



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ
УКРАЇНИ

УКРАЇНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ ЗАЛІЗНИЧНОГО
ТРАНСПОРТУ

МАТЕМАТИКА

**для студентів-іноземців
підготовчих факультетів**

Навчальний посібник

Частина I

УДК 51(072)

Харків – 2019

М 34

Рекомендовано вченою радою Українського державного університету залізничного транспорту як навчальний посібник (витяг з протоколу № 3 від 23 квітня 2019 р.)

Рецензенти:

професори О. Ю. Нурмагамбетов (Інститут теоретичної фізики ім. акад. О. І. Ахієзера ННЦ ХФТІ),
В. Д. Ходусов (ХНУ ім. В. Н. Каразіна),
доц. О. Л. Ямпольський (ХНУ ім. В. Н. Каразіна)

Авторський колектив:

О. І. Удодова, О. В. Рибачук, О. П. Мосьпан,
В. А. Лук'янова, Ю. О. Акімова, О. А. Осмаєв

М 34 Математика для студентів-іноземців підготовчих факультетів: Навч. посібник / О. І. Удодова, О. В. Рибачук, О. П. Мосьпан та ін. – Харків: УкрДУЗТ, 2019. – Ч. 1. – 282 с., рис. 5.
ISBN 978-617-654-118-9

Посібник призначений для студентів-іноземців підготовчих факультетів, які починають вивчати математику українською мовою.

Метою вивчення курсу є актуалізація основних математичних понять і засвоєння математичної термінології. У посібнику приділено увагу вивченню лексико-граматичних конструкцій і правилам читання математичних формул.

Після введення математичного поняття пропонуються практичні завдання для закріплення матеріалу. Кожний параграф завершується завданням для самостійної роботи. Домашні завдання до параграфів містять теоретичні та практичні питання й тести.

УДК 51

ISBN 978-617-654-118-9

© Український державний університет залізничного транспорту, 2019.

Навчальний посібник

Удодова Ольга Ігорівна,
Рибачук Олена Василівна,
Мосьпан Олена Павлівна

та ін.

МАТЕМАТИКА

для студентів-іноземців
підготовчих факультетів

Частина I

Відповідальний за випуск Мосьпан О. П.

Редактор Ібрагімова Н. В.

Підписано до друку 15.04.18 р.

Формат паперу 60x84 1/16. Папір писальний.

Умовн.-друк. арк. 12,75. Тираж 200. Замовлення №

Видавець та виготовлювач Український державний університет залізничного транспорту,

61050, Харків-50, майдан Фейєрбаха, 7.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 6100 від 21.03.2018 р.

ЗМІСТ

ВСТУП	10
ГЛАВА I. АРИФМЕТИКА	11
1. Цілі числа	11
1.1. Цілі числа. Математичні знаки	11
Цифри й числа	11
Одноцифрові й багатоцифрові числа	13
Натуральні числа	14
Математичні знаки	15
Математичні знаки нерівностей	18
Числові вирази	20
Додатні та від'ємні числа	22
Цілі числа	24
Координатна пряма	24
Модуль (або абсолютна величина) числа	26
Порівняння чисел	30
Теоретичні питання й завдання з теми «Цілі числа. Арифметичні дії»	31
Домашнє завдання	32
ТЕСТИ	33
1.2. Арифметичні дії. Порядок дій	34
Арифметичні дії	34
1. Додавання	36
2. Віднімання	37
3. Множення	39
4. Ділення	41
Парні й непарні числа	43
Порядок арифметичних дій	44
Правила розкриття дужок	46
Властивості арифметичних дій	48
Додавання цілих чисел	49
Віднімання цілих чисел	50
Множення цілих чисел	51
Ділення цілих чисел	52
Теоретичні питання й завдання з теми «Арифметичні дії. Порядок дій»	53
Домашнє завдання	54

ТЕСТИ	55
1.3. Дільник і кратне. Розкладання чисел на прості множники. Найбільший спільний дільник (НСД). Найменше спільне кратне (НСК)	56
Прості та складені числа	59
Найбільший спільний дільник (НСД)	61
Найменше спільне кратне (НСК)	65
Взаємно прості числа	67
Ознаки подільності натуральних чисел	68
Теоретичні питання й завдання з теми «Дільник і кратне. Розкладання чисел на прості множники. Найбільший спільний дільник (НСД). Найменше спільне кратне (НСК)»	70
Домашнє завдання	71
ТЕСТИ	71
Відповіді на завдання з теми «Цілі числа»	72
Відповіді на тести з теми «Цілі числа»	73
2. Звичайні дроби	74
2.1. Визначення звичайного дроби	74
2.2. Види звичайних дробів	80
Який дріб правильний	81
Який дріб неправильний	81
Що таке мішане число	82
Як перетворити мішане число в неправильний дріб	84
Основна властивість дроби	86
Як скоротити дріб	86
2.3. Звичайні дроби. Арифметичні дії	87
Зведення дробів до найменшого спільного знаменника	88
Додавання й віднімання дробів	89
Як додавати мішані дроби	90
Як віднімати мішані дроби	90
Добуток дробів	91
Що таке взаємно обернені числа	92
Ділення дробів	93
Порівняння дробів	95
Теоретичне питання з теми «Звичайні дроби. Арифметичні дії»	96
Домашнє завдання	97
ТЕСТИ	99

Відповіді на завдання з теми «Звичайні дроби»	102
Відповіді на тести з теми «Звичайні дроби»	102
3. Десяткові дроби	102
3.1. Визначення десяткового дроби	102
Що таке десятковий дріб	103
Правила читання десяткових дробів	103
Властивість десяткового дроби	107
3.2. Дії з десятковими дробами	107
Додавання й віднімання	107
Множення десяткових дробів	108
Ділення десяткових дробів	110
Як перетворити десятковий дріб у звичайний дріб	113
Як перетворити звичайний дріб у десятковий дріб	114
Періодичний дріб	114
Правило перетворення нескінченного періодичного дроби в звичайний дріб	116
Теоретичні питання й завдання з теми «Десяткові дроби»	118
Домашнє завдання	118
ТЕСТИ	119
Відповіді на завдання з теми «Десяткові дроби»	121
Відповіді на тести з теми «Десяткові дроби»	122
4. Відношення. Пропорції. Відсотки	122
Відношення	123
Основна властивість відношення	124
Пропорція	125
Основна властивість пропорції	126
Як знайти невідомий член пропорції	126
Відсотки	127
Як читають відсотки	128
Як пов'язані відсотки та дроби	128
Як знайти k відсотків від числа	129
Як знайти число, якщо ми знаємо, чому дорівнюють кілька його відсотків	130
Що означає «збільшити і зменшити на k %»	130
Теоретичні питання й завдання з теми «Відношення. Пропорції. Відсотки»	131
Домашнє завдання	131
ТЕСТИ	132

Відповіді на завдання з теми «Відношення. Пропорції. Відсотки»	134
Відповіді на тести з теми «Відношення. Пропорції. Відсотки»	134
5. Дійсні числа. Числові проміжки	134
Раціональні та ірраціональні числа	135
Порівняння раціональних чисел	136
Числові проміжки	137
Теоретичні питання й завдання з теми «Дійсні числа. Числові проміжки»	138
Домашнє завдання	139
ТЕСТИ	139
Відповіді на тести з теми «Дійсні числа. Числові проміжки»	140

ГЛАВА II. АЛГЕБРАЇЧНІ ВИРАЗИ ТА ЇХ ПЕРЕТВОРЕННЯ

6. Степінь. Піднесення до степеня	141
6.1. Піднесення до степеня з натуральним і цілим показником	141
Степінь із натуральним показником	142
Степінь із цілим показником	145
Основні властивості степеня з цілим показником	145
Стандартний вигляд додатного дійсного числа	147
Теоретичні питання й завдання з теми «Піднесення до степеня з натуральним і цілим показниками»	148
Домашнє завдання	148
ТЕСТИ	149
6.2. Степінь із дробовим показником	150
Корінь степеня n із дійсного числа a	151
Арифметичний корінь степеня n із невід'ємного числа a	154
Властивості арифметичного кореня	154
Перетворення ірраціональних виразів	155
Як винести множник із-під знака кореня	156
Як внести множник під знак кореня	156
Як позбутися ірраціональності в знаменнику дроби	157
Як позбутися ірраціональності в чисельнику дроби	157
Степінь із дробовим показником	158

Теоретичні питання й завдання з теми «Степінь із дробовим показником»	158
Домашнє завдання	159
ТЕСТИ	159
Відповіді на завдання з теми «Степінь. Піднесення до степеня»	161
Відповіді на тести з теми «Степінь. Піднесення до степеня»	161
7. Алгебраїчні вирази	161
7.1. Раціональні алгебраїчні вирази	161
Область визначення алгебраїчного виразу	165
Тотожні вирази	166
Одночлен і многочлен	167
Зведення подібних членів	171
Арифметичні дії з многочленами	173
Дробові алгебраїчні вирази	178
Теоретичні питання й завдання з теми «Раціональні алгебраїчні вирази»	179
Домашнє завдання	180
ТЕСТИ	180
7.2. Формули скороченого множення й перетворення алгебраїчних виразів	182
Формули скороченого множення	182
Розкладання многочлена на множники	184
Основні способи розкладання многочлена на множники	185
Перетворення алгебраїчних дробів	186
Скорочення алгебраїчних дробів	186
Ірраціональні алгебраїчні вирази	189
Теоретичні питання й завдання з теми «Формули скороченого множення й перетворення алгебраїчних виразів»	191
Домашнє завдання	192
ТЕСТИ	193
Відповіді на тести з теми «Алгебраїчні вирази»	195
ГЛАВА III. АЛГЕБРАЇЧНІ РІВНЯННЯ Й СИСТЕМИ	196
8. Рівняння й системи рівнянь першого степеня	196
8.1 Алгебраїчна рівність. Лінійні рівняння	196

Числова рівність	197
Алгебраїчна рівність	198
Рівняння	198
Область визначення рівняння	199
Рівняння першого степеня з одною невідомою	201
Теоретичні питання й завдання з теми «Алгебраїчна рівність. Лінійні рівняння»	204
Домашнє завдання	205
ТЕСТИ	205
8.2. Системи лінійних рівнянь	207
Система двох лінійних рівнянь із двома невідомими (або змінними)	208
Способи розв'язання систем лінійних рівнянь із двома невідомими	208
Теоретичні питання й завдання з теми «Системи лінійних рівнянь»	213
Домашнє завдання	214
ТЕСТИ	214
Відповіді на завдання з теми «Рівняння й системи рівнянь першого степеня»	216
Відповіді на тести з теми «Рівняння й системи рівнянь першого степеня»	217
9. Квадратні рівняння й рівняння, що зводяться до них	218
9.1. Квадратні рівняння	218
Неповні квадратні рівняння	219
Повні квадратні рівняння. Формула коренів	222
Значення дискримінанта й кількість коренів квадратного рівняння	223
Зведені квадратні рівняння	225
Домашнє завдання	228
9.2 Теорема Вієта	229
Розкладання квадратного тричлена на лінійні множники	237
Теоретичні питання й завдання з теми «Квадратні рівняння й рівняння, що зводяться до них»	239
Домашнє завдання	239
ТЕСТИ	241
Відповіді на завдання з теми «Квадратні рівняння й рівняння, що зводяться до них»	242

Відповіді на тести з теми «Квадратні рівняння й рівняння, що зводяться до них»	245
10. Цілі раціональні рівняння. Дробові алгебраїчні рівняння	246
10.1. Біквadratні рівняння	246
Кількість коренів біквadratного рівняння	247
Домашнє завдання	249
10.2. Алгебраїчні рівняння вищих степенів	249
Схема Горнера	251
Незведені раціональні рівняння	254
Домашнє завдання	257
10.3. Дробові алгебраїчні рівняння	257
Схема розв'язання дробових алгебраїчних рівнянь	257
Теоретичні питання й завдання з теми «Цілі раціональні рівняння. Дробові алгебраїчні рівняння»	268
Домашнє завдання	269
ТЕСТИ	270
Відповіді на завдання з теми «Цілі раціональні рівняння. Дробові алгебраїчні рівняння»	271
Відповіді на тести з теми «Цілі раціональні рівняння. Дробові алгебраїчні рівняння»	273
Дробові алгебраїчні рівняння»	273
Бібліографічний список	274
Додаток 1. Відмінювання іменників, прикметників та кількісних числівників	276
Предметний покажчик	279

ВСТУП

Навчальний посібник «Математика для студентів-іноземців підготовчих факультетів» (частина 1) містить основні теми з арифметики та алгебри відповідно до навчальної програми для підготовчих факультетів для студентів-іноземців закладів вищої освіти. У першій частині посібника викладено такі теми з елементарної математики, як числа й дії з ними, алгебраїчні вирази та їх перетворення, алгебраїчні рівняння й системи рівнянь.

Видання призначене для студентів-іноземців, які починають вивчати математику українською мовою, але ще не мають достатнього лексичного запасу та володіють обмеженим набором лексико-граматичних конструкцій наукового стилю мовлення.

Кожний параграф починається зі словника українською, англійською, французькою та російською мовами. Далі викладено основний матеріал із завданнями не тільки для засвоєння основних математичних термінів і понять, але і для розвитку мовлення студентів. Наприкінці кожного параграфа є комплект домашніх завдань для закріплення та практичного застосування отриманих знань, теоретичні й тестові питання, за допомогою яких акцентовано увагу студентів на найважливіших моментах тем, що вивчаються.

Така структура дозволить студентам-іноземцям максимально ефективно опанувати основну математичну термінологію, математичні поняття і сформулювати необхідні для подальшого навчання навички.

