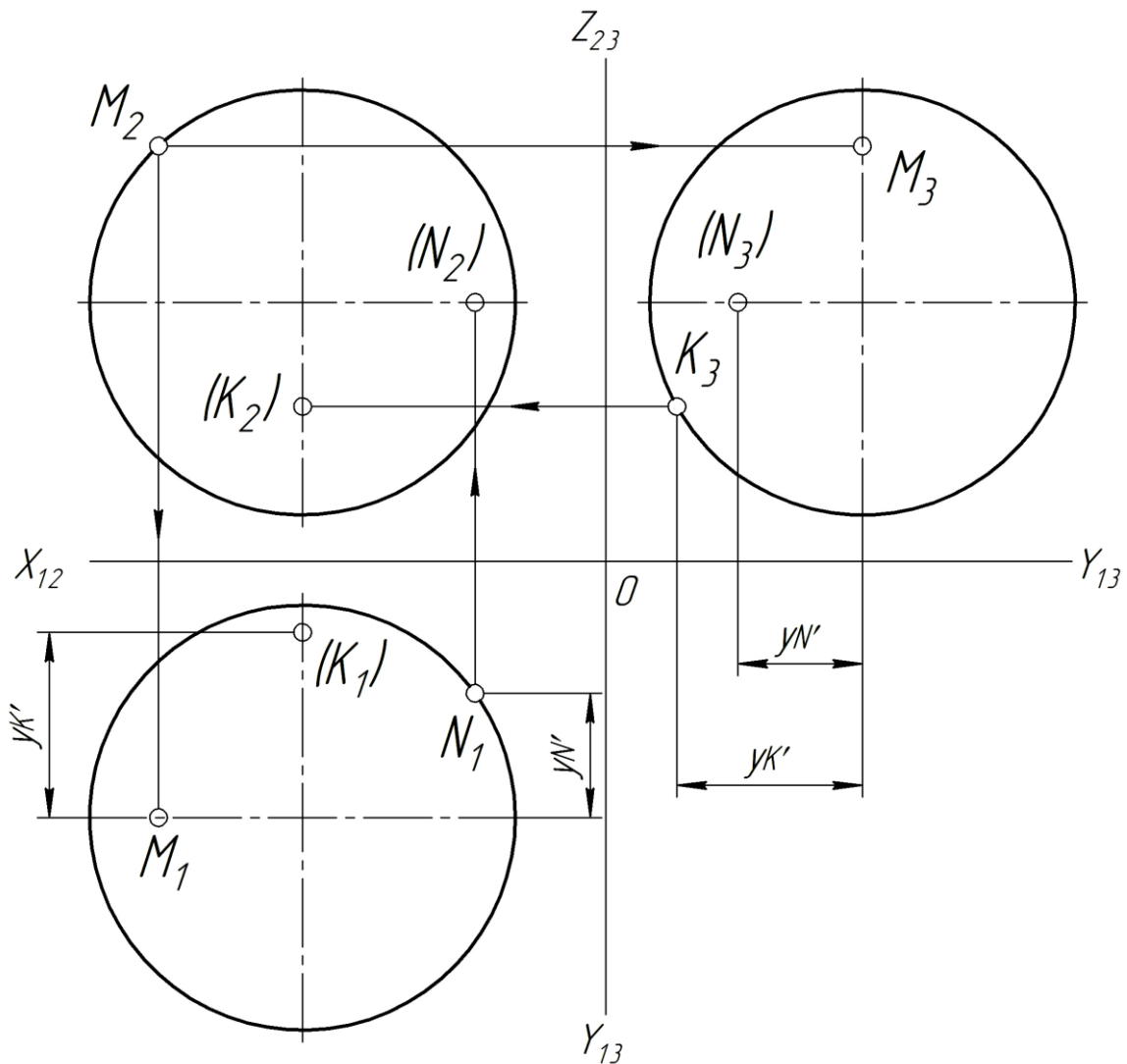


Рисунок 2.26

Побудова проєкцій точки K . Дано: K_3 . Побудувати: K_1 , K_2 .

Точка К (рисунок 2.26), що задана профільною проекцією K_3 , належить профільному меридіану сфери. По горизонтальній лінії зв'язку K_3K_2 визначаємо положення фронтальної проекції K_2 , яка буде невидимою. З урахуванням координати $u_{K'}$ і видимості точки К знаходимо положення горизонтальної проекції K_1 , яка буде невидимою.

Побудова проєкцій точки Е. Дано: E_1 . Побудувати: E_2, E_3 .

Точка Е (рисунок 2.27), що задана горизонтальною проєкцією E_1 , належить поверхні сфери. Щоб побудувати дві інші проєкції точки, через E_1 проводять допоміжну площину фронтального рівня Q (Q_1), яка розсікає сферу по колу-паралелі радіуса R . Радіус R кола-паралелі визначається як відстань від осі до твірної (екватора). Цим радіусом проводять коло на фронтальній площині проєкцій і з E_1 проводять вертикальну лінію зв'язку E_1E_2 до перетину з цим колом у точці E_2 . Проєкція E_2 буде видимою. Профільна проєкція E_3 визначається по горизонтальній лінії зв'язку E_2E_3 з урахуванням координати $u_{E'}$ і буде видимою.

