В формуле (6) Z_s – расстояние между центрами тяжести сжатой и растянутой арматуры каркаса; λ – коэффициент стабильности, λ=0,8÷1,2; ρ – характеристика вида соединения арматурных стержней; к – коэффициент учета шага поперечной арматуры; b и h – размеры поперечного сечения.

Учет взаимного влияния бетона и арматуры не ограничивается только теми факторами, которые были описаны выше. Представляет самостоятельный интерес вопрос о влиянии класса бетона на изменение прочностных и деформативных характеристик арматуры, вопрос развития реологических свойств бетона при наличии различных видов армирования и ряд других.

1.СНиП 2.03.01-84*. Бетонные и железобетонные конструкции. – М., 1989.

2.Зайцев ю.В. Моделирование деформаций и прочности бетона методами механики разрушения. – М.: Стройиздат, 1982.

3.Шаповалов А.Н., Беспалов А.И. Влияние жесткости узлов арматурного каркаса на деформативность железобетонных балок // Коммунальное хозяйство городов: Науч.-техн. сб. Вып.33. – К.: Техніка, 2001. – С.79-83.

4.Шаповалов А.Н., Беспалов А.И. О некоторых вопросах деформативности железобетонных балок // Вісник Донбаської державної академії будівництва і архітектури. Вип.5 (30). – Макіївка, 2001.

5.Мурашев В.И. Трещиностойкость, жесткость и прочность железобетона. – М., 1950.

Получено 18.05.2002

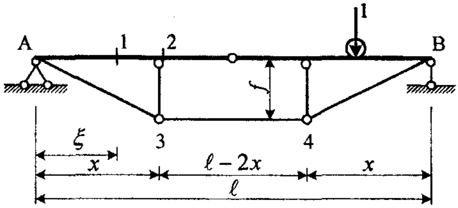
УДК 624.072.33

Ю.П.КИТОВ, Г.Л.ВАТУЛЯ, кандидаты техн. наук
Украинская государственная академия железнодорожного транспорта, г.Харьков

ОПТИМИЗАЦИЯ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫХ БАЛОК ПРОЛЕТНЫХ СТРОЕНИЙ ПЕШЕХОДНЫХ МОСТОВ

Рассматриваются вопросы оптимизации конструкции статически определимой шпренгельной балки. Для решения задачи использован метод пошаговых приближений и метод динамического программирования.

Включение шпренгеля в работу балки является эффективным средством для увеличения экономичности конструкции. Подобное конструктивное решение используется как при создании новых, так и усилении существующих конструкций. В статически определимых балках создание рациональной конструкции достигается путем вариации расположения распорок шпренгеля и величины стрелы подъема. Обозначим расстояние от опор до каждой из распорок через χ (рисунок).



Расчетная схема статически определимой шпренгельной балки

На балку действуют постоянная равномерно распределенная нагрузка q - от собственного веса конструкции и временная нагрузка p от пешеходов. В связи с наличием временной подвижной нагрузки, усилия от нее, так как и от постоянной (неподвижной) нагрузки определяем с помощью линий влияния. Опасными с точки зрения прочности балки будут: сечение 1 – где возникает положительный максимальный изгибающий момент и сечение 2 – в месте примыкания распорки, где возникает наибольший отрицательный момент. Получим общие выражения для определения этих моментов и продольных сил при загружении постоянной и временной нагрузками.

$$M_1 = \frac{\ell^2}{2(p+q)}\left(\frac{px}{\ell+2x} - q\frac{\ell-4x}{8x}\right)^2, N_1 = -\frac{q\ell^2}{8f}\left(1+\frac{p}{q}\frac{8x^2}{(\ell+2x)^2}\right); \quad (1)$$

$$M_2 = -\left(\frac{q\left(\ell^2-x^2\right)}{8} + \frac{p\ell^2}{8}\right)\cdot\frac{\ell-2x}{\ell+2x}, N_2 = -\frac{q\ell^2}{8f}\left[1+\frac{p}{q}\left(1-\frac{8x^2}{(\ell+2x)^2}\right)\right]; \quad (2)$$

$$\max H = -\max N = \frac{(q+p)\ell^2}{8f}. \quad (3)$$

Расчетные усилия в стержнях шпренгеля (см. рисунок) будут равны:

в стержне 3-4

$$N_{3-4} = H = \frac{(q+p)\ell^2}{8f}; \quad (4)$$

в стержнях А-3 и 4-В

$$N_{A-3} = \frac{H}{\cos\alpha} = \frac{H}{\dfrac{1}{\sqrt{1+tg^2\alpha}}} = H\sqrt{1+\left(\frac{f}{x}\right)^2} = N_{4-B}; \quad (5)$$

в распорках шпренгеля

$$N_{2-3} = -H\frac{f}{x}. \quad (6)$$

Сечения шпренгельной балки испытывают сложное напряженное состояние – сжатие с изгибом, поэтому условия оптимальности запишем в следующем виде:

$$|\sigma_1(x)| = |\sigma_2(x)|; \quad (7)$$

$$|M_1| - |M_2| - (|N_2| - |N_1|)\frac{W}{A} = 0. \quad (8)$$

Переменной проектирования является величина x расположения распорок шпренгеля относительно опорных закреплений.

Для оптимизации используем численный метод с изменяющимся шагом величины переменной проектирования x в сторону её уменьшения от середины балки. Предлагается следующий алгоритм решения.

1. Задаемся значениями x, отступив от середины балки сначала с шагом 1м $\left(x_1 = \frac{\ell}{2} - 1,\quad x_2 = x_1 - 1, \ldots\right)$, потом – 0,2м, 0,05 м, 0,01 м.
2. Вычисляем значение моментов в опасных сечениях, подбираем номер двутавра и производим корректировку.
3. Так как $|N_2| - |N_1| = \frac{p\ell^2}{8f}\left(1 - \frac{16x^2}{(\ell + 2x)^2}\right) > 0$ при всех $x \le \frac{\ell}{2}$, следовательно, чтобы выполнялось условие оптимальности момент M_1 должен быть больше M_2, т.е.

$$\Delta M = |M_1| - |M_2| > 0. \quad (9)$$

Поэтому после пункта 2 производим проверку промежуточного условия (9).

4. Если условие не выполняется, возвращаемся к предыдущему значению x_{i-1} и задаемся x_i, вычитая от x_{i-1} новую величину шага и повторяем процесс в той же последовательности.
5. Если условие выполняется, подбираем номер двутавра из условия прочности при изгибе, вычисляем значение N_1 и, произведя корректировку номера двутавра с учетом внецентренного сжатия, находим соотношение $\frac{W}{A}$.

6. Вычисляем $\Delta N = \left(|N_2| - |N_1|\right)\dfrac{W}{A}$ и проверяем основное условие (8) в виде

$$\Delta M - \Delta N > 0\ . \qquad (10)$$

7. Если это условие выполняется, переходим к пункту 1, с тем же шагом, что и ранее.
8. Если нет – переходим к пункту 4 алгоритма.
9. В случае выполнения пункта 4 может оказаться, что все размеры шагов уже были использованы. Тогда предыдущее значение x_{i-1} и будет оптимальным. Процесс оптимизации на этом заканчивается.

Такие решения могут быть получены для любых значений стрелы шпренгеля f. Как показывают численные расчеты, изгибающие моменты практически не зависят от f, следовательно, и оптимальное решение будет мало зависеть от неё.

После подбора оптимального сечения элементов производится проверка по первому и второму предельным состояниям. Если условие жесткости не удовлетворяется, необходимо увеличить размеры сечений. Это увеличение необходимо производить оптимальным образом, чтобы добавляемая масса элементов была бы минимальной. Для этого удобно применить метод динамического программирования.

Пусть $A_i^{н}$ – значение площадей поперечных сечений, удовлетворяющих условиям прочности. Обозначим через $A_i^{ж}$ значение, на которое изменяется площадь поперечного сечения стержня при удовлетворении условию жесткости. Тогда задачу можно записать следующим образом:

минимизировать функцию

$$V = \sum_{i=1}^{n} A_i l_i = \sum_{i=1}^{n}\left(A_i^{н} + A_i^{ж}\right)l_i = \sum_{i=1}^{n}\left(V_i^{н} + V_i^{ж}\right) \qquad (11)$$

при условии, что

$$\sum_{u=1}^{n} \frac{\dfrac{A_i}{J_i}\displaystyle\int_{l_i} \overline{M}_i M_i dx + \overline{N}_i N_i l_i}{E\left(A_i^{н} + A_i^{ж}\right)} \le f\ , \qquad (12)$$

где f – максимально допустимый прогиб конструкции.