ГЛАВА І. АРИФМЕТИКА

1. Цілі числа

1.1. Цілі числа. Математичні знаки

Цифри й числа

Словник

<i>Українська</i>	<i>Російська</i>	<i>Англійська</i>	<i>Французька</i>
арифметика	арифметика	arithmetic	arithmétique
наука	наука	science	science
розділ	раздел	part	partie
вивчати	изучать	to study	étudier
число	число	number	nombre
цифра	цифра	figure, digit	chiffre
знак	знак	sign	signe
складатися (з)	состоятъ (из)	to consist (of)	se composer (de)
який	который	that, which	que
позначати	обозначать	to designate, to denote	désigner

Математика – це наука. Арифметика – це також наука.
Арифметика – це розділ математики. Арифметика вивчає числа.

Цифра – це математичний знак, який позначає число.

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 – це цифри. Числа складаються з цифр.

152 – це число. Число 152 складається з цифр 1, 5 і 2.

Запам'ятайте!

0 – нуль
1 – один
2 – два
3 – три
4 – чотири
5 – п'ять
6 – шість
7 – сім
8 – вісім

9 – дев'ять
10 – десять
11 – одинадцять
12 – дванадцять
13 – тринадцять
14 – чотирнадцять
15 – п'ятнадцять
16 – шістнадцять
17 – сімнадцять

18 – вісімнадцять
 19 – дев’ятнадцять
 20 – двадцять
 21 – двадцять один
 22 – двадцять два
 30 – тридцять
 40 – сорок
 50 – п’ятдесят
 60 – шістдесят
 70 – сімдесят
 80 – вісімдесят
 90 – дев’яносто
 100 – сто
 101 – сто один
 193 – сто дев’яносто три
 200 – двісті
 300 – триста
 400 – чотириста
 500 – п’ятсот
 600 – шістсот [шіссот]
 700 – сімсот
 800 – вісімсот
 900 – дев’ятсот
 1000 – (одна) тисяча

1000 – одна	тисяча
2000 – дві	тисячі
3000 – три	
4000 – чотири	

5000 – п’ять	тисяч (□)
...	
20 000 – двадцять скільки	
1 000 000 – один	мільйон (□)
2 000 000 – два	мільйони
3 000 000 – три	
4 000 000 – чотири	

5 000 000 – п’ять	мільйонів
.....	
20 000 000 – двадцять	
скільки	

Завдання 1. Читайте числа:

1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20; 21; 22; 23; 24; 25; 26; 27; 28; 29; 30; 31; 32; 33; 34; 35; 36; 37; 38; 39; 40; 41; 52; 59; 67; 78; 83; 95; 101; 111; 118; 124; 140; 157; 201; 291; 700; 706; 716; 766; 843; 835; 1 001; 2 190; 6 151; 10 510; 12 078; 2 000 301; 13 452 121.

Завдання 2. Напишіть числа за моделлю.

<i>Модель</i>	Тридцять вісім → 38, сто дев’ятнадцять → 119
---------------	---

а) дванадцять, дев’ятнадцять, двадцять;
 п’ятнадцять, п’ятдесят, п’ятсот;
 шістнадцять, шістдесят, шістсот;

п'ятнадцять, п'ятдесят один, п'ятсот один;
 сімнадцять, сімдесят один, сімсот один;
 б) вісімнадцять, двадцять вісім, сто п'ять, дев'ятнадцять;
 чотирнадцять, дев'яносто дев'ять, сімсот двадцять три;
 тринадцять, тридцять один, тридцять дев'ять, сто два, сто
 дванадцять; двісті одинадцять, триста сорок один, тисяча вісімсот
 тридцять сім.

Зверніть увагу!

1 (одна) цифра, 2 (дві), 3, 4 цифри, 5-20 цифр, скільки цифр*

* Усі відмінкові форми іменників, прикметників та кількісних числівників дивіться в дод. 1.

Завдання 3. Читайте за моделлю.

<i>Модель</i>	Число 2 складається з цифри 2
	Число 25 складається з цифр 2 та 5

3; 45; 27; 5; 13; 17; 75; 68; 71; 82; 33; 26; 38; 30; 14; 19; 83.

Одноцифрові й багатоцифрові числа

Словник

<i>Українська</i>	<i>Російська</i>	<i>Англійська</i>	<i>Французька</i>
число	число	number	nombre
• одноцифрове~	• однозначное ~	• one-digit~	• un chiffre ~
• двоцифрове~	• двузначное ~	• two-digit~	• deux chiffres ~
• трицифрове~	• трёхзначное ~	• three-digit ~	• trois chiffres ~
• багатоцифрове~	• многозначное ~	• multi-digit ~	• ~a plusieurs chiffres

Одноцифрове число – це число, яке складається з одної цифри.

Зверніть увагу!

складатися з одної цифри = складатися з однієї цифри

Приклади:

3 – це одноцифрове число;

7 – це теж одноцифрове число.

Двоцифрове число – це число, яке складається з двох цифр.

Приклади:

14 – це двоцифрове число; 59 – це теж двоцифрове число.

Трицифрове число – це число, яке складається з трьох цифр.

Приклади:

101 – це трицифрове число; 528 – це теж трицифрове число.

Двоцифрові числа
Трицифрові числа
Чотирицифрові числа
.....

} – це **багатоцифрові числа**.

Завдання 4. Читайте:

а) тільки одноцифрові числа;

б) тільки двоцифрові числа;

в) тільки трицифрові числа.

10, 13, 2, 345, 5, 129, 15, 13, 4, 541;

17, 8, 37, 145, 9, 78, 99, 340, 0, 21;

341, 13, 14, 1, 7, 131, 90, 12, 8, 19;

25, 101, 3, 36, 117, 16, 708, 88, 375, 76;

218, 18, 53, 85, 490, 38576, 82, 90, 66529, 11;

39, 140, 59, 12, 314, 2, 4848, 14, 27, 1239;

5, 30, 32, 419, 5125, 718, 1305, 46652, 811, 132;

642, 312, 9, 1724, 123, 872, 1, 19, 340, 3120.

Завдання 5. Читайте тільки багатоцифрові числа:

303, 0, 671, 14, 23, 102, 4, 6591, 23, 777, 33, 129, 999;

3002, 1000008, 8, 5469, 902, 444, 3010, 1, 1000, 21001.

Натуральні числа

<i>Українська</i>	<i>Російська</i>	<i>Англійська</i>	<i>Французька</i>
число • натуральне ~	число • натуральное ~	number • natural ~	nombre • ~ naturel
використовувати, використовують	использовать, используют	to use, they use	utiliser, on utilize
лічити	считать	to count	compter
предмет	предмет	object	objet
позначати, позначатися	обозначать, обозначаться	to denote, to be denoted	marquer, être marqué

Натуральні числа – це числа, які використовують, щоб лічити предмети.

1, 2, 3, 4, ... – це натуральні числа.
 Усі натуральні числа позначають **N**.
 5 – це натуральне число.
 17 – це натуральне число.
 0 – це ненатуральне число.

Запам'ятайте!

одна цифра (Н.в. = ф. № 1)	Число складається з (із)	одної цифри* (Р.в. = ф. № 2)
двадцять одна цифра		двадцять одної цифри
дві цифри		двох цифр
три цифри		трьох цифр
чотири цифри		чотирьох цифр
п'ять цифр		п'яти цифр
шість цифр		шести цифр
сім цифр		семи цифр
вісім цифр		восьми цифр
дев'ять цифр		дев'яти цифр
десять цифр		десяти цифр
сорок цифр		сорока цифр
п'ятдесят цифр		п'ятдесяти цифр
сто цифр		ста цифр
(одна) тисяча цифр		(одної) тисячі цифр

* Усі відмінкові форми іменників, прикметників і кількісних числівників дивіться в додатку № 1.

Завдання 6. Читайте за моделлю.

<i>Модель</i>	35 – це натуральне двоцифрове число. Число 35 складається з цифр 3 та 5
---------------	--

23, 18, 47, 39, 403, 146, 194, 103, 269, 342.

Математичні знаки

Словник

<i>Українська</i>	<i>Російська</i>	<i>Англійська</i>	<i>Французька</i>
знак	знак	sign	signe
запис	запись (ж. р.)	notation, note	écriture
помножити (на)	умножить (на)	to multiply (by)	multiplier (par)
(роз)ділити (на)	(раз)делить на	to divide (by)	diviser (par)

дорівнює	равно	is equal	est égal
рівність (ж. р.)	равенство	equality	égalité
дія • арифметична~	действие • арифметическое ~	operation • arithmetic ~	opération • ~arithmétique
додавання	сложение	addition	addition
віднімання	вычитание	subtraction	soustraction
множення	умножение	multiplication	multiplication
ділення	деление	division	division
називати	называть	to term, to tell	nommer

Знак		Дія	
+	плюс	$a+b = s$	додавання
-	мінус	$a-b = d$	віднімання
· або *	помножити (на)	$a \cdot b = p$	множення
: або /	розділити (на)	$a:b = q$	ділення

Знак		Значення
=	дорівнює	рівність
≠	не дорівнює	нерівність

Латинський алфавіт

Латинська буква	Читаємо
<i>A a</i>	<i>a</i>
<i>B b</i>	<i>бе</i>
<i>C c</i>	<i>це</i>
<i>D d</i>	<i>де</i>
<i>E e</i>	<i>e</i>
<i>F f</i>	<i>еф</i>
<i>G g</i>	<i>ге</i>
<i>H h</i>	<i>ха</i>
<i>I i</i>	<i>i</i>
<i>J j</i>	<i>йот</i>
<i>K k</i>	<i>ка</i>
<i>L l</i>	<i>ель</i>
<i>M m</i>	<i>ем</i>

<i>N n</i>	<i>ен</i>
<i>O o</i>	<i>о</i>
<i>P p</i>	<i>пе</i>
<i>Q q</i>	<i>ку</i>
<i>R r</i>	<i>ер</i>
<i>S s</i>	<i>ес</i>
<i>T t</i>	<i>те</i>
<i>U u</i>	<i>у</i>
<i>V v</i>	<i>ве</i>
<i>W w</i>	<i>дубль-ве</i>
<i>X x</i>	<i>ікс</i>
<i>Y y</i>	<i>іпсилон (ігрек)</i>
<i>Z z</i>	<i>зет(а)</i>

Запам'ятайте!

Скільки?		Чому? (Д.в. = ф. № 3)
0 нуль (ч. р.)		0 нулю
1 один (одиниця)		1 одному (одиниці)
2 два		2 двом
3 три		3 трьом
4 чотири		4 чотирьом
5 п'ять		5 п'яти
6 шість		6 шести
7 сім		7 семи
8 вісім		8 восьми
9 дев'ять		9 дев'яти
...		...
20 двадцять		20 двадцяти
40 сорок		40 сорока
50 п'ятдесят		50 п'ятдесяти
90 дев'яносто		90 дев'яноста
100 сто		100 ста
200 двісті		200 двомстам
300 триста		300 трьомстам
400 чотириста		400 чотирьомстам
500 п'ятсот		500 п'ятистам
600 шістсот		600 шестистам

дорівнює
=

700 сімсот		700 семистам
800 вісімсот		800 восьмистам
900 дев'ятсот		900 дев'ятистам
1000 (одна) тисяча		1000 (одній) тисячі
2000 дві	тисячі	2000 двом
3000 три		3000 трьом
4000 чотири		4000 чотирьом
5000 п'ять	тисяч	5000 п'яти
549000 п'ятсот сорок дев'ять тисяч		549000 п'ятисот сорока дев'яти тисячам

Завдання 7. Читайте:

- $2+3$ – два плюс три.
 $3-1$ – три мінус один.
 $2 \cdot 3$ – два помножити на три.
 $6:2$ – шість розділити на два.
 $a+b$ – *a* плюс *b*.
 $c-d$ – *це* мінус *де*.
 $t \cdot y$ – *те* помножити на *ігрек*.
 $z:n$ – *зет* розділити на *ен*.
 $s = u$ – *ес* дорівнює *у*.
 $a \neq c$ – *a* не дорівнює *це*.

Математичні знаки нерівностей

Словник

Українська	Російська	Англійська	Французька
нерівність (ж. р.)	неравенство	inequality	inégalité
більше, ніж (за)	больше, чем	greater/more than	plus grand que/ supérieur à
менше, ніж (за)	меньше, чем	less than	plus petit que/ inférieur à

<i>a</i>	$>$	більше (ніж/ за)	<i>b</i>
	$<$	менше (ніж/ за)	
	\geq	більше або дорівнює	
	\leq	менше або дорівнює	

Зверніть увагу!

$a > 1$	a більше, ніж одиниця (ніж + Н.в. = ф. № 1)	більше за одиницю (З.в. = ф. № 4) більше від одиниці (Р.в. = ф. № 2)
---------	--	---

Запам'ятайте, як читати приклади типу $a > b$

Скільки? (Н.в. = ф. № 1)	a більше за ...	що?/ скільки? (З.в. = ф. № 4)
0 – нуль	$a > 0$	нуль
1 – один (одиниця)	1	один (одиницю)
2 – два	2	два
3 – три	3	три
4 – чотири	4	чотири
5 – п'ять	5	п'ять
6 – шість	6	шість
7 – сім	7	сім
8 – вісім	8	вісім
9 – дев'ять	9	дев'ять
25 – двадцять п'ять	25	двадцять п'ять
40 – сорок	40	сорок
50 – п'ятдесят	50	п'ятдесят
90 – дев'яносто	90	дев'яносто
100 – сто	100	сто
200 – двісті	200	двісті
300 – триста	300	триста
400 – чотириста	400	чотириста
500 – п'ятсот	500	п'ятсот
1000 – (одна) тисяча	1000	(одну) тисячу
2000 – дві тисячі	2000	дві тисячі
3000 – три тисячі	3000	три тисячі
4000 – чотири тисячі	4000	чотири тисячі
5000 – п'ять тисяч	5000	п'ять тисяч
1 000 000 – мільйон	1 000 000	(один) мільйон

Завдання 8. Читайте за моделлю.