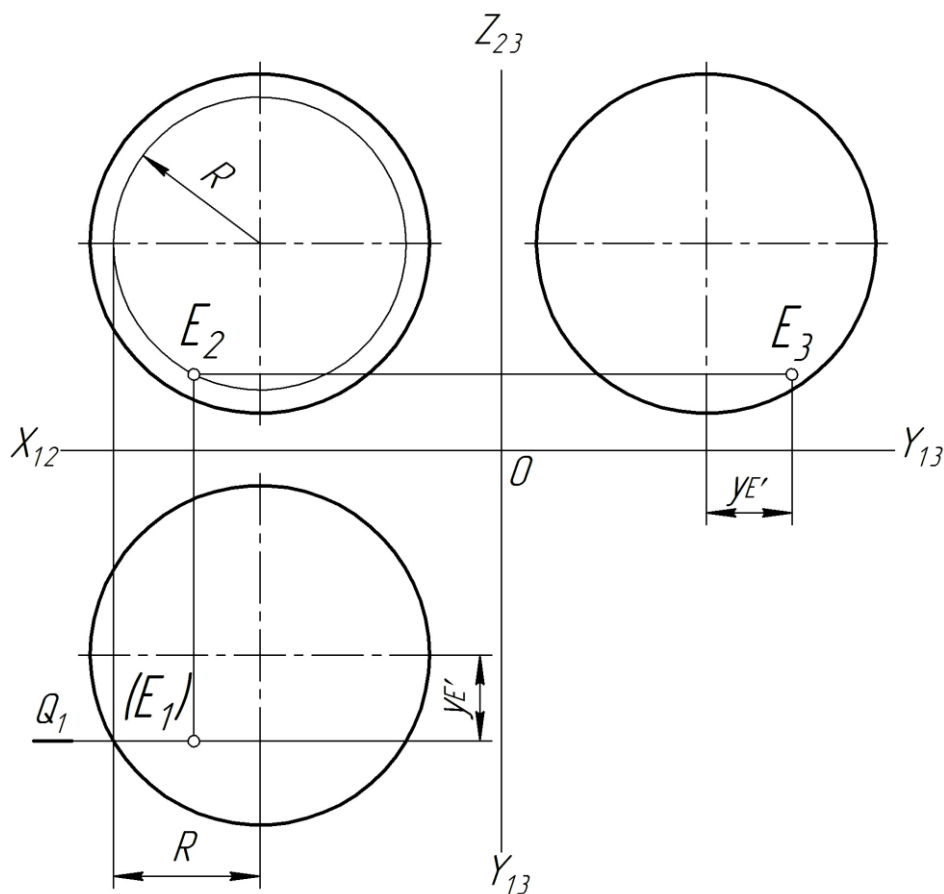


Рисунок 2.27

Побудова проєкцій точки F . Дано: F_2 . Побудувати: F_1, F_3 .

Точка F (рисунок 2.28), що задана фронтальною проєкцією F_2 , належить поверхні сфери. Щоб побудувати дві інші проєкції точки, через F_2 проводять допоміжну площину горизонтального рівня Q (Q_2), яка розсікає сферу по колу-паралелі радіуса R . Радіус R кола-паралелі визначається як відстань від осі до твірної (фронтального меридіана). Цим радіусом проводять коло на горизонтальній площині проєкцій і з F_2 проводять вертикальну лінію зв'язку F_2F_1 до перетину з цим колом у точці F_1 . Проєкція F_1 буде невидимою. Профільна проєкція F_3 визначається по горизонтальній лінії зв'язку F_2F_3 з урахуванням координати y_F і буде видимою.

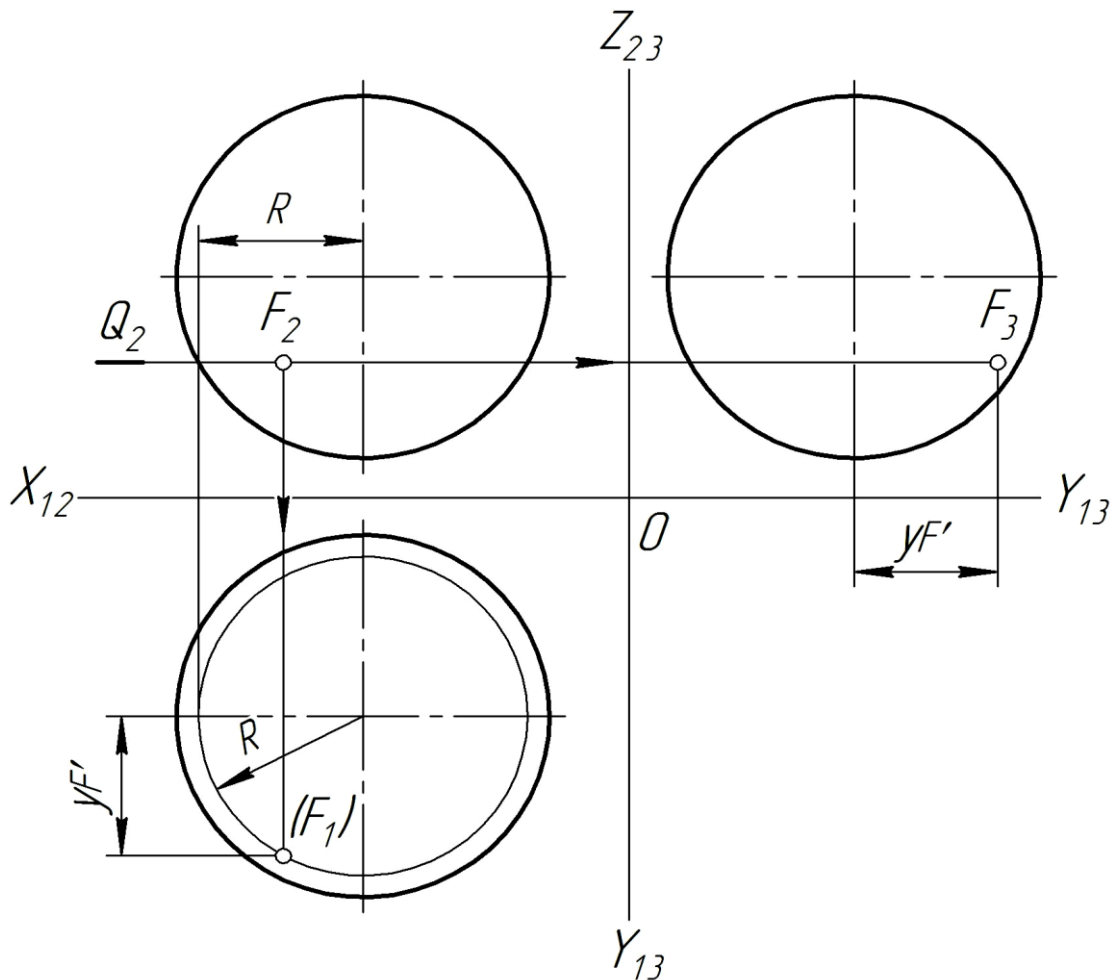


Рисунок 2.28

Побудова проєкцій точки G . Дано: G_3 . Побудувати: G_1, G_2 .

Точка G (рисунок 2.29), що задана профільною проєкцією G_3 , належить поверхні сфери. Щоб побудувати дві інші проєкції

точки, через G_3 проводять допоміжну площину горизонтального рівня T , яка розсікає сферу по колу-паралелі радіуса R^* . Радіус R^* кола-паралелі визначається як відстань від осі до твірної (профільного меридіана). Цим радіусом проводять коло на горизонтальній площині проєкцій і з урахуванням координати $y_{G'}$ знаходять проєкцію точки G_1 , яка буде видимою. Фронтальна проєкція G_2 визначається як точка перетину вертикальної лінії зв'язку G_1G_2 і горизонтальної G_3G_2 . Проєкція G_2 буде невидимою.

