

**Український державний університет залізничного
транспорту**

Кафедра електротехніки та електричних машин

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

**до виконання контрольної роботи 4
з дисципліни**

«ЕЛЕКТРОТЕХНІКА ТА ЕЛЕКТРОМЕХАНІКА»

для студентів спеціальності

**«АВТОМАТИКА ТА АВТОМАТИЗАЦІЯ НА ТРАНСПОРТІ»
заочної форми навчання**

Харків 2015

Методичні вказівки розглянуто і рекомендовано до друку на засіданні кафедри «Електротехніка та електричні машини» 2 березня 2015 р., протокол № 8.

Укладачі:
доценти О.М. Ананьєва,
М.Г. Давиденко,
О.М. Прогонний

Рецензент
доц. О.Є. Зінченко

ЗМІСТ

Загальні вказівки	4
1 Розрахунок лінійних електричних кіл з урахуванням перехідних процесів	5
1.1 Задача 1	5
1.2 Методичні вказівки до розв'язання задачі 1	7
1.2.1 Загальні відомості	7
1.2.2 Послідовність розрахунку електричних кіл з урахуванням перехідних процесів класичним методом.	8
1.3 Приклад	11
1.3.1 Умова задачі	11
1.3.2 Розрахунок класичним методом	12
2 Розрахунок кола, яке має котушку з феромагнітним осердям	15
2.1 Задача 2	15
2.2 Методичні вказівки до розв'язання задачі 2.	18
3 Розрахунок електричного поля постійного струму в провідному середовищі	23
3.1 Задача 3	23
3.2 Методичні вказівки до розв'язання задачі 3	24
Список літератури	26

ЗАГАЛЬНІ ВКАЗІВКИ

Четверта контрольна робота передбачає виконання студентами трьох задач:

1 Розрахунок перехідних процесів у колі з джерелом постійної напруги.

2 Розрахунок електричного кола, яке має котушку з феромагнітним осердям.

3 Розрахунок електричного кола постійного струму в провідному середовищі.

Контрольні завдання мають 100 варіантів. Варіанти одного й того ж завдання відрізняються один від одного схемами й числовими значеннями заданих величин.

Вихідні розрахункові дані до задач визначають за двома останніми цифрами шифру студента: за передостанньою цифрою вибирають номер схеми, а за останньою – номер рядка в таблиці.

Вимоги, згідно з якими мають бути оформлені контрольні роботи, встановлені ДСТУ 3008 – 95. Виконавцям слід ретельно вивчати всі матеріали, дотримуватись викладених у них вимог при виконанні та оформленні контрольних робіт.

1 РОЗРАХУНОК ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ З УРАХУВАННЯМ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ

1.1 Задача 1

На рисунку 1.1 зображено електричне коло з джерелом ЕРС постійного струму.

Початкові розрахункові дані до задачі визначаються згідно з двома останніми цифрами номера залікової книжки студента: електрична схема кола – згідно з передостанньою цифрою (рисунок 1.1), номінали елементів кола – згідно з останньою цифрою (таблиця 1.1).

В електричному колі згідно з обраним варіантом у заданий момент часу виникає комутація – позначене на схемі стрілкою підключення або відключення ділянки кола до (від) усього кола або усього електричного кола до (від) джерела ЕРС. Режим роботи електричного кола до комутації вважати ustalеним.

Визначити з урахуванням перехідних процесів струм у нерозгалуженій частині кола після здійснення в колі комутації. Розрахунок зробити класичним методом. Побудувати графік залежності струму в нерозгалуженій частині електричного кола від часу.

Таблиця 1.1

Варіант	U, В	r_1 , Ом	r_2 , Ом	r_3 , Ом	L, мГн	C, мкф
1	20	5	10	4	10	15
2	25	10	12	8	12	20
3	30	15	15	12	15	25
4	35	5	20	15	20	30
5	40	10	25	20	10	35
6	45	15	10	4	12	40
7	50	5	12	8	15	45
8	55	10	15	12	20	50
9	60	15	20	15	10	25
0	65	20	25	20	15	30