<i>Модель</i>	22 > 18 Двадцять два більше, ніж вісімнадцять. = Двадцять два більше за вісімнадцять. = Двадцять два більше від вісімнадцяти. =
	14 < 16 Чотирнадцять менше, ніж шістнадцять. = Чотирнадцять менше за шістнадцять. = Чотирнадцять менше від шістнадцяти

$33 > 21$

$29 < 34$

$19 > 15$

$34 < 39$

$34 > 28$

$14 > 11$

$26 > 22$

$90 < 100$

$34 > 30$

$14 > 3$

$17 < 40$

$21 < 29$

$12 < 13$

$27 > 20$

$31 < 45$

Числові вирази

Словник

<i>Українська</i>	<i>Російська</i>	<i>Англійська</i>	<i>Французька</i>
вираз • числовий ~	выражение • числовое ~	expression • numeric ~	expression • numérique ~
дужка, дужки	скобка, скобки	bracket(s)	parenthèse(s)
дужка • кругла ~ • квадратна ~ • фігурна ~	скобка • круглая ~ • квадратная ~ • фигурная ~	bracket • parenthesis • square ~ • braces ~	parenthèse • ~ ronde crochet accolade
відкрити дужку	открыть скобку	to open a bracket	ouvrir parenthèse
закрити дужку	закреть скобку	to close a bracket	fermer parenthèse

Дужки

() – круглі дужки

[] – квадратні дужки

{ } – фігурні дужки

Запам'ятайте!

Знак	Як читати		
(відкрити	круглу	дужку
[квадратну	
{		фігурну	
)	закрити	круглу	
]		квадратну	
}		фігурну	

Числовий вираз – це математичний запис, де є числа, знаки арифметичних дій і дужки.

Читаємо числовий вираз $32:[7+5\cdot(21-19)]$ так:
тридцять два розділити на, відкрити квадратну дужку, сім плюс п'ять, помножити на, відкрити круглу дужку, двадцять один мінус дев'ятнадцять, закрити круглу дужку, закрити квадратну дужку.

Завдання 9. Читайте вирази:

а) $72 - 6 \cdot \{ [(43 + 17) : 3 - 2 \cdot (28 : 14 + 3)] : 5 + 8 \}$;

б) $(5816 - 816 : 4 + 812) \cdot 2$;

в) $(1923 - 671) \cdot 6 + 11984 : 214$;

г) $142999 - (429 \cdot 328 - 430 \cdot 21)$;

д) $(5555 + 82320 : 84 - 693) \cdot 66$.

Завдання 10. Читайте вирази. Напишіть їх символами та числами.

<i>Модель</i>	Відкрити круглу дужку, шістдесят чотири помножити на вісім плюс два, закрити круглу дужку, помножити на три мінус п'ятсот сорок дев'ять, плюс тридцять шість розділити на дев'ять. $(64 \cdot 8 + 2) \cdot 3 - 549 + 36 : 9$
---------------	---

а) відкрити круглу дужку, десять плюс вісім розділити на два, закрити круглу дужку, помножити на чотири;

б) відкрити фігурну дужку, відкрити квадратну дужку, два помножити на, відкрити круглу дужку, сто сорок вісім мінус сімдесят два розділити на чотири, закрити круглу дужку, плюс п'ятдесят п'ять, закрити квадратну дужку, закрити фігурну дужку, розділити на дев'ять.

Додатні та від'ємні числа

Словник

Українська	Російська	Англійська	Французька
число • ціле ~ • парне ~ • непарне ~ • від'ємне ~ • додатне ~ • протилежне ~	число • целое ~ • чётное ~ • нечётное ~ • отрицательное ~ • положительное ~ • противоположное ~	number • whole ~ • even ~ • odd ~ • negative ~ • positive ~ • opposite~	nombre • ~entier • ~paire • ~impaire • ~négatif • ~positif • ~opposé/ contraire
знак протилежний ~ однакові знаки зі знаком / знаками без знака	знак противоположный ~ одинаковые знаки со знаком/знаками без знака	sign opposite~ same signs with sign(s) without sign	signe ~contraire /opposé ~même signes avec signe(s) / sans signe
якщо ... , то ...	если ... , то ...	if ... then ...	si ... alors ...
поставити	поставить	to put	mettre
той самий те саме	тот же самый то же самое	the (very) same	le même

Додатне число – це число зі знаком плюс. Наприклад, +3.
Додатне число можна писати без знака. Замість +3 можна писати 3.

Від'ємне число – це число зі знаком мінус. Наприклад, -3.
Від'ємне число не можна писати без знака.

+ плюс +5 – додатне число 15 – додатне число 6, 10, 231 – додатні числа	– мінус – 3 – від'ємне число – 14 – від'ємне число – 8, – 10, – 133 – від'ємні числа
0 – не додатне й не від'ємне число	

Запам'ятайте!

1 (одне)	від'ємне додатне	число
2 (два) 3 (три) 4 (чотири)	від'ємних додатних	числа
5 (п'ять) 6 (шість) ...	від'ємних додатних	чисел

Завдання 11. Читайте:

а) тільки додатні числа;

б) тільки від'ємні числа.

– 2, 3, – 12, 39, – 123, 36, – 213, 22, 439, – 120;
 78, 612, 1023, – 12, 234, 90, – 30, – 32, – 129, 3;
 45, – 127, 301, – 29, – 69, – 51, – 207, 43, – 134;
 68, – 1, – 18, 487, – 29, 456, – 2, – 641, – 23, – 98;
 4, 21, – 213, – 6543, 87, – 21, – 65, – 534, 26, – 27;
 31, – 74, – 434, 213, 43, – 41, – 657, 675, 901, – 23.

Знаки «+» і «–» – це протилежні знаки.

Запам'ятайте!

– a і $-b$
 $+a$ і $+b$ – це числа з однаковими знаками.

– a і $+b$
 $+a$ і $-b$ – це числа з протилежними знаками.

Завдання 12. За моделлю прочитайте числа:

а) із протилежними знаками;

б) з однаковими знаками.

<i>Модель</i>	– 32 та 12 – це числа з протилежними знаками
	– 121 та – 42 – це числа з однаковими знаками
	14 та 19 – це числа з однаковими знаками

 $+ 32$ і $+ 31$ $- 90$ й 19 $- 20$ і $- 17$ $- 56$ і $+ 3$ $- 12$ і $- 14$ 18 і 91 $+ 67$ і $- 17$ 23 і $- 45$ $- 15$ і $- 13$

Протилежні числа – це числа з протилежними знаками, але з однакових цифр.

Наприклад, $+5$ і -5 .

Якщо поставити знак плюс (+) перед цілим числом, то вийде те саме число.

$+(+ 3) = + 3 = 3,$

$+(- 4) = - 4.$

Якщо поставити знак мінус (–) перед цілим числом, то вийде протилежне число.

$$-(+3) = -3,$$

$$-(-8) = +8 = 8.$$

Завдання 13. Пишіть і читайте протилежні числа.

<i>Модель</i>	+ 13. Протилежне число – 13. – 15. Протилежне число +15
---------------	--

+ 16

– 9

+ 23

– 25

+ 9

+ 10

– 53

+ 71

– 17

– 100

Цілі числа

<i>Українська</i>	<i>Російська</i>	<i>Англійська</i>	<i>Французька</i>
число	число	number	nombre
ціле ~	• целое ~	• whole ~	• entier ~

Цілі числа – це натуральні числа, протилежні числа та число 0.

Усі цілі числа позначають **Z**.

Цілі числа можна записати так:

$$\dots -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 \dots$$

Числа праворуч від нуля – це *додатні числа*, числа ліворуч від нуля – це *від’ємні числа*.

Координатна пряма

Словник

<i>Українська</i>	<i>Російська</i>	<i>Англійська</i>	<i>Французька</i>
координатна пряма	координатная прямая	coordinate line	ligne de coordonnées
вісь (ж. р.) числова вісь	ось (ж. р.) числовая ось	numerical axis	axe numérique
початок відліку	начало отсчёта	point of reference, reference point	origine de référence
масштаб	масштаб	scale	échelle

зображати	изображать	to represent	représenter
сукупність (ж. р.)	совокупность (ж. р.)	assembly, set	ensemble
лінія	линия	line	ligne
точка	точка	point	point
відрізок одиничний ~	отрезок единичный отрезок	segment unit segment	segment/ pièce, segment unitaire
напря́м • додатний ~ • від'ємний ~	направление • положительное ~ • отрицательное ~	direction • positive ~ • negative ~	direction • ~ positif • ~ négatif
єдиний	единственный	the only, unique, single	singulier single

Цілі числа легко зобразити точками на координатній прямій.

Що таке координатна пряма

Координатна пряма, або **числова вісь**, – це пряма лінія, яка має початок відліку, напря́м і масштаб.

Додатний напря́м на координатній прямій – зліва направо.

Від'ємний напря́м – справа наліво.

Координата точки – це число, яке позначає місце точки на прямій.

Початок координат – це початок відліку (рис. 1.1).

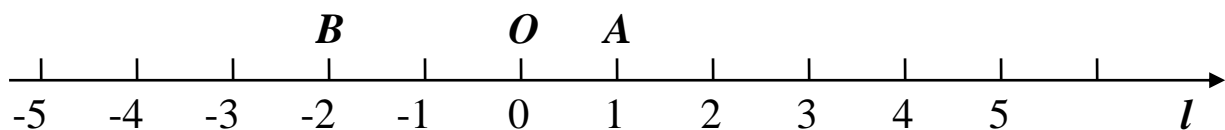


Рис. 1.1

l – координатна пряма;

O – початок відліку.

Точка A зображує число 1;

1 – координата точки A .

Точка В зображує число -2 ;
 -2 – координата точки В.
 Точка О зображує число 0.
 Це можна записати так: А (1); В (-2); О (0).

Завдання 14. Прочитайте за моделлю.

<i>Модель</i>	А (-4) Точка А зображує число мінус чотири. Мінус чотири – координата точки А
---------------	---

А (-3), В (3), С (8), D (-9), Е (9), F (-14).

Завдання 15. Зобразіть на числовій осі точки:

А (-5), В (7), С (4), D (-2), Е (-8), F (-1).

Модуль (або абсолютна величина) числа

Словник

<i>Українська</i>	<i>Російська</i>	<i>Англійська</i>	<i>Французька</i>
модуль (ч. р.)	модуль (м. р.)	module	module
абсолютна величина	абсолютная величина	absolute value	valeur absolue
від ... до ...	от ... до ...	from ... to ...	de ... à ...
відстань (ж. р.)	расстояние	distance	distance, intervalle
пряма • координатна ~	прямая • координатная ~	line • coordinate ~	(direct) ligne • coordonnées
початок відліку	начало отсчета	point of reference, reference point	origine de référence
точка	точка	point	point

Модуль додатного числа a – це число a . Модуль від'ємного числа – це протилежне число $-a$. Модуль нуля дорівнює нулю.

$$|a| = \begin{cases} a, & a > 0, \\ 0, & a = 0, \\ -a, & a < 0. \end{cases}$$

Приклади:

$$|+3| = 3;$$

$$|-4| = +4;$$

$$|0| = 0.$$

Завдання 16. Обчисліть модуль числа:

$|+7|$

$|-12|$

$|-33|$

$|-85|$

$|+12|$

$|-23|$

$|+45|$

$|-14|$

$|+95|$

$|0|$

Модуль числа – це відстань від нуля до точки на прямій, що зображує це число (рис. 1.2).

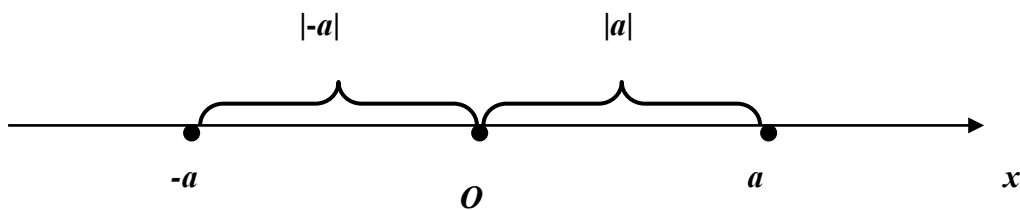


Рис. 1.2

Модулі протилежних чисел рівні:

$$|a| = |-a|.$$

Як читати модулі

Скільки		Модуль чого / модуль якого числа <i>Р.в. = ф. № 2</i>
0 – нуль	$ 0 $	модуль нуля
1 – один (одиниця)	$ 1 $	модуль одного (одиниці)
2 – два	$ 2 $	модуль двох
3 – три	$ 3 $	модуль трьох
4 – чотири	$ 4 $	модуль чотирьох
5 – п'ять	$ 5 $	модуль п'яти
6 – шість	$ 6 $	модуль шести
7 – сім	$ 7 $	модуль семи
8 – вісім	$ 8 $	модуль восьми
9 – дев'ять	$ 9 $	модуль дев'яти
...

20 – двадцять	20	модуль двадцяти
25 – двадцять п'ять	25	модуль двадцяти п'яти
40 – сорок	40	модуль сорока
50 – п'ятдесят	50	модуль п'ятдесяти
90 – дев'яносто	90	модуль дев'яноста
100 – сто	100	модуль ста
1000 – тисяча	1000	модуль тисячі
2000 – дві тисячі	2000	модуль двох тисяч
3000 – три тисячі	3000	модуль трьох тисяч
4000 – чотири тисячі	4000	модуль чотирьох тисяч
5000 – п'ять тисяч	5000	модуль п'яти тисяч
1 000 000 – мільйон	1 000 000	модуль мільйона
2 000 000 – два мільйони	2 000 000	модуль двох мільйонів

Зверніть увагу!