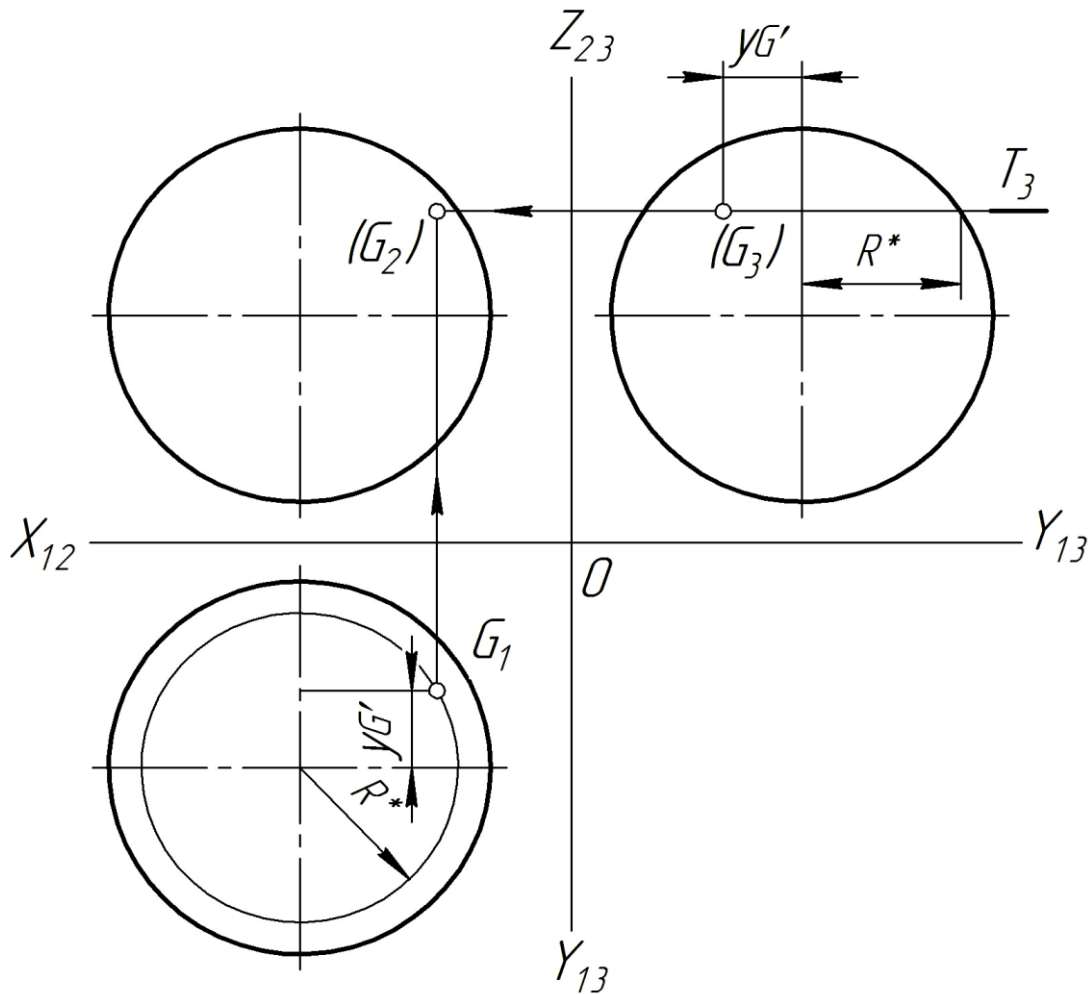


Рисунок 2.29

2.3.2 Переріз сфери

Незалежно від нахилу січної площини вона завжди розсікає сферу *по колу*, яке проєціюється у вигляді відрізка прямої, еліпса або кола в залежності від положення січної площини по відношенню до площини проєкцій.

На рисунку 2.30 наведено побудову перерізу сфери горизонтально-проекціювальною площиною Σ . У перерізі отримуємо коло. Його горизонтальна проекція $1_1 2_1$ збігається з горизонтальним слідом Σ_1 площини Σ . На площини Π_2 і Π_3 коло проєкціюється у вигляді еліпса. Мала вісь еліпса $1_2 2_2$ будується проєкціюванням і розташована на екваторі. Велика вісь еліпса $3_2 4_2$ проходить через середину малої осі перпендикулярно до неї і за величиною дорівнює відрізку $1_1 2_1$ ($3_2 4_2 = 1_1 2_1$), тобто діаметру цього кола.

Точки 5, 6, 7, 8 – опорні точки даного перерізу – визначають видимість еліпса на фронтальній та профільній проєкціях.

Натуральна величина перерізу сфери – це коло діаметром $1_1 2_1$.