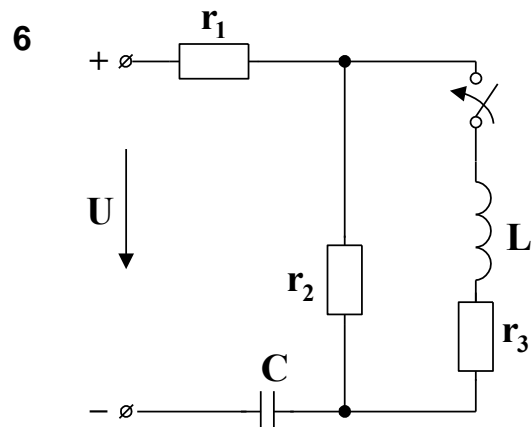
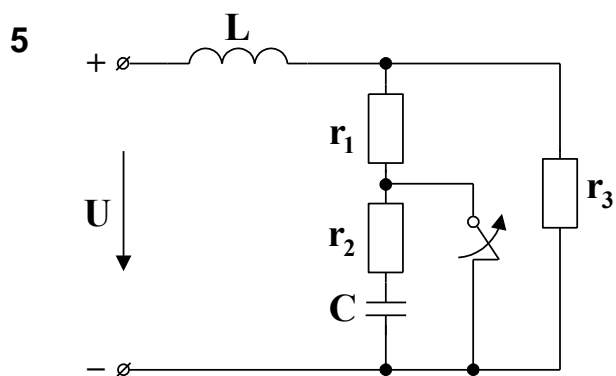
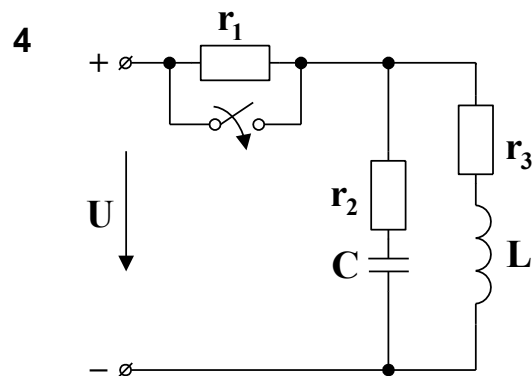
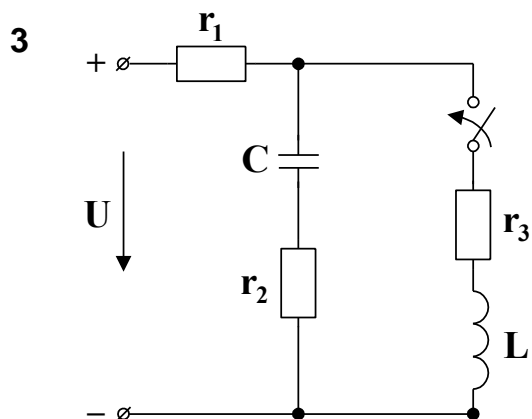
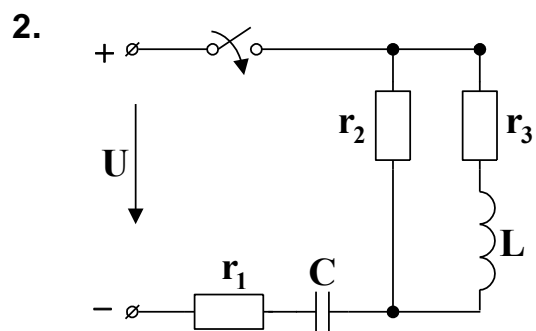
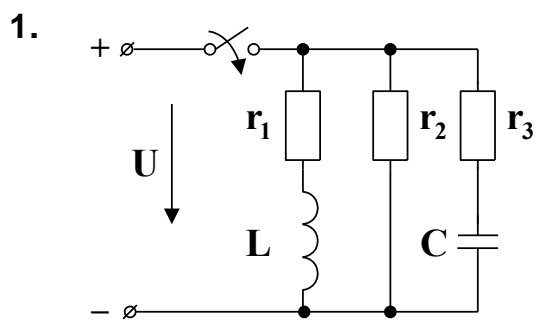