модуль числа два = модуль двох

Пишемо цифри та символи	Читаємо	
	Модуль чого (Р.в. = ф. № 2) дорівнює ...	чому (Д.в. = ф. № 3)
$ 0 = 0$	модуль нуля дорівнює	нулю
$ -1 = 1$	модуль мінус одного (одиниці) дорівнює	одному (одиниці)
$ -2 = 2$	модуль мінус двох дорівнює	двом
$ -3 = 3$	модуль мінус трьох дорівнює	трьом
$ -4 = 4$	модуль мінус чотирьох дорівнює	чотирьом
$ -5 = 5$	модуль мінус п'яти дорівнює	п'яти
$ -6 = 6$	модуль мінус шести дорівнює	шести
$ -7 = 7$	модуль мінус семи дорівнює	семи

$ -8 = 8$	модуль мінус восьми дорівнює	восьми
$ -9 = 9$	модуль мінус дев'яти дорівнює	дев'яти
...
$ -20 = 20$	модуль мінус двадцяти дорівнює	двадцяти
$ -25 = 25$	модуль мінус двадцяти п'яти дорівнює	двадцяти п'яти
$ -40 = 40$	модуль мінус сорока дорівнює	сорока
$ -50 = 50$	модуль мінус п'ятдесяти дорівнює	п'ятдесяти
$ -90 = 90$	модуль мінус дев'яноста дорівнює	дев'яноста
$ -100 = 100$	модуль мінус ста дорівнює	ста
$ -1000 = 1000$	модуль мінус тисячі дорівнює	тисячі
$ -2000 = 2000$	модуль мінус двох тисяч дорівнює	двом тисячам
$ -3000 = 3000$	модуль мінус трьох тисяч дорівнює	трьом тисячам
$ -4000 = 4000$	модуль мінус чотирьох тисяч дорівнює	чотирьом тисячам
$ -5000 = 5000$	модуль мінус п'яти тисяч дорівнює	п'яти тисячам
$ -1\ 000\ 000 =$ $1\ 000\ 000$	модуль мінус мільйона дорівнює	мільйону

Запам'ятайте!

Модуль	дорівнює	5 (п'яти) 20 (двадцяти)
Модулі	дорівнюють	

Завдання 17. Читайте за моделлю.

<i>Модель</i>	Модуль семи мінус модуль мінус двох дорівнює п'яти. $ 7 - -2 = 7 - (-(-2)) = 7 - (+2) = 7 - 2 = 5$
---------------	--

1) $|3| + |2| = 5;$

2) $|3| + |-2| = 5;$

3) $|13| - |-15| = -2;$

4) $|-8| + |3| = 11.$

Порівняння чисел

<i>Українська</i>	<i>Російська</i>	<i>Англійська</i>	<i>Французька</i>
порівнювати/ порівняти	сравнивать/ сравнить	to compare	comparer
порівняння	сравнение	comparison	comparaison
той, та, то, ті	тот, та, то, те	the one, that, those	cela, celui, ceux
обчислити	вычислить	to calculate, to evaluate	calculer
назвати Назвіть!	назвать Назовите!	to tell, to term Tell!	nommer Nommez!

Із двох цілих чисел більше те число, чий модуль більше.

... -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 ...

←

→

менше

більше

Додатне число більше за нуль.

Від'ємне число менше за нуль.

Додатне число більше за будь-яке від'ємне число.

Із двох від'ємних чисел більше те число, чий модуль менше.

$$-4 > -14, \text{ оскільки } |-4| < |-14|.$$

Приклад:

$$-5 > -6, -9 < 0, 7 > 0, -5 < 3.$$

Зверніть увагу!

Модуль мінус десяти більше за модуль п'яти. =
Модуль мінус десяти більше, ніж модуль п'яти. =
Модуль мінус десяти більше від модуля п'яти

Завдання 18. Порівняйте модулі чисел за моделлю.

<i>Модель</i>	$ +7 < +9 $ Модуль числа +7 менше за модуль числа +9/ = Модуль числа +7 менше, ніж модуль числа +9
	$ -11 > -9 $ Модуль числа -11 більше за модуль числа -9. = Модуль числа -11 більше, ніж модуль числа -9

$| -8 | \dots | +10 |$

$| -6 | \dots | -5 |$

$| -22 | \dots | +31 |$

$| -47 | \dots | +47 |$

$| -13 | \dots | -9 |$

$| +17 | \dots | -21 |$

$| -58 | \dots | +40 |$

$| -18 | \dots | +12 |$

$| -5 | \dots | +15 |$

$| -21 | \dots | -25 |$

Завдання 19. Порівняйте числа за моделлю.

<i>Модель</i>	$+5 > +3$ Число (плюс) п'ять більше за число (плюс) три. = Число (плюс) п'ять більше, ніж число (плюс) три
	$-7 < -2$ Число мінус сім менше за число мінус два. = Число мінус сім менше, ніж число мінус два

$-3 \dots -5$

$7 \dots 11$

$21 \dots -21$

$-9 \dots 0$

$5 \dots 0$

$100 \dots 99$

$+31 \dots 0$

$-9 \dots 0$

$-7 \dots -4$

$-17 \dots +13$

$-22 \dots +22$

$-8 \dots -4$

$-24 \dots -25$

$-10 \dots -100$

$13 \dots -14$

$-16 \dots 5$

Теоретичні питання й завдання з теми «Цілі числа. Арифметичні дії»

1. Що таке цифра?
2. Що таке одноцифрове число?
3. Що таке двоцифрове число?
4. Що таке багатоцифрове число?
5. Що таке натуральне число?
6. Назвіть знак додавання.
7. Назвіть знак віднімання.
8. Назвіть знак множення.

9. Назвіть знак ділення.
10. Назвіть математичні знаки нерівностей.
11. Які дужки ви знаєте?
12. Що таке числовий вираз?
13. Знаки + і – однакові чи протилежні?
14. Що таке протилежні числа?
15. Що таке ціле число?
16. Що таке координатна пряма?
17. Що таке початок координат?
18. Який напрям на координатній прямій додатний?
19. Який напрям на координатній прямій від'ємний?
20. Що таке координата точки?
21. Як на числовій осі зображують додатні та від'ємні числа?
22. Як позначають модуль числа?
23. Як знайти модуль додатного числа?
24. Як знайти модуль від'ємного числа?
25. Чи може модуль числа бути від'ємним числом?

Домашнє завдання

1. Напишіть числа за моделлю.

<i>Модель</i>	П'ятдесят один – 51; сімсот одинадцять – 711; чотири тисячі двадцять сім – 4027
---------------	---

- а) п'ятнадцять, вісімнадцять, дев'ятнадцять, двадцять три, п'ятдесят дев'ять;
- б) двісті тринадцять, сто вісімдесят чотири, вісімсот чотири, двісті три, вісімсот шістдесят чотири;
- в) одна тисяча тридцять два, три тисячі триста двадцять п'ять, п'ять тисяч сімсот тринадцять, сім тисяч триста дванадцять, три тисячі вісімсот сім.

2. Напишіть числа за моделлю.

<i>Модель</i>	14 – чотирнадцять; 123 – сто двадцять три
---------------	--

16, 44, 50, 91, 119, 940, 214, 988.

3. Заповніть таблицю.

Одноцифрові числа	Двоцифрові числа	Трицифрові числа

2, 6, 31, 8, 10, 16, 60, 34, 171, 201, 0, 12, 29, 987, 22, 4, 65, 120.

4. Обчисліть модулі:

$ -110 $	$ -198 + -231 $	$ 1045 - 1013 $
$ 0 $	$ 219 - 113 $	$ -10 + -11 $
$ 102 $	$ -129 + -129 $	$ -113 + 112 $

5. Порівняйте числа:

22 ... 38	26 ... 51	3 ... 12
43 ... 2	23 ... 14	45 ... 78
29 ... 30	34 ... 34	12 ... 32
10 ... 12	39 ... 93	213 ... 132

ТЕСТИ

1. ... – це цифра.

А	Б	В	Г	Д
0	12	-1	14	Усі відповіді неправильні

2. Яке число нуль?

А	Б	В	Г	Д
додатне	від'ємне	натуральне	ціле	Усі відповіді неправильні

3. ... – це натуральне число.

А	Б	В	Г	Д
0	2	-5	-2	Усі відповіді неправильні

4. ... – це багатозначне число.

А	Б	В	Г	Д
20	9	-8	1	Усі відповіді неправильні

5. Знак додавання –

А	Б	В	Г	Д
*	:	–	+	Усі відповіді неправильні

6. Знак віднімання –

А	Б	В	Г	Д
/	:	–	+	Усі відповіді неправильні

7. Знак множення –

А	Б	В	Г	Д
*	:	/	+	Усі відповіді неправильні

8. Знак ділення –

А	Б	В	Г	Д
*	:	–	+	Усі відповіді неправильні

9. Знак нерівності –

А	Б	В	Г	Д
+	\leq	=	:	Усі відповіді неправильні

10. Знак нерівності –

А	Б	В	Г	Д
*	:	–	>	Усі відповіді неправильні

1.2. Арифметичні дії. Порядок дій

Арифметичні дії

Словник

Українська	Російська	Англійська	Французька
містити	содержать	to contain	contenir
дія	действие	operation	opération
додавання	сложение	addition	addition
віднімання	вычитание	subtraction	soustraction

множення	умножение	multiplication	multiplication
ділення	деление	division	division
компонента	компонента	component	composante
доданок	слагаемое	item, term	terme (d'une somme)
зменшуване	уменьшаемое	minuend	le plus grand nombre
від'ємник	вычитаемое	subtrahend	nombre soustraitif
множник	множитель (м. р.),	multiplier/factor	multiplicateur,
співмножник	сомножитель	co-factor	facteur
ділене	делимое	dividend	dividende
дільник	делитель (м. р.)	divisor	diviseur, démultiplicateur
результат	результат	result	résultat
сума	сумма	sum	somme
різниця	разность (ж. р.)	difference	différence
добуток	произведение	product	produit
частка	частное	quotient	quotient
мати	иметь	to have	avoir
запис	запись (ж. р.)	notation, note	écriture, form

Арифметична дія – це математичний запис, який містить числа, арифметичні знаки (+; –; ·; :) і результат.

В арифметиці є чотири основні дії: додавання, віднімання, множення, ділення.

	Дія	Компоненти	Результат
$a+b = s$	додавання	a – перший доданок, b – другий доданок	s – сума
$a-b = d$	віднімання	a – зменшуване, b – від'ємник	d – різниця
$a \cdot b = p$	множення	a – перший множник, b – другий множник	p – добуток
$a:b = q$	ділення	a – ділене, b – дільник	q – частка

Запам'ятайте!

Що? (Н.в. = ф. № 1)	=	Чому? (Д.в. = ф. № 3)
-------------------------------	---	---------------------------------

Результат Дільник Сума Різниця Число	дорівнює	1 – одному (одиниці) 2 – двом 5 – п'яти 25 – двадцяти п'яти 100 – ста 1 000 000 – мільйону
Результати Множники Числа	дорівнюють	0 – нулю числу 5 добутку $a \cdot b$ сумі $a + b$ першому доданку другому доданку зменшуваному

1. Додавання

Додавання – це арифметична дія, яка містить знак плюс.
Плюс – це знак додавання.

$$a + b = s,$$

де a – перший доданок;

b – другий доданок;

s – сума, результат додавання.

Сума – це результат додавання.

Приклад: $3 + 2 = 5$.

Три плюс два **буде** п'ять. = Три плюс два **дорівнює** п'яти.

Це додавання.

Компоненти додавання:

3 – це перший доданок;

2 – це другий доданок.

Результат – 5.

5 – це сума.

Запам'ятайте!

Якщо один із двох доданків дорівнює нулю, то сума дорівнює другому доданку:

$$a + 0 = 0 + a = a.$$

Завдання 1. Читайте за моделлю.

<i>Модель</i>	$12+7 = 19.$ Дванадцять плюс сім буде дев'ятнадцять = Дванадцять плюс сім дорівнює дев'ятнадцяти . Це додавання. 12 – це перший доданок; 7 – це другий доданок; 19 – це сума
---------------	--

$14+6 = 20$

$32+25 = 57$

$16+8 = 24$

$8+27 = 35$

$98+4 = 102$

$468+22 = 490$

$75+4 = 79$

$60+26 = 86$

$123+9 = 132$

Завдання 2. Читайте за моделлю.

<i>Модель</i>	Скільки буде 5 плюс 4? П'ять плюс чотири буде дев'ять
	Чому дорівнює сума чисел 5 і 4? Сума чисел п'ять і чотири дорівнює дев'яти

$12 \text{ і } 14$

$19 \text{ і } 21$

$11 \text{ і } 72$

$21 \text{ і } 15$

$18 \text{ і } 3$

$15 \text{ і } 2$

$13 \text{ і } 12$

$31 \text{ і } 30$

$17 \text{ і } 19$

Завдання 3. Обчисліть і читайте за моделлю.

<i>Модель</i>	$6+12=18.$ 6 – це перший доданок; 12 – це другий доданок; 18 – це сума
---------------	---

$23+81$

$39+61$

$102+74$

$14+87$

$11+187$

$433+29$

$134+75$

$23+96$

$28+35$

$18+22$

$34+22$

$39+17$

2. Віднімання

Віднімання – це арифметична дія, яка містить знак мінус.

Мінус – це знак віднімання.

$$a - b = d,$$

де a – зменшуване;
 b – від’ємник;
 d – різниця, результат віднімання.

Різниця – це результат віднімання.

Приклад: $8 - 3 = 5$.

Вісім мінус три **буде** п’ять. = Вісім мінус три **дорівнює** п’яти.

Це віднімання.

Компоненти віднімання:

8 – це зменшуване;

3 – це від’ємник.

Результат – 5.

5 – це різниця.

Запам’ятайте!

Якщо від’ємник дорівнює нулю, то різниця дорівнює зменшуваному.

$$a - 0 = a.$$

Якщо зменшуване та від’ємник рівні, то різниця дорівнює нулю.

$$a - a = 0.$$

Завдання 4. Читайте за моделлю.

<i>Модель</i>	$23 - 8 = 15$. Двадцять три мінус вісім буде п’ятнадцять = Двадцять три мінус вісім дорівнює п’ятнадцяти. Це віднімання. 23 – це зменшуване; 8 – це від’ємник; 15 – це різниця
---------------	---

$43 - 13 = 30$

$74 - 25 = 49$

$35 - 23 = 12$

$18 - 11 = 7$

$81 - 14 = 67$

$156 - 9 = 147$

$32 - 17 = 15$

$23 - 19 = 4$

$66 - 15 = 51$

Завдання 5. Читайте за моделлю.