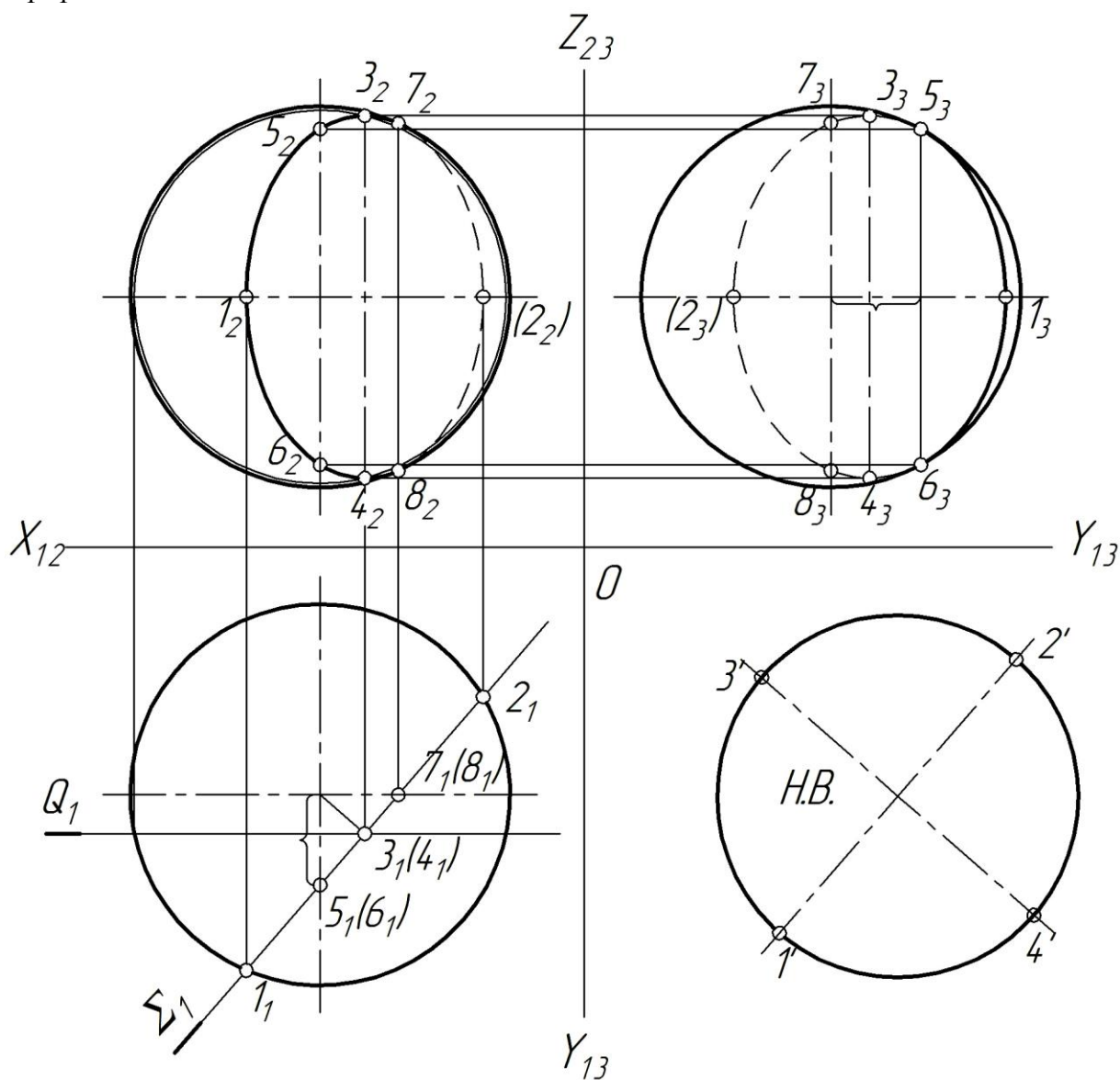


Рисунок 2.30

2.4 Тор

Тор – поверхня, яка утворена обертанням кола навколо осі, що лежить в площині кола, але не проходить через його центр.

Різновиди тора:

– *відкритий* (тор – кільце), якщо радіус кола твірної менше відстані від центра кола до осі обертання (рисунок 2.31, а). Поверхня кільця нагадує рятувальний круг;

– *закритий*, якщо радіус кола твірної дорівнює відстані від центра кола до осі обертання (рисунок 2.31, б);

– *тор із самоперетином*, якщо радіус кола твірної більше відстані від центру до осі обертання (рисунок 2.31, в). Поверхня нагадує яблуко;

– *лимоноподібний тор* (рисунок 2.31, г), якщо обертається менша дуга кола. Поверхня є перехідною від поверхні закритого типу до поверхні відкритого типу і нагадує лимон.

Для відкритого і закритого тора твірна є коло, а для тора із самоперетином – дуга кола.

Окремим випадком тора можна вважати сферу.

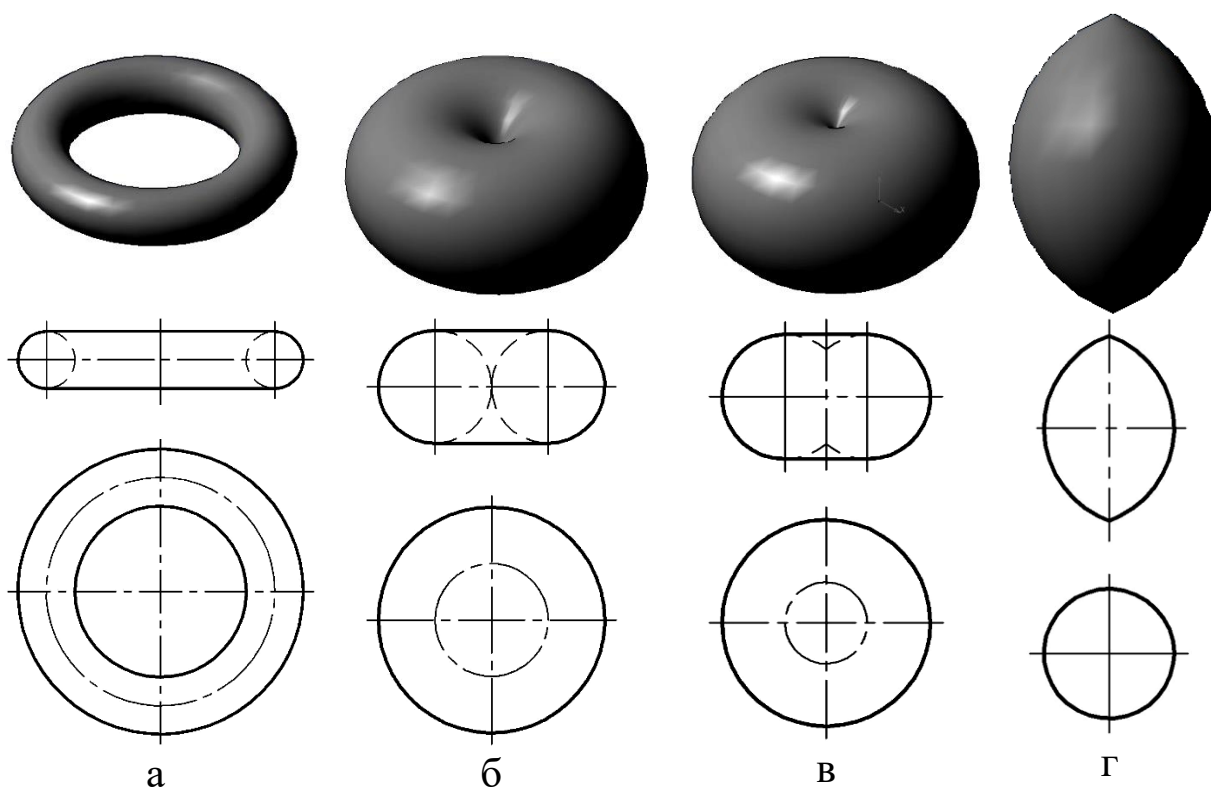


Рисунок 2.31

Приклад 2.4 Розглянемо тор-кільце (рисунок 2.32, а). Він заданий двома проекціями – горизонтальною і фронтальною. Для побудови профільної проекції тора необхідно провести горизонтальні лінії зв'язку. Потім відкласти від осі Z_{23} координату Y осі тора і, враховуючи радіус R_T і діаметр D , добудувати профільну проекцію тора, як показано на рисунку 2.32, б.