Рисунок 1.1

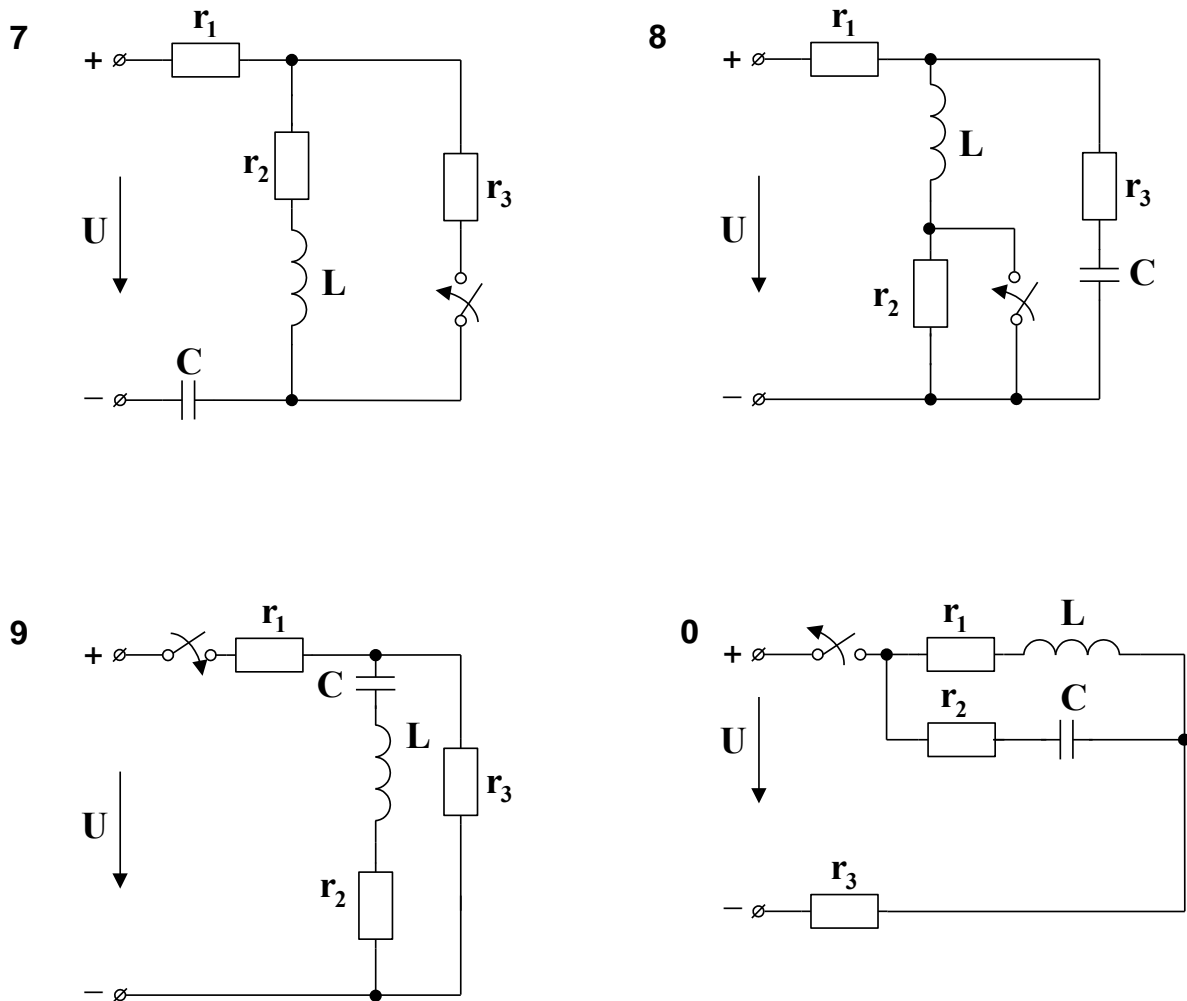


Рисунок 1.1, аркуш 2

1.2 МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ 1

1.2.1 Загальні відомості

Згідно з принципом накладання, справедливим для лінійних електричних кіл, перехідні струми та напруги відповідно до правила розв'язання лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь розкладаються (математично) на складові вільного режиму (як загальний розв'язок однорідного диференціального рівняння) і вимушеного режиму (частковий розв'язок неоднорідного диференціального рівняння).

У реальних електричних колах перехідний режим – згасаючий. Через проміжок часу, коли перехідний режим можна не враховувати, в колі встановлюється вимушений (усталений) режим.

Для перехідного режиму справедливі два закони, які математично можуть бути виражені так:

$$\dot{i}_L(0-) = \dot{i}_L(0); \mathbf{u}_C(0-) = \mathbf{u}_C(0)$$

Ці закони формулюються таким чином:

- у будь-якій вітці з індуктивністю струм і магнітний потік у момент комутації зберігають ті значення, які вони мали до комутації, і в подальшому змінюються, починаючи саме з цих значень;

- у будь-якій вітці, що містить конденсатор, падіння напруги і заряд на ньому зберігають у момент комутації ті значення, які вони мали до комутації, і в подальшому змінюються, починаючи саме з цих значень.

1.2.2 Послідовність розрахунку електричних кіл з урахуванням перехідних процесів класичним методом

Для електричного кола, конфігурація якого відповідає післякомутаційному періоду, задаючись довільними напрямками струмів, складають за I і II законами Кірхгофа систему незалежних диференціальних рівнянь для миттєвих значень струмів і напруг. Кількість рівнянь за I законом Кірхгофа дорівнює $(p-1)$, де p – кількість вузлів електричного кола; за II законом Кірхгофа – $[g-(p-1)]$, де g – кількість віток цього кола.

Методом послідовних підстановок із одного рівняння в інше (чи будь-яким іншим методом) виключають окремі невідомі для того, щоб отримати диференціальне рівняння з одним невідомим. Систему рівнянь розв'язують сумісно відносно одного невідомого (бажано струму в індуктивності або напруги на ємності). Порядок диференціального рівняння дорівнює наявній в колі кількості незалежних накопичувачів магнітної та електричної енергії (котушки індуктивності та ємності).

Загальний розв'язок отриманого рівняння знаходиться як сума вимушеної і вільної складової.

Частковий розв'язок виражає вимушений режим, що задається активними елементами кола. Якщо впливаюча функція – постійна або періодична, тоді вимушений струм буде одночасно і усталеним. У багатьох випадках впливаюча функція (джерело ЕРС або струму) може бути виражена в узагальненій формі $E_m e^{j\psi} e^{pt}$, де $p=c+j\omega$ – комплексне число. Умові $\omega=0$ відповідає впливаюча функція одного знака, яка має зростаючий ($c>0$), спадний ($c<0$) або незмінний ($c=0$) характер. У випадку $\omega\neq 0$ функція, що задається, – гармонічна із зростаючою ($c>0$), спадною ($c<0$) або незмінною ($c=0$) амплітудою.

Задавши $E_m e^{j\psi} e^{pt}$, визначають вимушений струм у вигляді $I_m e^{j\psi} e^{pt}$:

$$i_{\text{вм}}(t) = \frac{E_m e^{j\psi} e^{pt}}{Z(p)} = \frac{E_m e^{j\psi} e^{pt}}{Z(c+j\omega)}.$$

Залежно від схеми і постановки задачі $Z(p)$ означає узагальнений вихідний опір відносно затискачів джерела.

У випадку гармонічної ЕРС ($c=0$, $p=j\omega$) вимушений струм дорівнює усталеному гармонічному струму

$$i_{\text{вм}}(t) = \frac{E_m e^{j(\omega t + \psi)}}{Z(j\omega)}.$$

При постійній ЕРС ($E_m = E$, $p = 0$, $\psi = 0$) вимушений струм дорівнює усталеному постійному струму

$$I = \frac{E}{Z(0)},$$

де $Z(0)$ – узагальнений опір електричного кола відносно затискачів джерела при постійному струмі.

Таким чином, для визначення вимушеної складової використовуються методи, відомі з теорії кіл постійного чи синусоїдного струму.

Загальний розв'язок системи однорідних лінійних диференційних рівнянь фізично визначає поведінку електричного кола в перехідному режимі при відсутності в ньому зовнішніх джерел електричної енергії і при додатних початкових умовах. Функції, які визначаються загальним розв'язком, називаються вільними складовими (струмів, напруг).

Для визначення вільної складової попередньо складається характеристичне рівняння до раніше знайденого диференційного рівняння і визначаються корені цього характеристичного рівняння.

Якщо характеристичне рівняння має n коренів, то вільний струм у будь-якій вітці набуває вигляду:

$$i_{в.л}(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} + \dots + A_n e^{p_n t} = \sum_{k=1}^n A_k e^{p_k t},$$

де p_k – корені характеристичного рівняння;

A_k – сталі інтегрування.