<i>Модель</i>	Скільки буде 14 мінус 8? Чотирнадцять мінус вісім буде шість
	Чому дорівнює різниця чисел 14 і 8? Різниця чисел чотирнадцять і вісім дорівнює шести

45 і 14

28 і 26

135 і 32

11 і 4

61 і 43

110 і 27

15 і 12

31 і 16

21 і 19

Завдання 6. Обчисліть та читайте за моделлю.

<i>Модель</i>	43 – 23 = 20. 43 – це зменшуване; 23 – це від’ємник; 20 – це різниця
---------------	---

31 – 19

82 – 17

37 – 29

35 – 16

38 – 26

39 – 24

73 – 14

65 – 12

63 – 18

59 – 48

69 – 13

75 – 57

3. Множення

Множення – це арифметична дія, яка містить знак множення. \cdot або $*$ – це знак множення.

$$a \cdot b = p,$$

де a – перший множник;

b – другий множник;

p – добуток, результат множення.

Добуток – це результат множення.

Приклад: $3 \cdot 4 = 12$.

Три помножити на чотири буде дванадцять. =

Три помножити на чотири **дорівнює** дванадцяти.

Це множення.

Компоненти множення:

3 – це перший множник; 4 – це другий множник. Результат – 12.

12 – це добуток.

Завдання 7. Читайте за моделлю.

<i>Модель</i>	$2 \cdot 5 = 10.$ Два помножити на п'ять буде десять = Два помножити на п'ять дорівнює десяти. Це множення. 2 – це перший множник; 5 – це другий множник; 10 – це добуток
---------------	---

$3 \cdot 5 = 15$

$5 \cdot 16 = 80$

$56 \cdot 2 = 112$

$9 \cdot 8 = 72$

$21 \cdot 4 = 84$

$19 \cdot 4 = 76$

$14 \cdot 3 = 42$

$35 \cdot 3 = 105$

$18 \cdot 2 = 36$

Завдання 8. Читайте за моделлю.

<i>Модель</i>	Скільки буде 9 помножити на 2? Дев'ять помножити на два буде вісімнадцять
	Чому дорівнює добуток чисел 9 і 2? Добуток чисел дев'ять і два дорівнює вісімнадцяти

$12 \text{ і } 3$

$8 \text{ і } 6$

$25 \text{ і } 2$

$9 \text{ і } 4$

$7 \text{ і } 2$

$11 \text{ і } 5$

$5 \text{ і } 10$

$13 \text{ і } 4$

$15 \text{ і } 11$

Запам'ятайте!

Якщо один із множників дорівнює нулю, то добуток дорівнює нулю.

$$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0.$$

Якщо добуток дорівнює нулю, то хоча б один із множників дорівнює нулю.

Завдання 9. Обчисліть і читайте за моделлю.

<i>Модель</i>	$3 \cdot 10 = 30.$ 3 – це перший множник, 10 – це другий множник, 30 – це добуток
---------------	--

$3 \cdot 24;$

$38 \cdot 4;$

$17 \cdot 19;$

$5 \cdot 22;$

$25 \cdot 8;$

$44 \cdot 5;$

$14 \cdot 7;$

$35 \cdot 4;$

$3 \cdot 29;$

4. Ділення

Ділення – це арифметична дія, яка містить знак ділення.
: або / – це знак ділення.

$$a : b = q,$$

де a – ділене;

b – дільник;

q – частка, результат ділення.

Частка – це результат ділення.

Приклад: $18 : 2 = 9$.

Вісімнадцять розділити на два буде дев'ять. =

Вісімнадцять розділити на два **дорівнює** дев'яти.

Це ділення.

Компоненти ділення:

18 – це ділене;

2 – це дільник.

Результат – 9.

9 – це частка.

Завдання 10. Читайте за моделлю.

<i>Модель</i>	$32 : 8 = 4$. Тридцять два розділити на вісім буде чотири = Тридцять два розділити на вісім дорівнює чотирьом. Це ділення. 32 – це ділене; 8 – це дільник; 4 – це частка
---------------	---

$$45 : 9 = 5$$

$$36 : 4 = 9$$

$$42 : 7 = 6$$

$$24 : 3 = 8$$

$$51 : 3 = 17$$

$$56 : 14 = 4$$

$$68 : 34 = 2$$

$$100 : 25 = 4$$

$$104 : 8 = 13$$

Завдання 11. Обчисліть і читайте за моделлю.

<i>Модель</i>	$16 : 8$ 16 – це ділене; 8 – це дільник; $16 : 8 = 2$. 2 – це частка.
---------------	--

12 : 4	24 : 6	198 : 9
26 : 2	56 : 4	45 : 9
28 : 7	56 : 8	55 : 5
81 : 9	55 : 5	84 : 2

Завдання 12. Читайте за моделлю.

<i>Модель</i>	Скільки буде тридцять п'ять розділити на сім?
	Тридцять п'ять розділити на сім буде п'ять
	Чому дорівнює частка чисел 35 і 7?
	Частка чисел тридцять п'ять і сім дорівнює п'яти

75 і 25	14 і 2	34 і 17
12 і 6	100 і 20	15 і 5
121 і 11	135 і 5	21 і 7

Запам'ятайте!

За будь-яких значень a є правильною рівність

$$\boxed{a : 1 = a.}$$

Якщо a не дорівнює 0, то є правильними такі рівності:

$$\boxed{0 : a = 0,}$$

$$\boxed{a : a = 1.}$$

Ділити на нуль не можна!

Завдання 13. Читайте:

5 + 3 = 8	11 - 9 = 2	18 + 14 = 32
23 - 19 = 4	35 + 22 = 57	61 - 52 = 9
17 + 16 = 33	42 - 16 = 26	38 + 42 = 80
3 · 7 = 21	63 : 7 = 9	32 · 3 = 96
28 : 14 = 2	27 · 2 = 54	124 : 4 = 31
5 · 8 = 40	72 : 6 = 12	17 · 5 = 85

Парні й непарні числа

Словник

<i>Українська</i>	<i>Російська</i>	<i>Англійська</i>	<i>Французька</i>
число • парне ~ • непарне ~	число • четное ~ • нечетное ~	number • even ~ • odd ~	nombre • ~pair • ~impair
ділиться	делится	to be divisible	se diviser

Парне число – це число, яке ділиться на 2.

Непарне число – це число, яке не ділиться на 2.

Непарні числа	Парні числа
1	2
3	4
5	6
7	8
...	...

Парне число плюс парне число буде парне число.

$$24 + 32 = 56.$$

Непарне число плюс непарне число буде парне число.

$$33 + 15 = 48.$$

Парне число плюс непарне число буде непарне число.

$$2 + 7 = 9.$$

Парне число помножити на парне число буде парне число.

$$2 \cdot 6 = 12.$$

Парне число помножити на непарне число буде парне число.

$$4 \cdot 7 = 28.$$

Непарне число помножити на непарне число буде непарне число.

$$5 \cdot 5 = 25.$$

Завдання 14. Читайте:

а) тільки парні числа;

б) тільки непарні числа:

41; 6; 7; 35; 8; 13; 219; 156; 134; 4; 19; 38; 79; 51; 22; 64; 123; 1014;
66; 212; 131; 77; 356; 5472; 6571; 3289; 7536; 8120, 17; 26; 5; 48;
61; 154; 183; 1011; 360; 37; 49; 2158; 3233; 181; 31; 52; 372; 833;
234; 1013; 41; 2037; 24; 78; 10536; 72143.

Порядок арифметичних дій

Словник

<i>Українська</i>	<i>Російська</i>	<i>Англійська</i>	<i>Французька</i>
порядок дій	порядок действий	order of operations	ordre d'operations
містити	содержать	to contain	contenir
отже	следовательно	therefore	donc
правило	правило	rule	règle
тільки	только	only	seulement
послідовно	последовательно	step by step	séquentiellement
різні дії	различные действия	different operations	operations différentes
такий	такой	such	tel
розкрити дужки	раскрыть скобки	to open brackets/parentheses	ouvrir des parenthèses
розкриття при розкритті дужок/ під час розкриття дужок	раскрытие при раскрытии скобок	opening while opening brackets/parentheses	ouverture lors de l'ouverture des parenthèses
перед дужками	перед скобками	before brackets/parentheses	avant des parenthèses
міняти	менять	to change	changer
означати	значить	to mean	signifier
необхідно	необходимо	necessary	nécessaire
останній	последний	last	dernier
оформлення	оформление	presentation	presentation
розв'язок	решение	solution	solution
стовпчик	столбик	column	colonne
використовувати	использовать	to use	utiliser
не змінюється від переставлення	не меняется от перестановки	does not change after permutation	ne change pas après permutation

Коли виконують арифметичні дії, потрібно дотримуватися правил.

Правило 1. Якщо запис містить тільки дії додавання та віднімання або тільки дії множення та ділення, то обчислюємо **послідовно** – зліва направо.

Приклад 1. $21 - 6 + 4$.

Якщо перша дія $21 - 6 = 15$, а друга дія $15 + 4 = 19$, отримаємо **правильний** результат:

$$21 - 6 + 4 = 19.$$

У прикладі виконуємо дії послідовно.

Приклад 2. $42 : 7 \cdot 3$.

Якщо перша дія $7 \cdot 3 = 21$, а друга дія $42 : 21 = 2$, отримаємо **неправильний** результат:

$$42 : 7 \cdot 3 \neq 2.$$

Якщо перша дія $42 : 7 = 6$, а друга дія $6 \cdot 3 = 18$, отримаємо **правильний** результат:

$$42 : 7 \cdot 3 = 18.$$

Правило 2. Якщо запис містить різні дії, то спочатку послідовно виконуємо дії множення та ділення, потім теж послідовно виконуємо дії додавання й віднімання.

Приклад: $16 + 24 : 4 - 3 \cdot 2$.

Якщо обчислювати послідовно, отримаємо **неправильний** результат:

$$16 + 24 : 4 - 3 \cdot 2 \neq 14.$$

Якщо перша дія $24 : 4 = 6$, друга дія $3 \cdot 2 = 6$, третя дія $16 + 6 = 22$, а четверта дія $22 - 6 = 16$, отримаємо **правильний** результат.

$$16 + 24 : 4 - 3 \cdot 2 = 16.$$

Завдання 15. Напишіть три приклади, де є такий порядок виконання дій:

- а) множення, додавання, віднімання;
- б) додавання, віднімання, додавання;
- в) множення, ділення, додавання.

Розкрити дужки означає виконати дії та записати результат без дужок.

Приклади:

$$25 - (13 + 2) = 25 - 15 = 10$$

$$25 - 13 - 2 = 10$$

$$16 + (18 - 2) = 16 + 16 = 32$$

$$16 + 18 - 2 = 34 - 2 = 32$$

Правила розкриття дужок

1. Якщо перед дужками стоїть знак плюс, то під час розкриття дужок знаки не змінюють.

2. Якщо перед дужками стоїть знак мінус, то під час розкриття дужок знаки змінюють на протилежні.

Правило 3. Якщо запис містить різні дужки (круглі, квадратні, фігурні), виконуємо дії послідовно – у круглих, квадратних, фігурних дужках.

Запам'ятайте!

круглі дужки → у круглих дужках

Приклад: $\{[2 \cdot (148 - 72 : 4)] + 55\} : 9$.

Спочатку необхідно розкрити круглі дужки:

$$148 - 72 : 4.$$

Перша дія – ділення:

$$72 : 4 = 18.$$

Друга дія – віднімання:

$$148 - 18 = 130.$$

Результат у круглих дужках дорівнює 130.

Потім розкриваємо квадратні дужки:

$$2 \cdot 130 = 260.$$

Результат у квадратних дужках дорівнює 260.

Потім розкриваємо фігурні дужки:

$$260 + 55 = 315.$$

Результат у фігурних дужках дорівнює 315.

Остання дія – ділення:

$$315 : 9 = 35.$$

Отже, $\{[2 \cdot (148 - 72 : 4)] + 55\} : 9 = 35.$

Завдання 16. Напишіть порядок дій за моделлю.

Модель	$\square - \square \cdot (\square + \square) + \square : \square$
	3 2 1 5 4

$$\square \cdot \square - (\square + \square) : \square + \square$$

$$\square + \square - \square \cdot \square + \square \cdot \square$$

$$\square : \square - \square \cdot \square - \square \cdot \square$$

$$\square \cdot \square + \square (\square + \square \cdot \square)$$

$$(\square - \square : \square) \cdot \square + \square : \square$$

Модель розв'язку

Приклад. Обчислити $[256 : 16 + (1540 - 978) + 32 \cdot 74] \cdot 2$:

1) ділення у стовпчик 2) 1540

$$256 \left| \begin{array}{r} 16 \\ 16 \end{array} \right.$$
$$\begin{array}{r} 1540 \\ - 978 \\ \hline 562 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -16 \\ \hline 96 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -96 \\ \hline 0 \end{array}$$

3) 32 4) 16

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 74 \\ \hline 128 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 16 \\ +562 \\ \hline 578 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +224 \\ \hline 2368 \end{array}$$

5) 578 6) 2946

$$\begin{array}{r} +2368 \\ \hline 2946 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 2946 \\ \times 2 \\ \hline 5892 \end{array}$$

$$[256 : 16 + (1540 - 978) + 32 \cdot 74] \cdot 2 = 5892.$$

Завдання 17. Прочитайте запис і обчисліть:

1) $29 + 15 - 11 + 18$;

2) $54 : 18 \cdot 16 : 12$;

3) $48 - 17 + 98 + 13$;

- 4) $75 \cdot 3 : 25 \cdot 2$;
 5) $311 + 15 \cdot 48 - 72 : 6$;
 6) $68 - 756 : 42 + 38 \cdot 5$;
 7) $197 - (465 - 21 \cdot 15) : 75$;
 8) $51003 - (4968 + 709 \cdot 52) + 203$;
 9) $720 - 15 \cdot [76 - 150 : (650 - 125 \cdot 5) \cdot 11] + 30$;
 10) $\{612 - [(708 \cdot 398 - 892 \cdot 211) : 93572 + 209]\} : 201$.