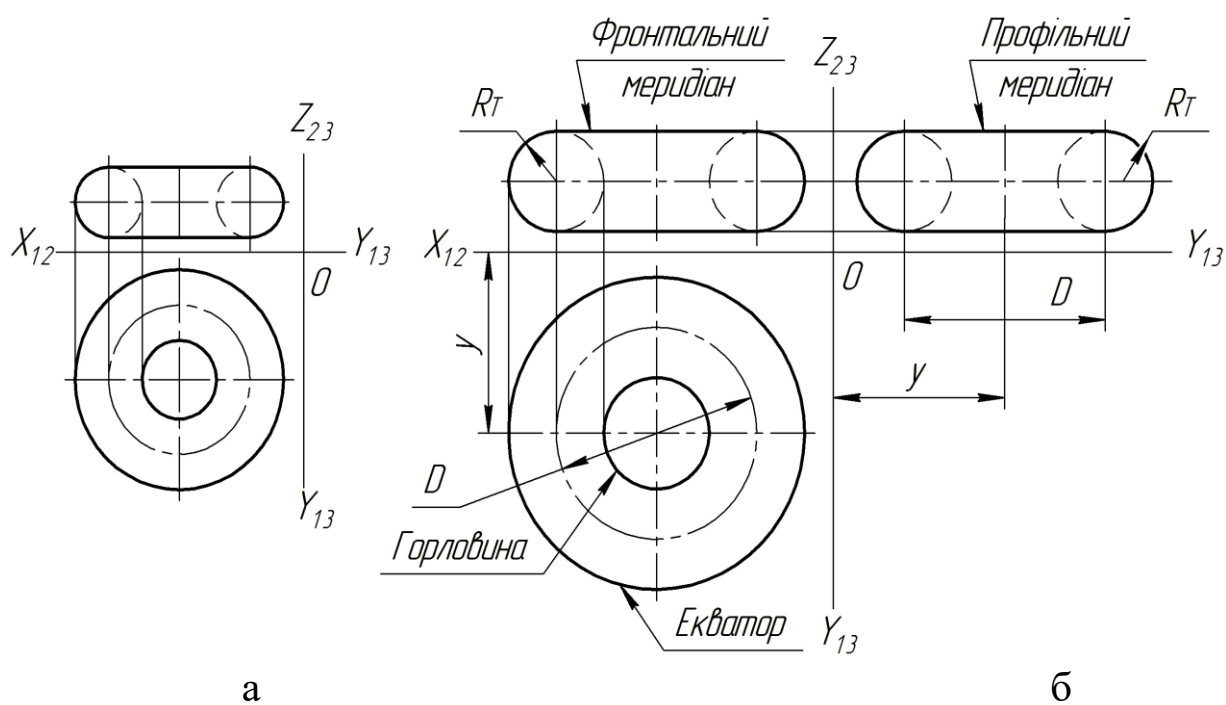


Рисунок 2.32

Приклад 2.5 Розглянемо інше розташування тора. На рисунку 2.33, а поданий двома проекціями тор-кільце (зображена половина). Побудову профільної проекції показано на рисунку 2.33, б.

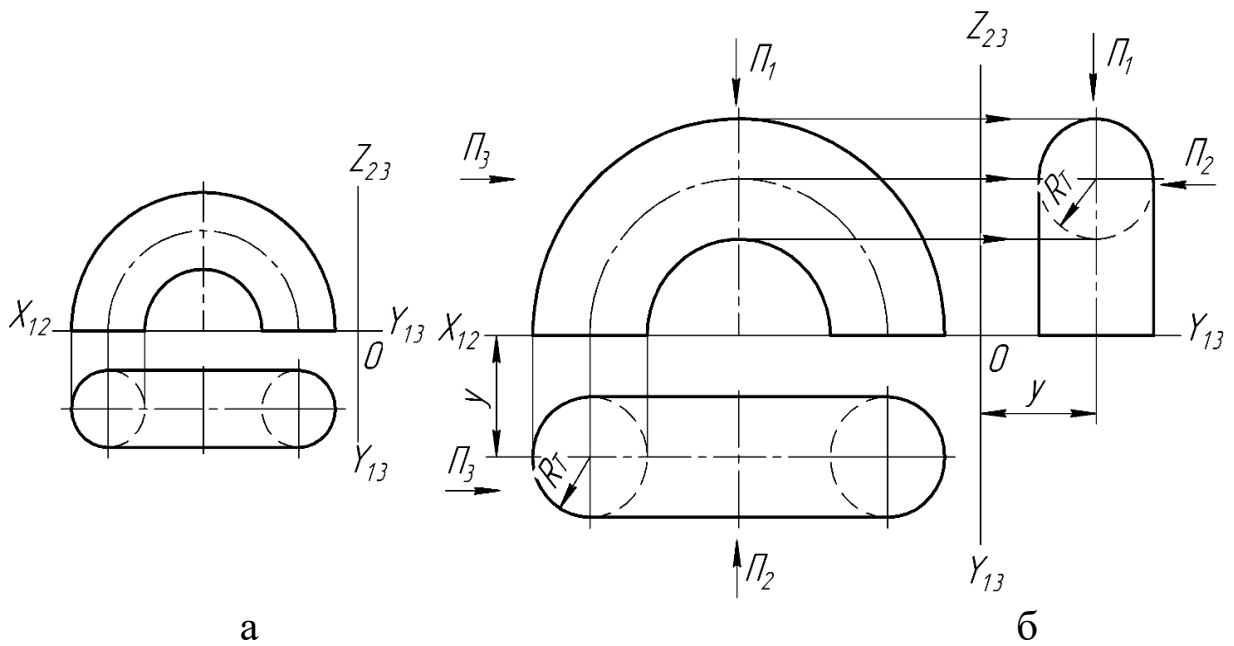


Рисунок 2.33

2.4.1 Точки на поверхні тора

Розглянемо побудову проєкцій точки N , що належить екватору, точок F і G , які належать фронтальному меридіану (рисунок 2.34, а), а також K і M , що належать поверхні тора-кільця (рисунок 2.34, б).