Для визначення довільних сталих інтегрування складається і сумісно розв'язується система алгебраїчних рівнянь:

$$i(0) - i_{в.л}(0) = A_1 + A_2 + \dots + A_n = \sum_{k=1}^n A_k;$$

$$i'(0) - i'_{в.л}(0) = p_1 A_1 + p_2 A_2 + \dots + p_n A_n = \sum_{k=1}^n p_k A_k;$$

$$i''(0) - i''_{в.л}(0) = p_1^2 A_1 + p_2^2 A_2 + \dots + p_n^2 A_n = \sum_{k=1}^n p_k^2 A_k;$$

.....

.....

$$i^{(n-1)}(0) - i^{(n-1)}_{в.л}(0) = p_1^{(n-1)} A_1 + p_2^{(n-1)} A_2 + \dots + p_n^{(n-1)} A_n =$$

$$= \sum_{k=1}^n p_k^{(n-1)} A_k;$$

Значення $i(0), i'(0), \dots, i^{(n-1)}(0)$ знаходять з початкових умов, записавши диференційні рівняння при $t=0$. Значення $i_{\text{ВМ}}(0), i'_{\text{ВМ}}(0), \dots, i_{\text{ВМ}}^{(n-1)}(0)$ знаходять з виразів для $i_{\text{ВМ}}(t), i'_{\text{ВМ}}(t), \dots, i_{\text{ВМ}}^{(n-1)}(t)$ при $t=0$.

Якщо $p_k = -\delta_k$ є дійсним коренем m -ї кратності, розв'язок для цього кореня записується у вигляді

$$e^{-\delta_k t} \sum_{i=1}^m A_i t^{i-1}.$$

При комплексно-спряжених коренях $p_{1,2} = -\delta \pm j\omega_{\text{В}}$ диференційного рівняння другого порядку вільна складова струму може бути визначена за формулою

$$i_{\text{В}} = A e^{-\delta t} \sin(\omega_{\text{В}} t + \psi_i),$$

де δ – дійсна частина кореня (коефіцієнт згасання);

$\omega_{\text{В}}$ – уявна частині кореня (власна частота);

A та ψ_i – сталі інтегрування, які визначають з початкових умов.

1.3 Приклад

1.3.1 Умова задачі

В електричному колі (рисунок 1.3) опори $r_0 = r = 50 \text{ Ом}$, індуктивність $L=0,25 \text{ Гн}$, ємність $C=50 \text{ мкФ}$.

Постійна напруга джерела $U=100 \text{ В}$. Визначити закон зміни перехідного струму на нерозгалуженій ділянці кола і побудувати графік залежності цього струму від часу. Задачу розрахувати класичним та операторним методами.

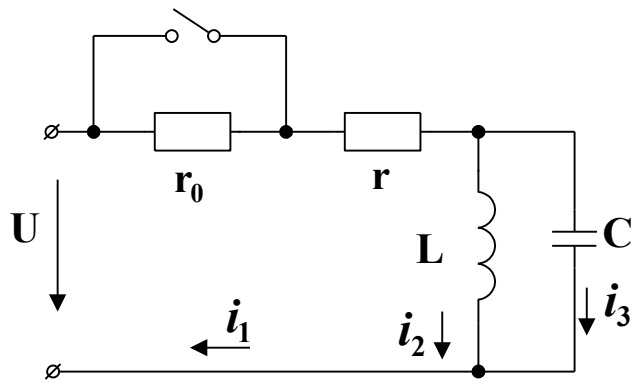


Рисунок 1.3

1.3.2 Розрахунок класичним методом

1.3.2.1 Розрахунок режиму до комутації (контакт розімкнений)

Струм у вітках кола

$$i_1(0_-) = i_2(0_-) = \frac{U}{r_0 + r} = 1\text{A}; \quad i_3(0_-) = 0$$

Напруга на конденсаторі $u_c(0_-) = 0$.

Згідно з першим законом комутації – $i_2(0_-) = i_2(0) = 1\text{A}$,
згідно з другим законом комутації – $u_c(0_-) = u_c(0) = 0$.

1.3.2.2 Розрахунок вимушеного режиму після комутації (контакт замкнений)

Струми у вітках кола

$$i_{1вм} = i_{2вм} = \frac{U}{r} = 2\text{A}, \quad i_{3вм} = 0.$$

1.3.2.3 Розрахунок шуканого струму та його похідної для моменту комутації ($t=0$)

Згідно із законами Кірхгофа складаємо рівняння для схеми після комутації:

$$i_1 = i_2 + i_3; \quad (1.1)$$

$$U = r i_1 + L \frac{di_2}{dt}; \quad (1.2)$$

$$U = r i_1 + \frac{1}{C} \int i_3 dt. \quad (1.3)$$

Використовуючи рівняння (1.3) для моменту $t=0$ з урахуванням того, що $u_c(0) = 0$, знайдемо

$$i_1(0) = \frac{U}{r} = 2A.$$

З розв'язку (1.1) для моменту $t=0$ розрахуємо $i_3(0) = i_1(0) - i_2(0) = 1A$. Знайдемо похідну шуканого струму.