Властивості арифметичних дій

Словник

<i>Українська</i>	<i>Російська</i>	<i>Англійська</i>	<i>Французька</i>
властивість • переставна~ • сполучна~ • розподільна~	закон • переместительный~ • сочетательный~ • распределительный~	law • switchable ~ • combining ~ • distribution~	loi • de commutation • de combinaison • de distribution
кожний	каждый	each	chaque
переставлення	перестановка	reshuffle	changement de positions

<i>Властивість</i>	<i>Додавання</i>	<i>Добуток</i>	<i>Приклад</i>
Переставна властивість	$a + b = b + a$ Від переставлення доданків сума не змінюється. (=Якщо ми переставимо доданки, то сума не зміниться)	$a \cdot b = b \cdot a$ Від переставлення множників добуток не змінюється. (=Якщо ми переставимо множники, то добуток не зміниться)	$5+7=7+5$ $3 \cdot 5=5 \cdot 3$
Сполучна властивість	$(a+b)+c = a+(b+c)$ Щоб до суми чисел a і b додати число c , потрібно до числа a додати суму b і c	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ Щоб добуток чисел a і b помножити на число c , потрібно число a помножити на b і c	$(5+3)+7=$ $=5+(3+7)$ $(10 \cdot 3) \cdot 4$ $=10 \cdot (3 \cdot 4)$
Розподільна властивість	$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ Щоб помножити суму на число, потрібно кожний доданок помножити на це число і скласти добутки		$5 \cdot (6+7) =$ $=5 \cdot 6 + 5 \cdot 7$

Завдання 18. Обчисліть за моделлю. Використовуйте різні властивості. Назвіть ці властивості.

<i>Модель</i>	$36 + 25 + 64 + 100 + 75$ Переставна та сполучна властивості додавання $36 + 25 + 64 + 100 + 75 = (36 + 64) + (25 + 75) + 100 =$ $= 100 + 100 + 100 = 300$
	$4356 \cdot 65 + 4356 \cdot 35$ Розподільна властивість $4356 \cdot 65 + 4356 \cdot 35 = 4356 \cdot (65 + 35) = 4356 \cdot 100 =$ $= 435600$

- 1) $23 + 24 + 25 + 26 + 27$;
- 2) $198 + 95 + 2 + 205 + 500$;
- 3) $1498 + 1499 + 1500 + 1501 + 1502$;
- 4) $2996 + 700 + 4 + 71300$;
- 5) $398 + 7864 + 602 + 2136$;
- 6) $(4 \cdot 4618) \cdot 25$;
- 7) $(8 \cdot 5981) \cdot 125$;
- 8) $5618 \cdot 65 + 5618 \cdot 35$;
- 9) $8797 \cdot 45 + 8797 \cdot 55$.

Додавання цілих чисел

Словник

<i>Українська</i>	<i>Російська</i>	<i>Англійська</i>	<i>Французька</i>
правило	правило	rule	règle
додавати	складывать	to add	additionner
віднімати	вычитать	to subtract	soustraire
помножити	умножить	to multiply	multiplier
ділити	делить	to divide	diviser
порівняти	сравнить	to compare	comparer
такий самий	такой же	the same	le même
модуль (ч. р.), з більшим модулем	модуль (м. р.) с большим модулем	module with a larger module	module avec plus grand module
щоб	чтобы	to, for	pour

Від'ємні цілі числа та числа з різними знаками додають за правилами.

Правило 1. Сума двох від'ємних чисел – від'ємне число. Його модуль дорівнює сумі модулів доданків.

Приклад:

$$-8 + (-4) = -(8 + 4) = -12.$$

Правило 2. Сума двох чисел із різними знаками має такий самий знак, що і доданок із більшим модулем. Щоб знайти модуль суми, потрібно відняти менший модуль від більшого модуля.

Приклади:

$$-5 + 12 = +(12 - 5) = 7;$$

$$+8 + (-19) = -(19 - 8) = -11.$$

Правило 3. Сума двох протилежних чисел дорівнює нулю.

Приклад: $-8 + (+8) = 0.$

Завдання 19. Знайдіть суму чисел:

а)

$$(+6) + (-9)$$

$$(+4) + (-8)$$

$$(+9) + (-7)$$

$$(-3) + (+5)$$

$$(-1) + (+14)$$

$$(-43) + (+12)$$

$$(+31) + (-11)$$

$$(-39) + (+13)$$

$$(-12) + (+24)$$

$$(-19) + (+14)$$

$$(-22) + (-15)$$

$$(-47) + (-13)$$

б)

$$-534 + (-234)$$

$$-876 + (-543)$$

$$-396 + (-509)$$

$$-459 + (-211)$$

$$-904 + (-114)$$

$$-865 + (-314)$$

$$-203 + (-451)$$

$$-561 + (-412)$$

Віднімання цілих чисел

Правило. Різниця цілих чисел a і b дорівнює сумі зменшеного a і числа $-b$, протилежного тому, що віднімають:

$$a - b = a + (-b).$$

Приклад:

Різницю $-8 - 1$ можна обчислити так:

$$-8 - 1 = -8 + (-1) = -9.$$

Завдання 20. Знайдіть різницю чисел:

а)

$(+54) - (+7)$	$(-12) - (-15)$	$(+25) - (+12)$
$(-45) - (-2)$	$(+76) - (+24)$	$(-26) - (-54)$
$(+19) - (+16)$	$(-11) - (-33)$	$(+75) - (+26)$
$(-65) - (-16)$	$(+35) - (-23)$	$(-27) - (-13)$

б)

$-323 - 754$	$-642 - 787$	$-443 - 533$
$-456 - 234$	$-928 - 304$	$-242 - 271$
$-431 - 242$	$435 - 755$	$142 - 712$
$153 - 199$	$646 - 922$	$142 - 241$

Множення цілих чисел

Від'ємні цілі числа та числа з різними знаками множать за правилами.

Правило 1. Добуток двох від'ємних чисел – додатне число. Щоб знайти модуль добутку, потрібно помножити модулі множників.

Приклад: $-5 \cdot (-4) = 5 \cdot 4 = 20$.

Правило 2. Добуток двох чисел із різними знаками – від'ємне число. Щоб знайти модуль добутку, потрібно перемножити модулі множників.

Приклади: $-4 \cdot 12 = -(4 \cdot 12) = -48$;

$6 \cdot (-8) = -(6 \cdot 8) = -48$.

Правила 1 і 2 можна записати так:

$(+) \cdot (+) = (+)$
$(-) \cdot (-) = (+)$
$(+) \cdot (-) = (-)$
$(-) \cdot (+) = (-)$

Завдання 21. Знайдіть добуток чисел:

$(+15) \cdot (+3)$	$(-24) \cdot (+16)$	$(+12) \cdot (-23)$
$(-10) \cdot (-4)$	$(-15) \cdot (+13)$	$(+19) \cdot (-8)$
$(+37) \cdot (-8)$	$(-66) \cdot (-7)$	$(-5) \cdot (+77)$
$(+58) \cdot (-3)$	$(-3) \cdot (+12)$	$(-4) \cdot (-14)$

Завдання 22. Порівняйте за моделлю.

Модель	$(-3) \cdot (-5) > 0;$ Мінус три помножити на мінус п'ять більше за нуль
	$(-2) \cdot (-5) \cdot (-8) < 0;$ Мінус два помножити на мінус п'ять, помножити на мінус вісім менше за нуль

$$(-1) \cdot (-2) \cdot (-3) \dots 0$$

$$(-1) \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (-4) \dots 0$$

$$(-1) \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot (-5) \dots 0$$

$$(-1) \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot (-5) \cdot (-6) \dots 0$$

$$(-1) \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot (-5) \cdot (-6) \cdot (-7) \dots 0$$

$$(-1) \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot (-5) \cdot (-6) \cdot (-7) \cdot (-8) \dots 0$$

$$(-1) \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot (-5) \cdot (-6) \cdot (-7) \cdot (-8) \cdot (-9) \dots 0$$

Завдання 23. Знайдіть добуток:

$$(-32) \cdot (+52)$$

$$(-45) \cdot (-73)$$

$$(-945) \cdot (+12)$$

$$(-263) \cdot (-83)$$

$$(-15) \cdot (+52)$$

$$(-87) \cdot (-32)$$

$$(-44) \cdot (+52)$$

$$(-13) \cdot (-48)$$

$$(+36) \cdot (-17)$$

$$(-15) \cdot (-34)$$

$$(-24) \cdot (-12)$$

$$(-16) \cdot (-14)$$

Ділення цілих чисел

Від'ємні цілі числа та числа з різними знаками ділять за правилами.

Правило 1. Частка двох від'ємних чисел – додатне число. Щоб знайти модуль частки, потрібно модуль діленого поділити на модуль дільника.

Приклад:

$$-36 : (-4) = +9.$$

Правило 2. Частка двох чисел із різними знаками – від'ємне число. Щоб знайти модуль частки, потрібно модуль діленого поділити на модуль дільника.

Приклади:

$$-42 : 7 = -(42 : 7) = -6;$$

$$60 : (-2) = -(60 : 2) = -30.$$

Правила 1 і 2 можна записати так:

$(+) : (+) = (+)$
$(-) : (-) = (+)$
$(+) : (-) = (-)$
$(-) : (+) = (-)$

Завдання 24. Знайдіть частку чисел:

$135 : 3$

$-125 : 5$

$27 : (-3)$

$-54 : 9$

$-221 : 17$

$770 : (-35)$

$-188 : (-4)$

$99 : (-9)$

$-64 : (-8)$

$36 : (-4)$

$-720 : 48$

$-351 : (-13)$

**Теоретичні питання й завдання з теми «Арифметичні дії.
Порядок дій»**

1. Назвіть основні арифметичні дії.
2. Які компоненти додавання?
3. Які компоненти віднімання?
4. Які компоненти множення?
5. Які компоненти ділення?
6. Що означає «розкрити дужки»?
7. Які числа парні?
8. Які числа непарні?
9. Як від додатного числа відняти від'ємне число?
10. Як від від'ємного числа відняти додатне число?
11. Як перемножити два числа з різними знаками?
12. Як помножити від'ємне число на від'ємне число?
13. Як розділити два числа з різними знаками?
14. Як розділити від'ємне число на від'ємне число?

Домашнє завдання

1. Напишіть знаки та числа:

а) двадцять чотири плюс вісім дорівнює тридцяти двом;
сорок вісім мінус двадцять сім дорівнює двадцяти одному;
дванадцять помножити на п'ять дорівнює шістдесяти;

б) сімсот двадцять мінус п'ятнадцять, помножити на, відкрити квадратну дужку, сімдесят шість, мінус сто п'ятдесят, розділити на, відкрити круглу дужку, сто п'ятдесят мінус сто двадцять п'ять, помножити на п'ять, закрити круглу дужку, помножити на одинадцять, закрити квадратну дужку, плюс тридцять дорівнює шестистам.

2. Заповніть таблицю.

	Дія	Пишемо	Компоненти	Результат
1.		$a + b = c$	a і b – доданки	
2.				Різниця
3.	Множення	$a \cdot b = c$		
4.			a – ділене b – дільник	Частка

3. Напишіть словами:

$$13 + 7 = 20;$$

$$41 - 15 = 26;$$

$$21 \cdot 3 = 63;$$

$$36 : 9 = 4.$$

4. Обчисліть:

а) $(34 : 2 - 5 \cdot 3) \cdot 3 + (18 : 9 + 4 \cdot 3) : 7;$

б) $160 : [13 + 810 : (96 - 32 \cdot 15 : 80) \cdot 3];$

в) $\{[(30 + 29 \cdot 24) : 66 + (22 \cdot 61 - 542) : 40] \cdot 15 - 25\} : 5;$

г) $[(15333 + 11542) : 25 - (1205 - 1165) \cdot 16] : 29 + 5.$

ТЕСТИ

1. $a+b$ – це

А	Б	В	Г	Д
додавання	віднімання	множення	ділення	Усі відповіді неправильні

2. $a-b$ – це

А	Б	В	Г	Д
додавання	віднімання	множення	ділення	Усі відповіді неправильні

3. $a:b$ – це

А	Б	В	Г	Д
додавання	віднімання	множення	ділення	Усі відповіді неправильні

4. Сума чисел 23 і 48 – це число

А	Б	В	Г	Д
23	71	48	1104	Усі відповіді неправильні

5. $139 - 89$. Зменшуване – це

А	Б	В	Г	Д
-89	89	139	50	Усі відповіді неправильні

6. Добуток чисел 12 і 35 – це число

А	Б	В	Г	Д
420	47	36	35	Усі відповіді неправильні

7. Частка чисел 144 і 36 – це число

А	Б	В	Г	Д
180	108	5184	4	Усі відповіді неправильні

8. Розкрийте дужки: $22 - (3 + 15)$.

А	Б	В	Г	Д
$22 - 3 + 15$	$22 - 3 - 15$	$22 + 3 + 15$	$22 + 3 - 15$	Усі відповіді неправильні

9. Обчисліть: $25 \cdot 3 + (34 : 2 + 47 \cdot 3) : 2 = \dots$

А	Б	В	Г	Д
391	154	163	180	Усі відповіді неправильні

10. Обчисліть: $(34 + 54 \cdot 3) : 4 + 12 \cdot 5 = \dots$

А	Б	В	Г	Д
109	844	126	61	Усі відповіді неправильні

1.3. Дільник і кратне. Розкладання чисел на прості множники. Найбільший спільний дільник (НСД). Найменше спільне кратне (НСК)

Словник

<i>Українська</i>	<i>Російська</i>	<i>Англійська</i>	<i>Французька</i>
остача без остачі з остачею	остаток без остатка с остатком	remainder without remainder with the remainder	reste sans reste avec reste
ділитися	делиться	to be divisible	(se) diviser, divisible
кратне числа	кратное числа	multiple of number	multiple de nombre
дільник числа	делитель числа	number divisor	diviseur de nombre

Натуральне число можна розділити на натуральне число з остачею або без остачі.