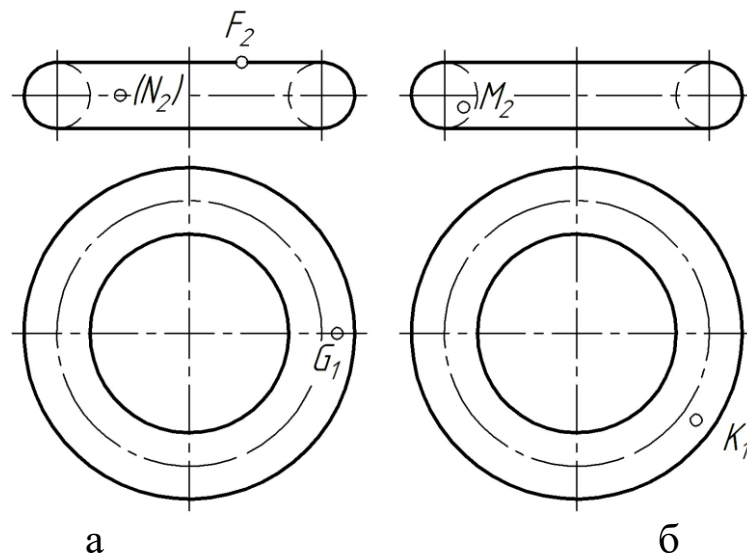
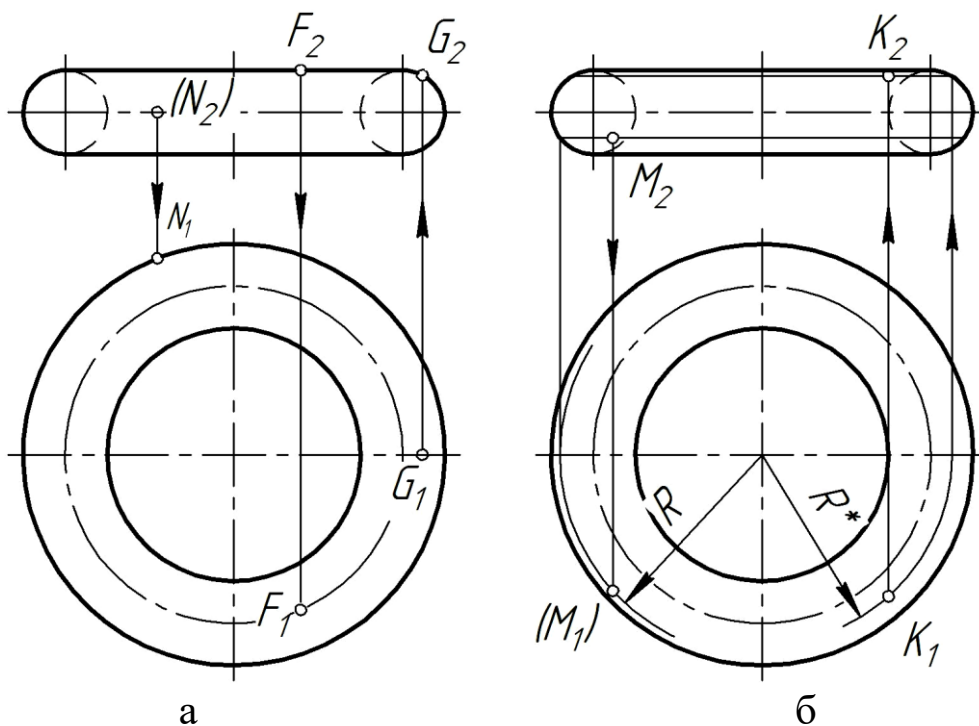


Рисунок 2.34

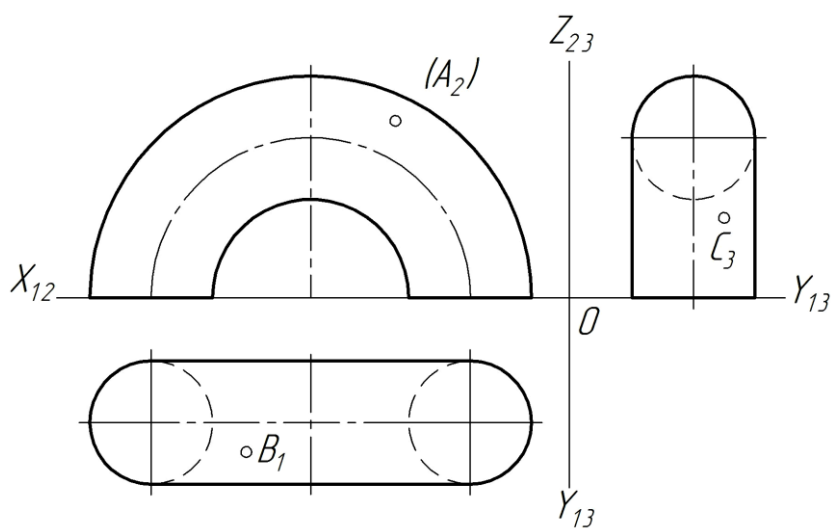
Побудову проєкцій точок на поверхні тора виконують за допомогою кіл-паралелей, як і на поверхні сфери. Побудова точок N , F і G наведена на рисунку 2.35, а. Точки M і K

будуються за допомогою кіл-паралелей відповідно радіусами R – для точки M і R^* – для точки K (рисуюнок 2.35, б).



Рисуюнок 2.35

Розглянемо побудову проєкцій точок A , B і C , що належать поверхні тора-кільця (рисуюнок 2.36).



Рисуюнок 2.36

Побудова проєкцій точки A . Дано: A_2 . Побудувати: A_1 , A_3 .

Точка А (рисунок 2.37), що задана фронтальною проекцією A_2 , належить поверхні тора. Через A_2 проводимо коло-паралель радіусом R_A . По вертикальній лінії зв'язку A_2A_1 визначаємо горизонтальну проекцію A_1 , яка буде видимою. По горизонтальній лінії зв'язку A_2A_3 з урахуванням координати $y_{A'}$ визначаємо положення профільної проекції A_3 , яка буде невидимою.

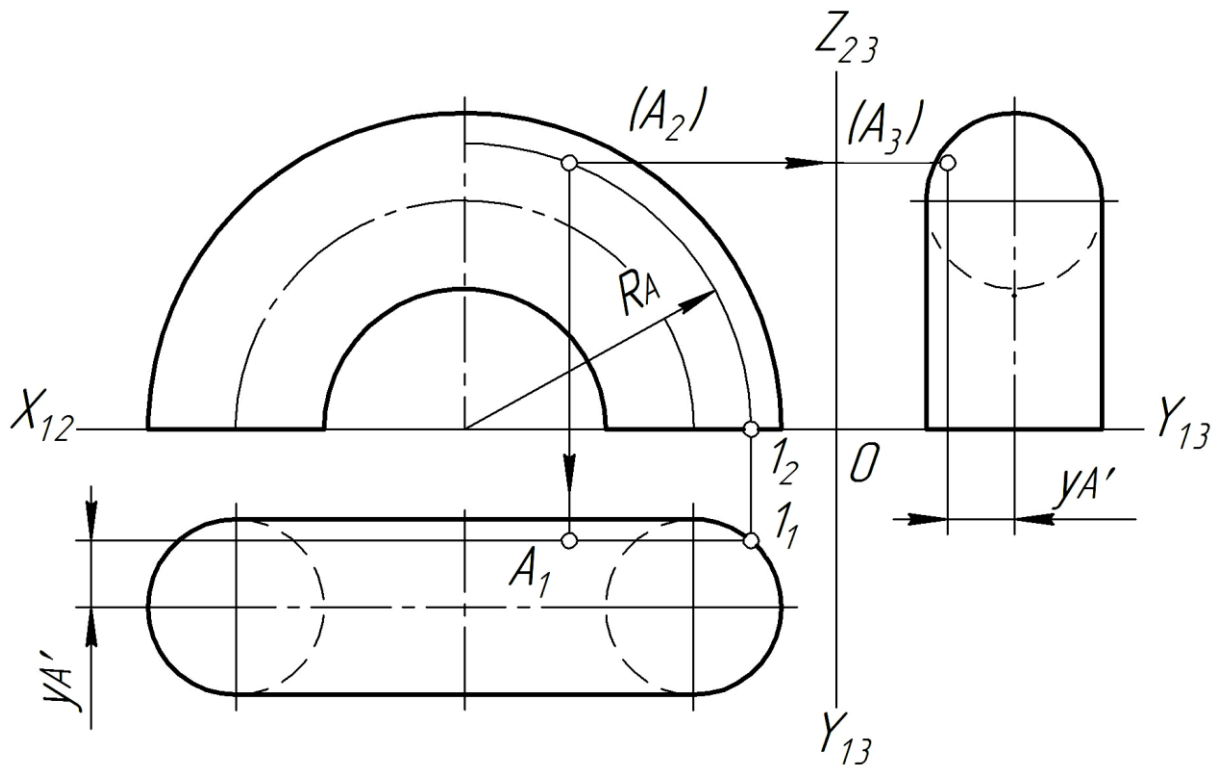


Рисунок 2.37

Побудова проєкцій точки В. Дано: V_1 . Побудувати: V_2, V_3 .