Для цього продиференціюємо рівняння (1.3):

$$0 = r \frac{di_1}{dt} + \frac{i_3}{c},$$

звідки

$$\frac{di_1}{dt} = -\frac{i_3}{rc}.$$

Таким чином,

$$i_1'(0) = -\frac{i_3(0)}{rc} = -400A / c.$$

1.3.2.4 Визначення коренів характеристичного рівняння

Вихідний опір для схеми після комутації в операторній формі прирівнюємо до нуля:

$$Z(p) = r + \frac{Lp \frac{1}{Cp}}{Lp + \frac{1}{Cp}} = r + \frac{Lp}{LCp^2 + 1} = \frac{rLCp^2 + r + Lp}{LCp^2 + 1} = 0.$$

Характеристичне рівняння $\mathbf{rLCp^2 + Lp + r = 0}$, або

$$\mathbf{p^2 + \frac{1}{rC}p + \frac{1}{LC} = 0}$$

має два корені

$$\mathbf{p_{1,2} = -\frac{1}{2rC} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2rC}\right)^2 - \frac{1}{LC}}}$$

Після підстановки числових значень маємо:

$$\mathbf{p_1 = -200 + j200;}$$

$$\mathbf{p_2 = -200 - j200.}$$

Внаслідок того, що корені характеристичного рівняння є комплексно-спряженими, перехідний процес в електричному колі буде мати коливальний характер.

1.3.2.5 Визначення сталих інтегрування та закону зміни в часі шуканого струму

Перехідний струм у нерозгалуженій частині кола

$$\mathbf{i_1 = i_{1ВМ} + i_{1ВЛ} = i_{1ВМ} + Ae^{-\delta t} \sin(\omega_1 t + \varphi),}$$

а його похідна

$$\mathbf{\frac{di_1}{dt} = -\delta Ae^{-\delta t} \sin(\omega_1 + \varphi) + A\omega_1 e^{-\delta t} \cos(\omega_1 t + \varphi).}$$

Знаходимо значення струму та його похідної в момент часу $\mathbf{t=0}$:

$$\mathbf{i_1(0) = i_{1ВМ} + A \sin \varphi;}$$

$$\mathbf{i_1'(0) = -\delta A \sin \varphi + A\omega_1 \cos \varphi.}$$

Після підстановки числових значень отримаємо систему двох рівнянь

$$2 = 2 + A \sin \varphi,$$

$$-400 = -200A \sin \varphi + A 200 \cos \varphi.$$

Сумісне розв'язання цих рівнянь дає $A=-2$, $\varphi=0$.

Таким чином, шуканий струм

$$i_1 = 2 - 2e^{-200t} \sin 200t.$$

Для побудови графіка $i_1(t)$ треба розрахувати миттєві значення струмів для різних моментів часу, починаючи від нуля, через кожну мілісекунду у межах до одного півперіоду.

2 РОЗРАХУНОК КОЛА, ЯКЕ МАЄ КОТУШКУ З ФЕРОМАГНІТНИМ ОСЕРДЯМ

2.1 Задача 2

Електричне коло (рисунок 2.1) має котушку з феромагнітним осердям. Індукція магнітного поля в осерді змінюється за синусоїдальним законом. Крива намагнічування осердя задана в таблиці 2.1.

Таблиця 2.1

B, Тл	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,6	1,7	1,75
H, А/м	100	120	140	160	200	250	350	500	700	1000	1800	2500	3000

Параметри елементів схеми, максимальна величина магнітної індукції B_n , довжина l середньої магнітної лінії і поперечний переріз S осердя наведені в таблиці 2.2. Залежність кривої намагнічування записується виразом $H=aB+bB^3$.

Необхідно:

1) знайти коефіцієнти a і b виразу, вибираючи на кривій намагнічування точки

$$H_1=250 \text{ А/м}, \quad B_1=1 \text{ Тл}, \quad H_2=1000 \text{ А/м}, \quad B_2=1,4 \text{ Тл}.$$

Побудувати криву намагнічування за отриманим значенням i і порівняти її з дійсною;

2) нехтуючи розсіюванням і втратами в осерді, визначити закон зміни струму і напруги джерела. Побудувати криву струму джерела $i(\omega t)$;

3) визначити показання вимірювальних приладів електродинамічної системи.

Таблиця 2.2

Номер рядка	R, Ом	X _L , Ом	X _C , Ом	W, кільк. витків	l, см	S, см ²	f, Гц	B _T , Тл
1	15	25	30	500	55	6,5	50	1,4
2	10	40	50	600	60	6	80	1,6
3.	15	35	50	700	65	5,5	100	1,5
4	12	25	60	800	70	5	150	1,45
5	20	50	100	900	75	4,5	90	1,55
6	25	60	60	1000	80	4	100	1,5
7	30	100	50	1100	85	3,5	50	1,65
8	28	80	70	1200	90	3	60	1,6
9	35	60	80	1300	95	2,5	80	1,55
0	40	50	100	1400	100	2	100	1,45

2.2 Методичні вказівки до розв'язання задачі 2

Для розрахунку нелінійних кіл змінного струму використовуються такі основні методи:

– графічні, при яких необхідні побудовані проводяться на основі заданої характеристики;

– аналітичні, у цьому випадку характеристика нелінійного елемента приблизно описується аналітично.

Застосування аналітичного методу для розрахунку кола, яке має котушку з феромагнітним осердям, а також методика

визначення коефіцієнтів апроксимуючого виразу пояснюються наведеним нижче прикладом.

Нехай числові дані параметрів схеми (рисунок 2.2) є такими, які наведені в таблиці 2.3. Тоді розрахунок здійснюють таким чином.