Приклад 1. $48 : 12 = 4$

48 – ділене, 12 – дільник, 4 – частка.

$48 = 12 \cdot 4$.

48 ділиться на 12 без остачі.

Приклад 2. $36 : 7 = ?$

$$\begin{array}{r|l} 36 & 7 \leftarrow \text{дільник} \\ -35 & 5 \leftarrow \text{частка} \\ \hline 1 & \end{array}$$

1 ← остача

Тоді

остача



$$5 \cdot 7 \neq 36, \quad 5 \cdot 7 + 1 = 36.$$



частка

36 ділиться на 7 з остачею 1.

Дільник числа a – це число, на яке a ділиться без остачі.

$$\left. \begin{array}{l} a : c \\ a : p \\ a : q \\ a : k \end{array} \right\} c, p, q, k \text{ – дільники числа } a$$

Запам'ятайте!

1 (один)	дільник
2 (два)	дільники
3 (три)	
4 (чотири)	
5 (п'ять)	дільників
...	
20 (двадцять)	

Дільник	числа a
	чисел a і b

Приклади.

$$20 : 2 = 10$$

$$20 : 4 = 5$$

$$20 : 5 = 4$$

$$20 : 10 = 2$$

Числа 2, 4, 5, 10 – дільники числа 20.

Завдання 1. За моделлю запишіть усі дільники чисел 13, 12, 16, 34, 25, 100.

<i>Модель</i>	Дільники числа 35 – це числа 1, 5, 7, 35. $35 : 1 = 35$ $35 : 5 = 7$ $35 : 7 = 5$ $35 : 35 = 1$
---------------	---

Кратне числа b – це число, яке ділиться на b без остачі.

$$\left. \begin{array}{l} q : b \\ f : b \\ w : b \end{array} \right\} q, f, w \text{ – кратні числа } b.$$

Запам'ятайте!

Кратне/кратні	числа a
	чисел a і b

Приклад:

$$6 : 3 = 2$$

$$9 : 3 = 3$$

$$12 : 3 = 4$$

Числа 6, 9 і 12 – кратні числа 3.

Завдання 2. За моделлю напишіть мінімум одне кратне кожного числа: 3, 4, 14, 7, 17, 28, 45. Прочитайте запис.

<i>Модель</i>	Кратне числа 6 – це число 12. $12 : 6 = 2$
---------------	---

Завдання 3. Правильно чи неправильно?

4 – дільник 56;

18 – дільник 81;

6 – дільник 25;

13 – дільник 144;

7 – кратне 42;

33 – кратне 4;

12 – кратне 36;

32 – кратне 8.

Завдання 4. Серед чисел 2, 5, 6, 8, 10, 15, 16, 24, 40, 125, 240, 260 назвіть:

дільники 30;

кратні 2;

дільники 40;

кратні 3;

дільники 60;

кратні 5.

дільники 120;

кратні 8.

Прості та складені числа

Словник

Українська	Російська	Англійська	Французька
число • просте ~ • складене ~	число • простое ~ • составное ~	number • prime ~ • composite ~	nombre • ~premier • ~composé
мати	иметь	to have	avoir
розкласти (на множники)	разложить (на множители)	to expand, to factor	decomposer
простий множник	простой множитель	prime factor	facteur premier
ділиться само на себе	делится само на себя	divisible by itself	se divise par lui mêm
спільний множник	общий множитель	common multiplier	facteur commun
ні ... , ні ...	ни ..., ни ...	neither ... no ...	pas ... pas ...
записати як	записать как	to write down as	ecrire comme

Просте число – це число, яке ділиться без остачі тільки на 1 і само на себе.

Прості числа – це числа, які мають тільки два дільники.

$$2 : 1 = 2;$$

$$2 : 2 = 1.$$

2 – це просте число.

2, 3, 5, 7, 11, 19, 23 ... – це прості числа.

Складене число – це число, яке має більше за два дільники.

Приклад. Число 40 ділиться на 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40.

$$40 : 1 = 40$$

$$40 : 2 = 20$$

$$40 : 4 = 10$$

$$40 : 5 = 8$$

$$40 : 8 = 5$$

$$40 : 10 = 4$$

$$40 : 20 = 2$$

$$40 : 40 = 1$$

Число 40 має вісім дільників. Число 40 – це складене число.

4, 6, 15, 21, 33, 40 ... – це складені числа.

Число 1 – ні просте, ні складене!

Завдання 5. Запишіть прості та складені числа в таблицю і поясніть свій вибір.

<i>Модель</i>	$4 : 1 = 4, 4 : 2 = 2, 4 : 4 = 1.$ 1, 2, 4 – це дільники числа 4. 4 – це складене число. $2 : 1 = 2, 2 : 2 = 1.$ 1 і 2 – це дільники числа 2. 2 – це просте число
---------------	---

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 37, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50.

Прості числа	Складені числа
2 ...	4 ...

Розкласти число на прості множники – це записати його як добуток простих чисел.

Приклад. Розкладіть число 96 на прості множники.

96	2	$96 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$
48	2	
24	2	
12	2	
6	2	
3	3	
1		

Завдання 6. Прочитайте спочатку прості числа, потім складені:

3, 7, 11, 14, 17, 24, 25, 29, 30, 33, 37, 42, 43, 46, 48, 53, 63, 76, 83, 85, 91, 97, 103, 5, 8, 111, 97.

Завдання 7. Розкладіть числа на прості множники:

75, 232, 264, 135, 72, 156, 288, 1024, 298, 500.

Найбільший спільний дільник (НСД)

Словник

<i>Українська</i>	<i>Російська</i>	<i>Англійська</i>	<i>Французька</i>
найбільший спільний дільник (НСД)	наибольший общий делитель (НОД)	the greatest common factor (GCF)	le plus grand diviseur commun (PGDC)
декілька	несколько	several	quelque

Спільний дільник декількох чисел – це число, на яке діляться всі ці числа без остачі. Спільних дільників може бути декілька.

Приклад. Число 15 ділиться на 1, 3, 5, 15 без остачі. Число 30 ділиться на 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30 без остачі. Спільні дільники чисел 15 і 30 – це числа 1, 3, 5, 15.

Що таке найбільший спільний дільник (НСД)

Найбільший спільний дільник (НСД) декількох чисел – це найбільше число, на яке ділиться кожне з цих чисел без остачі.

Пишемо цифри і символи	Читаємо	
	Найбільший спільний дільник (НСД) чого (Р.в. = ф. № 2) та чого дорівнює ...	чому? (Д.в. = ф. № 3)
1 – один (одиниця)	Найбільший спільний дільник одного (одиниці) і двох дорівнює	одиниці
2 – два	Найбільший спільний дільник двох і чотирьох дорівнює	двом
3 – три	Найбільший спільний дільник трьох і шести дорівнює	трьом
4 – чотири	Найбільший спільний дільник чотирьох і восьми дорівнює	чотирьом

5 – п’ять	Найбільший спільний дільник п’яти й десяти дорівнює	п’яти
6 – шість	Найбільший спільний дільник шести й дванадцяти дорівнює	шести
7 – сім	Найбільший спільний дільник семи й чотирнадцяти дорівнює	семи
8 – вісім	Найбільший спільний дільник восьми й шістнадцяти дорівнює	восьми
25 – двадцять п’ять	Найбільший спільний дільник двадцяти п’яти й п’ятдесяти дорівнює	двадцяти п’яти
40 – сорок	Найбільший спільний дільник сорока й вісімдесяти дорівнює	сорока
50 – п’ятдесят	Найбільший спільний дільник п’ятдесяти і ста дорівнює	п’ятдесяти
90 – дев’яносто	Найбільший спільний дільник дев’яноста і ста вісімдесяти дорівнює	дев’яноста
100 – сто	Найбільший спільний дільник ста і двохсот дорівнює	ста
1000 – (одна) тисяча	Найбільший спільний дільник тисячі і двох тисяч дорівнює	(одній) тисячі

2000 – дві тисячі	Найбільший спільний дільник двох тисяч і чотирьох тисяч дорівнює	двом тисячам
3000 – три тисячі	Найбільший спільний дільник трьох тисяч і шести тисяч дорівнює	трьом тисячам
4000 – чотири тисячі	Найбільший спільний дільник чотирьох тисяч і восьми тисяч дорівнює	чотирьом тисячам
5000 – п'ять тисяч	Найбільший спільний дільник п'яти тисяч і десяти тисяч дорівнює	п'яти тисячам
1 000 000 – (один) мільйон	Найбільший спільний дільник (одного) мільйона і двох мільйонів дорівнює	(одному) мільйону
2 000 000 – два мільйони	Найбільший спільний дільник двох мільйонів і чотирьох мільйонів дорівнює	двом мільйонам
10 000 000 – десять мільйонів	Найбільший спільний дільник десяти мільйонів і двадцяти мільйонів дорівнює	десяти мільйонам

Завдання 8. Читайте за моделлю.

<i>Модель</i>	НСД (12, 20) = 4. Найбільший спільний дільник чисел 12 та 20 дорівнює чотирьом
---------------	---

1) НСД (36, 42) = 6;

2) НСД (15, 24) = 3;

- 3) НСД (60, 17) = 1;
- 4) НСД (20, 35) = 5;
- 5) НСД (244, 126) = 2;
- 6) НСД (48, 36) = 12;
- 7) НСД (648, 1152) = 72;
- 8) НСД (2016, 2912) = 224.

Як знайти найбільший спільний дільник (НСД) декількох чисел

Щоб знайти НСД декількох чисел, треба розкласти ці числа на прості множники та записати їхні спільні множники як добуток.

Приклад. Знайти НСД чисел 936 і 1144.

Розкладемо числа на прості множники:

936	2	1144	2
468	2	572	2
234	2	286	2
117	3	143	11
39	3	13	13
13	13	13	13
1		1	

$$936 = \boxed{2} \cdot \boxed{2} \cdot \boxed{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \boxed{13}$$

$$1144 = \boxed{2} \cdot \boxed{2} \cdot \boxed{2} \cdot 11 \cdot \boxed{13}$$

Знайдемо спільні множники чисел 936 і 1144.

2, 2, 2, 13 – спільні множники.

НСД (936, 1144) – це добуток спільних множників.

$$\text{НСД}(936, 1144) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 13 = 104.$$

Читаємо так: НСД чисел 936 і 1144 дорівнює ста чотирьом.

Приклад. Знайти НСД чисел 36, 48, 60.

Розкладемо числа 36, 48, 60 на прості множники.

36	2	36 = $\boxed{2} \cdot \boxed{2} \cdot \boxed{3} \cdot 3$	48	2	48 = $\boxed{2} \cdot \boxed{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \boxed{3}$	60	2	60 = $\boxed{2} \cdot \boxed{2} \cdot \boxed{3} \cdot 5$
18	2		24	2		30	2	
9	3		12	2		15	3	
3	3		6	2		5	5	
1			3	3		1		
			1					

2, 2, 3 – спільні множники.
 $\text{НСД}(36, 48, 60) = \boxed{2} \cdot \boxed{2} \cdot \boxed{3} = 12.$

Читаємо так: НСД чисел 36, 48, 60 дорівнює дванадцяти.

Завдання 9. Знайти НСД чисел:

- | | |
|--------------------|---------------|
| 1) 8 та 48; | 2) 7 та 15; |
| 3) 3 та 1212; | 4) 20 та 100; |
| 5) 23 та 69; | 6) 14 та 25; |
| 7) 5 та 102030405. | |

Завдання 10. Знайти НСД чисел:

- | | |
|--------------------|--------------------|
| 1) 75, 180 та 210; | 2) 12, 48 та 6; |
| 3) 60, 104 та 588; | 4) 96, 100 та 124. |

Найменше спільне кратне (НСК)

<i>Українська</i>	<i>Російська</i>	<i>Англійська</i>	<i>Французька</i>
найменше спільне кратне (НСК)	наименьшее общее кратное (НОК)	least common multiple (LCM)	plus petit multiple commun (PPMC)

Що таке найменше спільне кратне (НСК) декількох чисел
Найменше спільне кратне (НСК) декількох чисел – це найменше число, яке ділиться на кожне з цих чисел без остачі.

Приклад.

Числа 5, 10, 15, 20, 25 ... діляться на число 5.

Числа 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27 ... діляться на число 3.

Число 15 – найменше число, яке ділиться на кожне з цих чисел (5 та 3) без остачі.

15 – найменше спільне кратне (НСК) чисел 5 та 3.

Зверніть увагу!

Читаємо НСК так само, як НСД (див. стор. 61).

Завдання 11. Читайте за моделлю.

<i>Модель</i>	НСК (24, 156) = 312. Найменше спільне кратне 24 та 156 дорівнює трьомстам дванадцяти
---------------	---

- 1) НСК (12, 20) = 60;

- 2) НСК (39, 12) = 156;
- 3) НСК (9, 33) = 99;
- 4) НСК (54, 48) = 432;
- 5) НСК (315, 420, 168) = 2520.

Як знайти найменше спільне кратне (НСК) декількох чисел

Щоб знайти **НСК** декількох чисел, треба розкласти ці числа на прості множники й записати їхні спільні множники та множники, що залишилися, як добуток.

Приклад. Знайти НСК чисел 90 та 210.