Уменьшить прогиб балки необходимо на

$$f_0 = f^н - f\,, \tag{13}$$

где

$$f^н = \sum_{i=1}^{n} f_i^н = \sum_{i=1}^{n} \frac{\frac{A_i^н}{J_i^н} \int_{l_i} \overline{M}_i M_i dx + \overline{N}_i N_i l_i}{EA_i^н} \tag{14}$$

прогиб шпренгельной балки с площадями поперечных сечений элементов, равными $A_i^н$. Приращение объема $V^{жс} = \sum_{i=1}^{n} V_i^{жс} = \sum_{i=1}^{n} A_i^{жс} l_i$ зависит от того, площади каких элементов шпренгельной балки будут увеличиваться при удовлетворении условию жесткости. Следовательно, минимум целевой функции (11) достигается при условии, что второй член будет иметь наименьшее значение.

Обозначим через f_i уменьшение прогиба балки при увеличении площади поперечного сечения i-того стержня на $A_i^{жс}$:

$$f_i = f_i^н - f_i^{жс} = \frac{\frac{A_i^н}{J_i^н} \int_{l_i} \overline{M}_i M_i dx + \overline{N}_i N_i l_i}{EA_i^н} - \frac{\frac{A_i}{J_i} \int_{l_i} \overline{M}_i M_i dx + \overline{N}_i N_i l_i}{E\left(A_i^н + A_i^{жс}\right)}. \tag{15}$$

Тогда приращение объема i-го элемента шпренгельной балки можно представить как функцию f_i:

$$V_i^{жс} = \left[\frac{\frac{A_i}{J_i} \int_{l_i} \overline{M}_i M_i dx + \overline{N}_i N_i l_i}{E\left(f_i^н - f_i\right)} - A_i^н \right] \cdot l_i\,. \tag{16}$$

Задача (11) – (13) может быть теперь сформулирована как:

минимизировать

$$V^{жс} = \sum_{i=1}^{n} V_i^{жс}\left(f_i\right) \tag{17}$$

при условиях

$$\sum_{i=1}^{n} f_i = f_0, \tag{18}$$

$$f_i \geq 0. \tag{19}$$

Это канонический вид задачи, которую можно решить методом динамического программирования. Функциональное уравнение Р.Беллмана будет иметь вид:

$$\left.\begin{aligned} V_N^{ж}(f_0) = \min\left[V_N^{ж}(f_N) + V_{N-1}^{ж}(f_0 - f_N)\right] \\ 0 \leq f_N \leq f_0, \\ N = 1,2,\ldots,k \end{aligned}\right\}, \tag{20}$$

где $V_N^{ж}(f_0)$ – наименьший дополнительный объем N стержней, необходимый для уменьшения прогиба на f_0; $V_N^{ж}(f_N)$ – дополнительный объем N-го элемента, необходимый для уменьшения прогиба на f_N; $V_{N-1}^{ж}(f_0 - f_N)$ – наименьший дополнительный объем N-1 элементов шпренгельной балки, необходимый для уменьшения прогиба $f_0 - f_N$; k – число элементов, увеличение объема которых уменьшает прогиб шпренгельной балки.

Рассматривались два варианта пролетных строений пешеходного моста – балки и балки со шпренгелем, пролетом 16 м и стрелой шпренгеля 1 м. В результате расчета получены теоретические объемы масс для обоих видов пролетных строений. Затраты материала на балку со шпренгелем меньше на 36%, чем затраты материала для обычной балки.

1.Виноградов А.И. Проблема оптимального проектирования в строительной механике. – Харьков: Вища школа, 1973. – 167 с.

2.Китов Ю.П., Храповицкий И.С. Применение динамического программирования к расчету оптимальных статически определимых ферм // Труды ХИИТ. Вып. 127. – 1971. – С. 34-37.

3.Беллман Р. Динамическое программирование. – М: ИЛ. - 1960. – 320с.

4.СНиП 2.05.03 – 84 Мосты и трубы. – М., 1985.

5.Ватуля Г.Л. Несущая способность сталебетонных шпренгельных балок прямоугольного сечения, усиленных стальным шпренгелем: Дис... канд. техн. наук: 05.23.01 – Харьков, 1999. – 160 с.

Получено 16.05.2002