Точка В (рисунок 2.38), що задана горизонтальною проекцією V_1 , належить поверхні тора. Через V_1 проводимо додаткову січну фронтальну площину рівня Q (Q_1), від якої у перерізі отримуємо коло-паралель радіусом R_B . На фронтальній проекції тора проводимо коло радіусом R_B . Перетин цього кола і вертикальної лінії зв'язку V_1V_2 визначає фронтальну проекцію V_2 , яка буде видимою. З урахуванням координати $y_{B'}$ знаходимо положення профільної проекції V_3 , яка буде видимою.

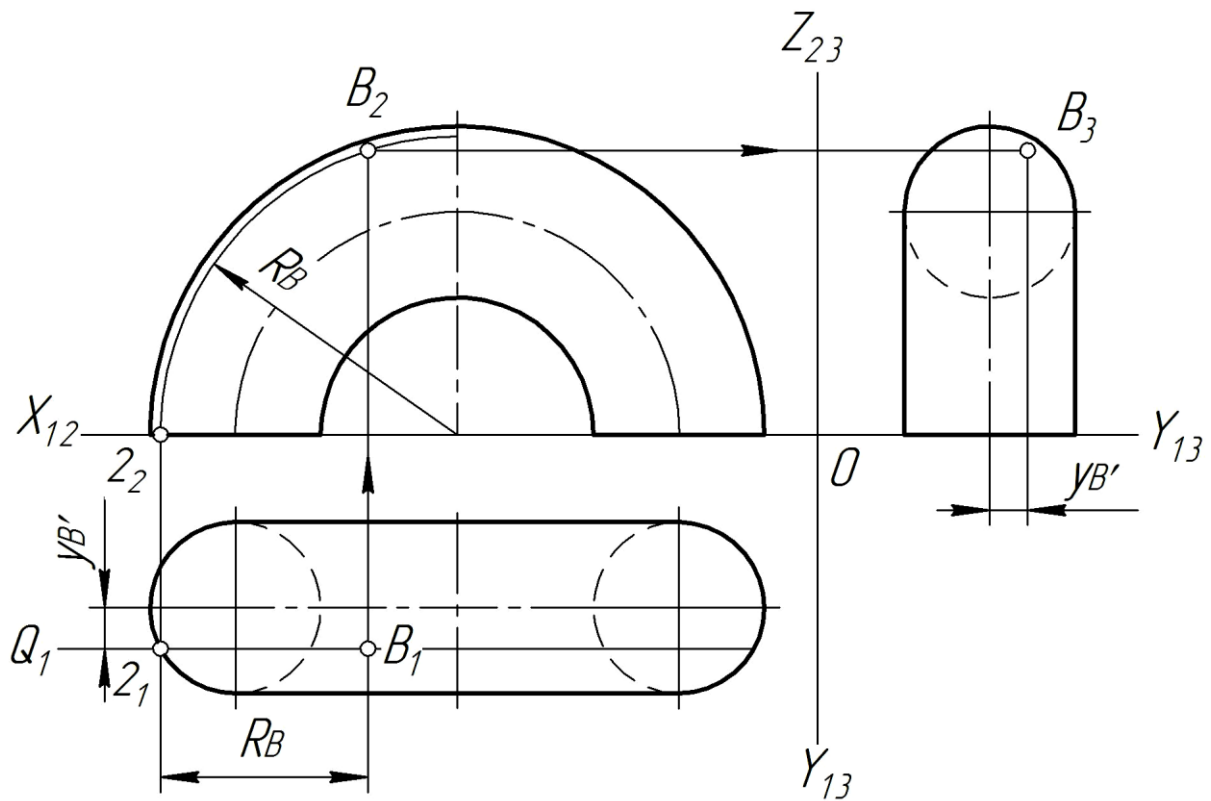


Рисунок 2.38

Побудова проєкцій точки С. Дано: C_3 . Побудувати: C_1, C_2 .

Точка С (рисунок 2.39), що задана профільною проєкцією C_3 , належить поверхні тора. З урахуванням координати $u_{C'}$ і кола-паралелі радіуса R_C , проводячи горизонтальну лінію зв'язку C_3C_2 , знаходимо положення фронтальної проєкції C_2 , яка буде видимою. По вертикальній лінії зв'язку C_2C_1 визначаємо положення горизонтальної проєкції C_1 , яка буде видимою.

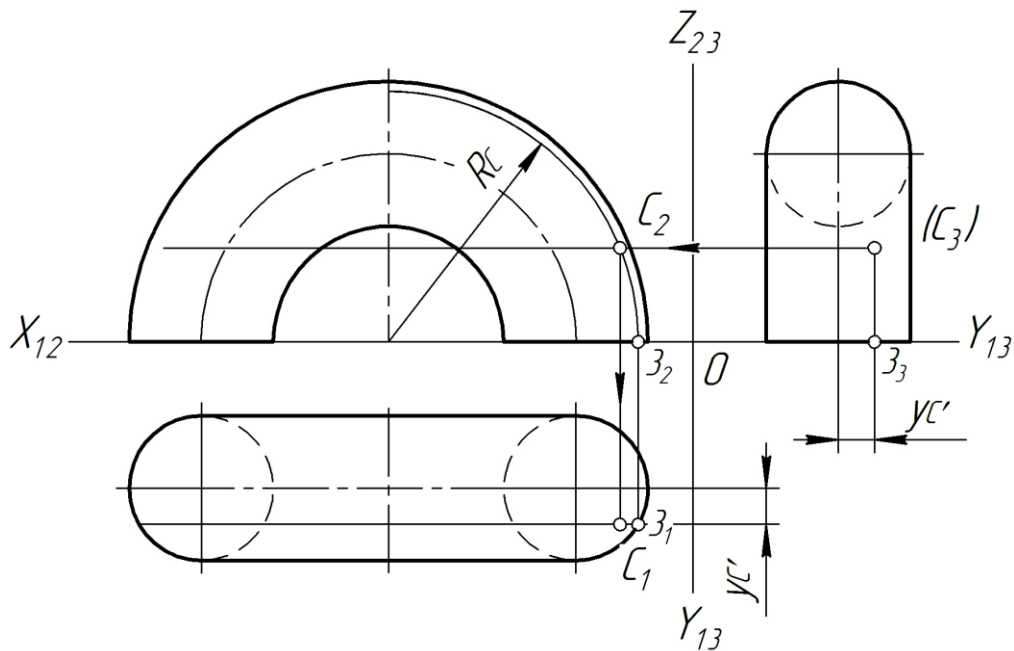


Рисунок 2.39

2.4.2 Переріз тора

На рисунку 2.40 показано побудову перерізу тора-кільця (зображена половина) фронтально-проекціовальною площиною Σ .