Таблиця 2.3

R, Ом	X _L , Ом	x _c , Ом	W, витків	L, Гн	S, см ²	f, Гц	B _m , Тл
55	20	40	1100	70	5,0	60	1,48

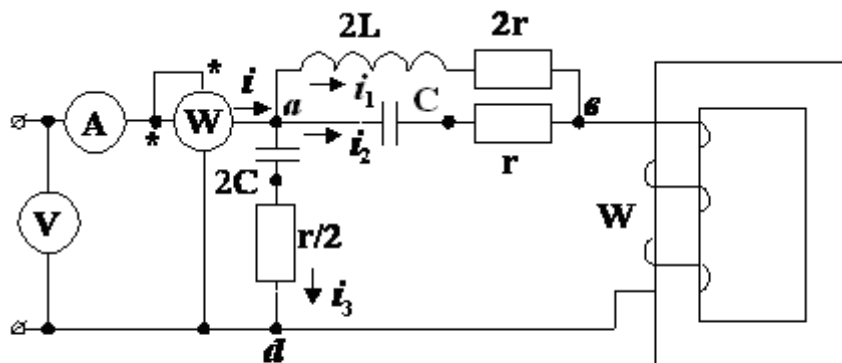


Рисунок 2.2

1) визначаються коефіцієнти a і b виразу $H=aB+bB^3$.
Вибираються на кривій $B=f(H)$ дві точки:

$$\begin{aligned} H_1 &= 250 \text{ А/м}, & B_1 &= 1 \text{ Тл}, \\ H_2 &= 1000 \text{ А/м}, & B_2 &= 1,4 \text{ Тл}. \end{aligned}$$

Записується система рівнянь:

$$\begin{aligned} H_1 &= aB_1 + bB_1^3, \\ H_2 &= aB_2 + bB_2^3. \end{aligned}$$

Підставляючи числові дані,

$$\begin{aligned} 250 &= a + b; \\ 1000 &= 1,4a + 1,4^3 b. \end{aligned}$$

Розв'язком рівняння буде

$$a=-234 \text{ та } v=484.$$

Шукана залежність має вигляд

$$H=-234B+484B^3;$$

2) визначається закон зміни напруги і струму джерела.

Магнітна індукція

$$B=B_m \cdot \sin \omega t = 1,48 \cdot \sin \omega t.$$

Напруга на котушці

$$u_k = U_{km} \sin(\omega t + \pi/2),$$

$$\text{де } U_{km} = \sqrt{2} U_k = \sqrt{2} \cdot 4,44 \cdot \omega \cdot f \cdot S \cdot B_m = 1,41 \cdot 4,44 \cdot 1100 \cdot 60 \cdot 5 \cdot 10^{-4} \cdot 1,48 = 306 \text{ В.}$$

Тоді

$$u_k = 306 \sin(\omega t + \pi/2).$$

Миттєве значення струму в котушці

$$\begin{aligned} i_k &= \frac{H \cdot l}{\omega} = \frac{(-234B + 484B^3) \cdot 0,7}{1100} = -0,149B + 0,308B^3 = \\ &= -0,149 \cdot 1,48 \cdot \sin \omega t + 0,308 \cdot 1,48^3 \cdot \sin^3 \omega t = \\ &= -0,22 \cdot \sin \omega t + 0,308 \cdot 1,48^3 \cdot \left(\frac{3 \cdot \sin \omega t - \sin 3\omega t}{4} \right) = \\ &= 0,53 \cdot \sin \omega t - 0,25 \cdot \sin 3\omega t. \end{aligned}$$

Комплексні опори ділянки ab для першої та третьої гармонік

$$Z_{ab}^1 = \frac{(2R + j2x_L) \cdot (R - jx_C)}{2R + j2x_L + R - jx_C} = \frac{(110 + j40) \cdot (55 - j40)}{110 + j40 + 55 - j40} = 48 \cdot e^{-j15^\circ 17'} \text{ Ом};$$

$$Z_{ab}^3 = \frac{(2R + j6x_L) \cdot \left(R - j \frac{x_C}{3} \right)}{2R + j6x_L + R - j \frac{x_C}{3}} = \frac{(110 + j120) \cdot (55 - j13,3)}{110 + j120 + 55 - j13,3} = 47 \cdot e^{j1^\circ} \text{ Ом.}$$

Комплексні опори ділянки ad

$$Z_{ad}^1 = \frac{R}{2} - j \frac{X_C}{2} = 27,5 - j20 = 34 \cdot e^{-j36^\circ} \text{ Ом};$$

$$Z_{ad}^3 = \frac{R}{2} - j \frac{X_C}{6} = 27,5 - j6,67 = 28,3 \cdot e^{-j13^\circ 38'} \text{ Ом}$$

Напруга на ділянці ab

$$\begin{aligned} u_{ab} &= 0,53 \cdot 48 \cdot \sin(\omega t - 15^\circ 47') - 0,25 \cdot 47 \cdot \sin(3\omega t + 1^\circ) = \\ &= 25,44 \cdot \sin(\omega t - 15^\circ 47') - 11,75 \cdot \sin(3\omega t + 1^\circ). \end{aligned}$$

Напруга джерела

$$\begin{aligned} u &= u_{ad} = u_k + u_{ab} = 306 \cdot \sin(\omega t + 90^\circ) + \\ &+ 25,44 \cdot \sin(\omega t - 15^\circ 47') - 11,75 \cdot \sin(3\omega t + 1^\circ). \end{aligned}$$

Комплексна амплітуда першої гармоніки напруги

$$U_m^1 = 306 \cdot e^{j90^\circ} + 25,44 \cdot e^{-j15^\circ 47'} = j306 + 24,5 - j6,9 = 300 \cdot e^{j85^\circ 19'} \text{ В.}$$

В результаті напруга джерела

$$u = 300 \cdot \sin(\omega t + 85^\circ 19') - 11,75 \cdot \sin(3\omega t + 1^\circ)$$