Точки 1 і 8 лежать на фронтальному меридіані тора і в площині Π_1 проєкціюються на горизонтальну вісь (1_1 і 8_1), а в площині Π_3 проєкціюються на вертикальну вісь (1_3 і 8_3).

Точки 4 і 5 визначають найширше місце перерізу, їх положення знаходимо за допомогою перпендикуляра, опущеного з центра фронтальної проєкції на січну площину Σ – проєкції точок 4_2 і 5_2 . Проєкції 4_1 і 5_1 визначаємо за допомогою кола-паралелі радіусом R . З урахуванням координати y точок 4 і 5 будемо профільні проєкції точок 4_3 і 5_3 .

Аналогічно будемо проєкції допоміжних точок перерізу 2 і 3, 6 і 7. Побудови виконуємо за допомогою кола-паралелі, що має радіус R^* і проходить через точки 2, 3, 6 і 7.

Натуральну величину перерізу визначаємо методом заміни площин проєкцій. На осі, розташованій паралельно сліду Σ_2 , відкладаємо відстані, виміряні в площині Π_2 , з цих точок проводимо перпендикуляри, на яких відкладаємо відстані для точок 2 і 3, 4 і 5, 6 і 7, які виміряні в площині Π_1 . Отримані точки

з'єднуємо плавною кривою. Отримана крива перерізу нагадує еліпс, але це тільки зовнішня схожість, тому що крива перерізу тора виражається алгебраїчним рівнянням 4-го порядку.

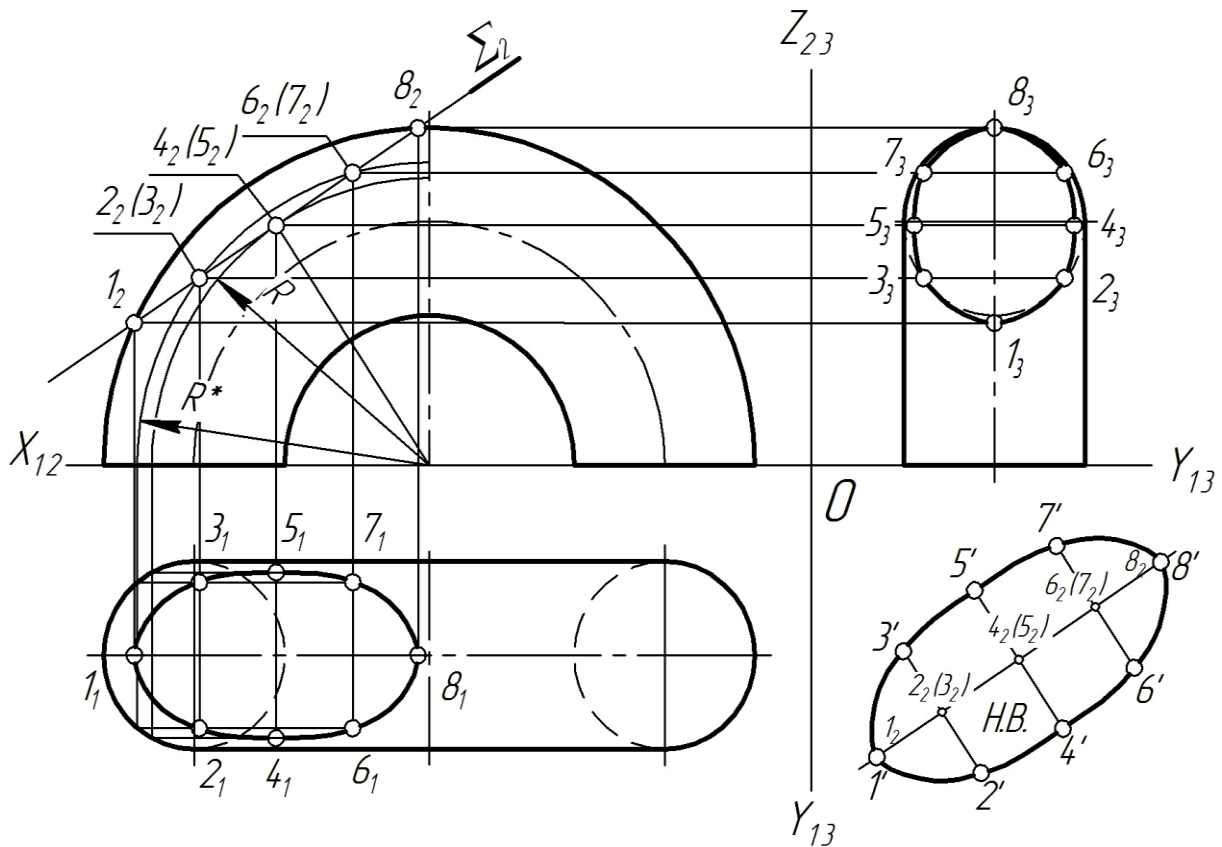


Рисунок 2.40

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- 1 Гордон, В.О. Курс начертательной геометрии [Текст] / В.О. Гордон, М.А. Семенцов-Огиевский. – М.: Высшая школа, 1998. – 270 с.
- 2 Хаскін, А.М. Креслення [Текст] / А.М. Хаскін. –К.: Вища школа, 1972. – 445 с.
- 3 Крылов, Н.Н. Начертательная геометрия [Текст] / Н.Н. Крылов. – М.: Высшая школа, 2000. – 224 с.
- 4 Михайленко, В.Є. Інженерна графіка [Текст]: підручник / В.Є. Михайленко, В.В. Ванін, С.М. Ковальов. – К.: Каравела, 2004. – 288 с.

5 Михайленко, В.Е. Инженерная графика [Текст]: учебник / В.Е. Михайленко, А.М. Пономарев. – К.: Вища школа, 1990. – 303 с.

6 Боголюбов, С.К. Инженерная графика [Текст]: учебник / С.К. Боголюбов. – 3-е изд., испр. и доп. – М.: Машиностроение, 2006. – 356 с.