Струм на ділянці ad

$$\dot{I}_{adm}^1 = \frac{\dot{U}_{adm}^1}{Z_{ad}^1} = \frac{300 \cdot e^{j85^\circ 19'}}{34 \cdot e^{-j36^\circ}} = 8,82 \cdot e^{j121^\circ 19'} \text{ А};$$

$$\dot{I}_{adm}^3 = \frac{\dot{U}_{adm}^3}{Z_{ad}^3} = \frac{11,75 \cdot e^{j1^\circ}}{28,3 \cdot e^{-j13^\circ 38'}} = 0,415 \cdot e^{j14^\circ 38'} \text{ А.}$$

Струм джерела

$$\begin{aligned} i &= i_k + i_{ad} = 0,53 \cdot \sin \omega t - 0,25 \cdot \sin 3\omega t + 8,82 \cdot \sin(\omega t + 121^\circ 19') - \\ &- 0,415 \cdot \sin(3\omega t + 14^\circ 38'). \end{aligned}$$

Комплексні амплітуди гармонік струму джерела

$$\begin{aligned}\dot{I}_m^1 &= 0,53 \cdot e^{j0^\circ} + 8,82 \cdot e^{j121^\circ 19'} = 8,56 \cdot e^{j118^\circ 16'} \quad \text{А}; \\ \dot{I}_m^3 &= 0,25 \cdot e^{j0^\circ} + 0,415 \cdot e^{j14^\circ 38'} = 0,658 \cdot e^{j9^\circ 10'} \quad \text{А}.\end{aligned}$$

Таким чином, струм джерела

$$i = 8,56 \cdot \sin(\omega t + 118^\circ 16') - 0,658 \cdot \sin(3\omega t + 9^\circ 10').$$

3) визначаються показання вольтметра, амперметра і ватметра.

Діюча величина напруги джерела

$$U = \sqrt{\left(\frac{U_m^1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{U_m^3}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\frac{300^2}{2} + \frac{11,75^2}{2}} = 212 \quad \text{В}.$$

Діюча величина струму джерела

$$I = \sqrt{\left(\frac{I_m^1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_m^3}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\frac{8,56^2}{2} + \frac{0,658^2}{2}} = 6,08 \quad \text{А}.$$

Активна потужність кола

$$\begin{aligned}P &= P_1 + P_2 + U_1 I_1 \cdot \cos \varphi_1 + U_3 I_3 \cdot \cos \varphi_3 = \\ &= \frac{300}{\sqrt{2}} \cdot \frac{8,56}{\sqrt{2}} \cdot \cos(-32^\circ 57') + \frac{11,75}{\sqrt{2}} \cdot \frac{0,658}{\sqrt{2}} \cdot \cos(-8^\circ 10') = \\ &= 1079 + 3,83 = 1082,83 \quad \text{Вт}.\end{aligned}$$

3 РОЗРАХУНОК ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ В ПРОВІДНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

3.1 Задача 3

На рисунку 3.1 показаний напівкулястий електрод, радіус якого дорівнює $r=a$. Електрод призначений для заземлення металевої опори лінії електропередачі постійного струму. Струм короткого замикання лінії стікає через заземлення в землю і розтікається по товщині землі. Земля виконує роль напрямного проводу для лінії електропередачі. Питома провідність землі $\gamma=10^{-2}\text{См/м}$.

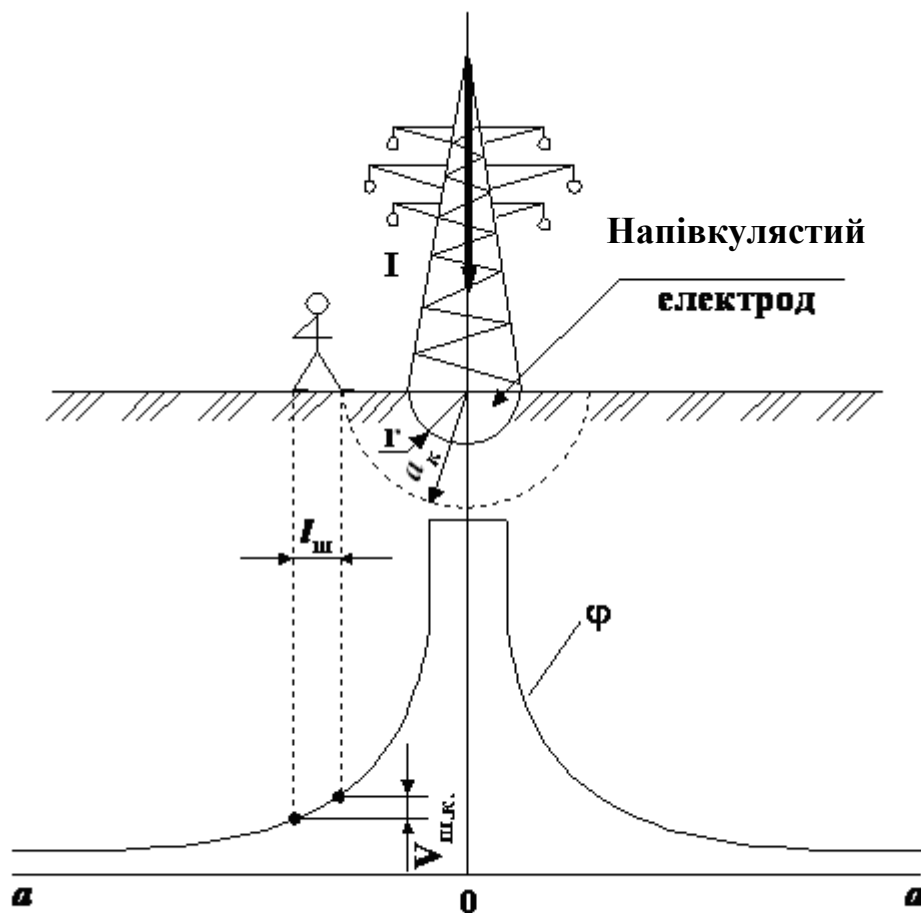


Рисунок 3.1

Визначити:

- 1) густину струму на відстані a_1 від центру напівкулястого електрода;
- 2) напруженість поля E на поверхні півкулі радіуса a_1 ;

- 3) опір заземлення напівкулястого електрода **R**;
- 4) величину потенціалів у точках на поверхні землі на відстані **a₁, a₂, a₃, a₄** від центру напівкулястого електрода;
- 5) крокову напругу на тих же відстанях **a₁, a₂, a₃, a₄** від центру напівкулястого електрода, приймаючи середню довжину кроку **l_к=0,8м**;
- б) небезпечну ділянку або радіус кола на поверхні землі з центром у центрі напівкулястого електрода. Радіус небезпечної ділянки визначається з умов техніки безпеки, приймаючи, що крокова напруга на межі цієї ділянки не перевищує **150 В**.

Значення величин, вказаних в умові задачі, наведені в таблиці 3.1.

Номер варіанта визначається так: за останньою цифрою шифру студента – приймаються **a** і **I**, а за передостанньою – **a₁, a₂, a₃, a₄**.

Таблиця 3.1

Номер варіанта	Визначається за останньою цифрою		Визначається за передостанньою цифрою шифру			
	a, см	I, А	a ₁ , см	a ₂ , см	a ₃ , см	a ₄ , см
1	2	3	4	5	6	7
1	20	1000	25	120	500	1000
2	25	800	30	120	400	800
3	30	750	35	130	500	1000
4	25	900	30	120	400	800
5	30	1100	35	130	500	1000
6	35	1200	40	130	400	800
7	30	900	35	200	400	1000
8	25	1000	30	110	300	800
9	20	80	35	120	400	1000
0	30	1000	40	130	400	800

3.2 Методичні вказівки до розв'язання задачі 3

У даній задачі пропонується визначити характеристики розподілу потенціалів електричного поля на поверхні землі навкруги заземлювального пристрою. Задача має практичне значення в схемах електрозабезпечення, наприклад, у випадку короткого замикання проводів високої напруги на опорі.

Струм короткого замикання, протікаючи по землі, утворює на її поверхні електричне поле. В задачі необхідно визначити основні характеристики цього електричного поля.

Приймається, що основа опори являє собою напівкулястий електрод, радіус якого $r=a$. Поверхня прилягання електрода до землі дорівнює $S=2\pi a^2$.

При можливому короткому замиканні струм короткого замикання, який проходить через опору, буде відводитися у землю через заземлення. Густина струму при цьому дорівнює відношенню величини струму до поверхні напівкулястого електрода, через який протікає цей струм, або

$$\delta = \frac{I}{S} = \frac{I}{2\pi a^2}.$$

Застосовуючи закон Ома в диференційній формі $\delta = \gamma \cdot E$, можна записати приведені рівняння в іншому вигляді:

$$\gamma E = \frac{I}{2\pi a^2}.$$

З цього виразу знаходиться напруженість електричного поля E на поверхні землі на відстані a від центру напівкулястого електрода:

$$E = \frac{I}{2\pi \gamma a^2}.$$

Потенціали в точках на поверхні землі на відстані a_k від центру напівкулястого електрода знаходяться за умови

$$\varphi_k = \int_{a_k}^{\infty} \vec{E} \cdot d\vec{a}.$$

Підставляючи в цей вираз значення напруженості електричного поля E , після відповідних перетворень одержуємо формулу для визначення потенціалів у вибраних точках:

$$\varphi_k = \frac{I}{2\pi \gamma a_k}.$$

Крокова напруга на відстані a_k від центру напівкулястого електрода може бути розрахована за формулою

$$U_{kk} = \frac{I}{2\pi\gamma} \cdot \left(\frac{1}{a_k} - \frac{1}{a_k + l_k} \right)$$

або

$$U_{kk} = \frac{I \cdot l_k}{2\pi\gamma a_k (a_k + l_k)}.$$

Радіус ділянки небезпеки a_0 можна знайти за умови, що крокова напруга по краях цієї ділянки не перевищує **150В**,

$$U_{k0} \leq 150 \text{ В.}$$

Підставляючи у цю нерівність значення крокової напруги U_{k0} , отримуємо

$$\frac{I}{2\pi\gamma} \left(\frac{1}{a_0} - \frac{1}{a_0 + l_k} \right) \leq 150.$$

Цей вираз після перетворення можна зобразити у вигляді:

$$300\pi\gamma a_0^2 + 300\pi\gamma a_0 l_k - I \cdot l_k \geq 0.$$

Звідси визначається радіус небезпечної ділянки a_0 . Опір заземлення напівкулястого електрода знайдемо за формулою

$$R = \frac{1}{2\pi\gamma a}.$$

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1 Шебес М.Р., Каблукова М.В. Задачник по теории линейных электрических цепей: Учеб. пособие для электротехн. и радиотехн. спец. вузов. – М.: Высшая школа, 1990. – 544 с.

2 Сборник задач по электротехнике и основам электроники: Учеб. пособие для неэлектротехн. спец. вузов / В.Г. Герасимов, Х.Э. Зейдель, В.В. Коген-Далин и др. – М.: Высш. шк., 1987. – 288 с.

3. Електротехніка та електромеханіка систем залізничної автоматики / М.М. Бабаєв, М.Г. Давиденко, Г.І. Загарій та ін. – Харків: УкрДАЗТ, 2011.