Розкладемо на прості множники:

$$\begin{array}{r|l}
 90 & 2 \\
 45 & 3 \\
 15 & 3 \\
 5 & 5 \\
 1 & \\
 \hline
 \end{array}
 \quad
 90 = \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{3} \cdot \underline{5}
 \quad
 \begin{array}{r|l}
 210 & 2 \\
 105 & 3 \\
 35 & 5 \\
 7 & 7 \\
 1 & \\
 \hline
 \end{array}
 \quad
 210 = \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{5} \cdot \underline{7}$$

$\underline{2}$, $\underline{3}$, $\underline{5}$ – спільні множники.

$\underline{3}$ та $\underline{7}$ – множники, що залишилися.

$$\text{НСК}(90, 210) = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 7 = 630.$$

Приклад. Знайдіть НСК чисел 18, 30, 42.

$$\begin{array}{r|l}
 18 & 2 \\
 9 & 3 \\
 3 & 3 \\
 1 & \\
 \hline
 \end{array}
 \quad
 18 = \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{3}
 \quad
 \begin{array}{r|l}
 30 & 2 \\
 15 & 3 \\
 5 & 5 \\
 1 & \\
 \hline
 \end{array}
 \quad
 30 = \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{5}
 \quad
 \begin{array}{r|l}
 42 & 2 \\
 21 & 3 \\
 7 & 7 \\
 1 & \\
 \hline
 \end{array}
 \quad
 42 = \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{7}$$

$\underline{2}$ та $\underline{3}$ – спільні множники.

$\underline{3}$, $\underline{5}$ і $\underline{7}$ – множники, що залишилися.

$$\text{НСК}(18, 30, 42) = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 630.$$

Читаємо так: НСК чисел вісімнадцять, тридцять, сорок два дорівнює шестистам тридцяти.

Завдання 12. Знайдіть НСК чисел:

- | | |
|--------------|--------------|
| 1) 25 і 100; | 2) 18 і 54; |
| 3) 5 і 12; | 4) 10 і 17; |
| 5) 8 і 21; | 6) 6 і 25; |
| 7) 9 і 117; | 8) 6 і 3210. |

Завдання 13. Знайдіть НСК чисел:

- 1) 12, 42 і 150;
- 2) 24, 30 і 36;
- 3) 24, 60 і 132.

Завдання 14. Знайдіть НСК та НСД чисел:

- | | |
|--------------------|--------------------|
| 1) 1176 і 1260; | 2) 1945 і 672; |
| 3) 648 і 1152; | 4) 1512 і 8400; |
| 5) 2016 і 2912; | 6) 224, 140 і 196; |
| 7) 240, 324 і 144; | 8) 168, 392 і 154; |
| 9) 315, 420 і 168. | |

Взаємно прості числа

Словник

<i>Українська</i>	<i>Російська</i>	<i>Англійська</i>	<i>Французька</i>
взаємно прості числа	взаимно простые числа	relatively prime numbers	nombres premiers entre eux
розкладання	разложение	factorization	facteurisation
мати спільний множник	иметь общий множитель	to have common multiplier / factor	avoir un multiplicateur / facteur commun
не мати спільного множника/ спільних множників	не иметь общего множителя/общих множителей	to have not common multiplier(s)/ common factor(s)	n'avoir pas de multiplicateur(s)/ facteur(s) commun(s)

Числа a і b – **взаємно прості**, якщо їх розкладання на прості множники не має спільних множників.

Приклад. Розкладемо числа 16 і 15 на прості множники:

$$\begin{array}{r|l}
 16 & 2 \\
 8 & 2 \\
 4 & 2 \\
 2 & 2 \\
 1 &
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r|l}
 15 & 3 \\
 5 & 5 \\
 1 &
 \end{array}$$

$$16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2;$$

$$15 = 3 \cdot 5.$$

Добутки $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ і $3 \cdot 5$ не мають спільних множників.

16 і 15 – це взаємно прості числа.

Знайдемо НСД і НСК чисел 16 і 15.

НСД (16, 15) = 1;

НСК (16, 15) = $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 16 \cdot 15 = 240$.

Якщо числа a і b – взаємно прості, то

$$\boxed{\text{НСД}(a, b) = 1, \quad \text{НСК}(a, b) = a \cdot b.}$$

Приклад. Розкладемо числа 22 і 121 на прості множники:

$$\begin{array}{r|l} 22 & 2 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 121 & 11 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$$22 = 2 \cdot \boxed{11};$$

$$121 = \boxed{11} \cdot 11$$

Добутки $2 \cdot \boxed{11}$ і $\boxed{11} \cdot 11$ мають спільний множник 11.

22 й 121 – це невзаємно прості числа.

Завдання 15. Назвіть взаємно прості числа:

24 та 25;

15 та 25;

18 та 27;

8 та 9;

105 та 99;

45 та 54;

119 та 34;

21 та 25;

91 та 26;

441 та 124;

27 та 13;

125 та 128.

Ознаки подільності натуральних чисел

Словник

Українська	Російська	Англійська	Французька
подільність (ж. р.)	делимость (ж. р.)	divisibility	divisibilité
ознака подільності	признак делимости	sign of divisibility, divisibility test	critère/sign de divisibilité
тоді й лише тоді, коли	тогда и только тогда, когда	if and only if	si et seulement si
утворити	образовать	to form	former
позначати, позначатися	обозначать, обозначаться	to designate/ to denote; to be designated/ to be denoted	dénoter/ indiquer, être dénoté/ indiqué

Ознаки подільності		<i>Приклад</i>
на 2	Натуральне число ділиться на 2 тоді й лише тоді, коли його остання цифра ділиться на 2	Числа <u>84</u> , <u>348</u> , <u>576</u> , <u>6284</u> , <u>60530</u> діляться на 2
на 3	Натуральне число ділиться на 3 тоді й лише тоді, коли сума його цифр ділиться на 3	Числа 186, 252, 348, 1062, 15189 діляться на 3. $1 + 8 + 6 = 15$ $2 + 5 + 2 = 9$ $3 + 4 + 8 = 15$ $1 + 0 + 6 + 2 = 9$ $1 + 5 + 1 + 8 + 9 = 24$
на 4	Натуральне число ділиться на 4 тоді й лише тоді, коли його дві останні цифри утворюють число, яке ділиться на 4, або його дві останні цифри – нулі	Числа <u>132</u> , <u>448</u> , <u>700</u> діляться на 4
на 5	Натуральне число ділиться на 5 тоді й лише тоді, коли його остання цифра 0 або 5	Числа <u>15</u> , <u>25</u> , <u>60</u> , <u>385</u> , <u>12005</u> діляться на 5
на 9	Натуральне число ділиться на 9 тоді й лише тоді, коли сума його цифр ділиться на 9	Числа 162, 261, 828, 3141 діляться на 9. $1 + 6 + 2 = 9$ $2 + 6 + 1 = 9$ $8 + 2 + 8 = 18$ $3 + 1 + 4 + 1 = 9$
на 10	Натуральне число ділиться на 10 тоді й лише тоді, коли його остання цифра 0	Числа <u>100</u> , <u>180</u> , <u>250</u> , <u>1050</u> , <u>11250</u> діляться на 10
на 25	Натуральне число ділиться на 25 тоді й лише тоді, коли його дві останні цифри 25, або 50, або 75, або нулі (00)	Числа <u>125</u> , <u>150</u> , <u>975</u> , <u>2200</u> діляться на 25

Подільність a на b позначається $a : b$.
Наприклад: $325 : 5$, $315 : 3$, $242 : 2$.

Завдання 16. Назвіть три числа, які:

- | | |
|--------------------|---------------------|
| 1) діляться на 2; | 2) діляться на 3; |
| 3) діляться на 4; | 4) діляться на 6; |
| 5) діляться на 8; | 6) діляться на 9; |
| 7) діляться на 24; | 8) діляться на 125. |

Завдання 17. Випишіть числа, які діляться на 2, і поясніть свій вибір:

12, 31, 27, 75, 58, 43, 38, 123, 200, 306, 791, 1924.

Завдання 18. Випишіть числа, які діляться на 3, і поясніть свій вибір:

24, 35, 56, 72, 19, 25, 50, 102, 903, 402, 180, 2038.

Завдання 19. Випишіть числа, які діляться на 2 й на 5, і поясніть свій вибір:

55, 24, 100, 302, 505, 450, 105, 2010, 4090, 2392, 4012.

Завдання 20. Випишіть числа, які діляться на 6, і поясніть свій вибір:

378, 3008, 255, 1024, 3120, 741, 5170, 6300, 258, 7875, 12048, 555.

Теоретичні питання й завдання з теми «Дільник і кратне. Розкладання чисел на прості множники. Найбільший спільний дільник (НСД). Найменше спільне кратне (НСК)»

1. Що таке просте число?
2. Що таке складене число?
3. Назвіть прості одноцифрові числа.
4. Назвіть складені одноцифрові числа.
5. Що таке дільник числа a ?
6. Що таке кратне числа b ?
7. Як розкласти число на прості множники?
8. Що таке найбільший спільний дільник декількох чисел?
9. Що таке найменше спільне кратне декількох чисел?
10. Коли натуральне число ділиться на 2?
11. Коли натуральне число ділиться на 3?
12. Коли натуральне число ділиться на 4?

13. Коли натуральне число ділиться на 5?
 14. Коли натуральне число ділиться на 9?
 15. Коли натуральне число ділиться на 10?
 16. Коли натуральне число ділиться на 25?

Домашнє завдання

1. Запишіть всі дільники чисел:
 14, 17, 36, 48, 64, 120.
2. Запишіть всі двоцифрові числа, які діляться на
 4, 5, 9, 11, 36.
3. Розкладіть числа на прості множники:
 27, 50, 54, 110, 140, 147, 171, 630.

4. Знайдіть НСД і НСК чисел:

- 1) 4, 6; 2) 10, 21; 3) 15, 18, 21; 4) 8, 15, 19;
 5) 26, 51, 78; 6) 12, 18, 30; 7) 54, 80, 162; 8) 216, 336, 612.

ТЕСТИ

1) ... – це просте число.

А	Б	В	Г	Д
1	13	15	21	Усі відповіді неправильні

2) ... – це складене число.

А	Б	В	Г	Д
2	1	3	4	Усі відповіді неправильні

3) ... – це ціле число.

А	Б	В	Г	Д
2,4	-1	$\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	Усі відповіді неправильні

4) НСК (24, 15) =

А	Б	В	Г	Д
240	360	120	3	Усі відповіді неправильні

5) ... – це взаємно прості числа.

А	Б	В	Г	Д
20 і 5	7 і 21	24 і 32	12 і 13	Усі відповіді неправильні

6) НСД (17, 18) =

А	Б	В	Г	Д
1	108	1944	54	Усі відповіді неправильні

7) НСД (125, 75) =

А	Б	В	Г	Д
375	25	250	5	Усі відповіді неправильні

8) НСД (12, 39, 15) =

А	Б	В	Г	Д
12	7020	39	3	Усі відповіді неправильні

9) НСК (12, 39, 15) =

А	Б	В	Г	Д
260	3	7020	15	Усі відповіді неправильні

10) Числа 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 –

А	Б	В	Г	Д
від'ємні	прості	непарні	парні	Усі відповіді неправильні

Відповіді на завдання з теми «Цілі числа»

1.2. Арифметичні дії. Порядок дій

Завдання 17

1. 51. 2. 4. 3. 142. 4. 18. 5. 1019. 6. 240. 7. 195. 8. 9370.

9. 600. 10. 2.

1.3. Дільник і кратне. Розкладання чисел на прості множники. Найбільший спільний дільник (НСД). Найменше спільне кратне (НСК)

Завдання 9

1. 8. 2. 1. 3. 3. 4. 3. 5. 23. 6. 1. 7. 5.

Завдання 12

1. 100. 2. 54. 3. 60. 4. 170. 5. 168. 6. 150. 7. 117. 8. 3210.

Завдання 14

- 1) НСД (1176, 1260) = 84, НСК (1176, 1260) = 17640;
- 2) НСД (1945, 672) = 1, НСК (1945, 672) = 1307040;
- 3) НСД (648, 1152) = 72, НСК (648, 1152) = 10368;
- 4) НСД (1512, 8400) = 168, НСК (1512, 8400) = 75600;
- 5) НСД (2016, 2912) = 224, НСК (2016, 2912) = 26208;
- 6) НСД (224, 140, 196) = 28, НСК (224, 140, 196) = 7840;
- 7) НСД (240, 324, 144) = 12, НСК (240, 324, 144) = 6480;
- 8) НСД (168, 392, 154) = 14, НСК (168, 392, 154) = 12936;
- 9) НСД (315, 420, 168) = 21, НСК (315, 420, 168) = 2520.

Відповіді на тести з теми «Цілі числа»

1.1. Цілі числа. Математичні знаки

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| А | Г | Б | А | Г | В | А | Б | Б | Г |

1.2. Арифметичні дії. Порядок дій

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| А | Б | Г | Б | В | А | Г | Б | Б | А |

1.3. Дільник і кратне. Розкладання чисел на прості множники. Найбільший спільний дільник (НСД). Найменше спільне кратне (НСК)

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Б | Г | Б | В | Г | А | Б | Г | В | Б |

2. Звичайні дроби

2.1. Визначення звичайного дробу

Словник

| Українська | Російська | Англійська | Французька |
|---|---|---|--|
| дріб
звичайний ~
визначення
дробу | дробь (ж. р.)
обыкновенная ~
определение дроби | fraction
common ~
fraction
definition | fraction
~ ordinaire/ vulgare
définition de la
fraction |
| частина
• дробова~
• ціла~
• рівна ~ | часть (ж. р.)
• дробная ~
• целая ~
• равная ~ | part
• fractional ~
• integral/
whole ~
• equal ~ | une partie
• ~ fractionnaire
• ~ entier
• ~ égal |
| коло | круг | circle | cercle |
| одиниця
• частина
одиниці | единица
• часть единицы | unit
• part of unit | unité
• partie de l'unité |
| чисельник | числитель (м. р.) | numerator | numérateur |
| знаменник | знаменатель (м. р.) | denominator | denominateur |
| деякі | некоторые | some | certain, quelques |
| особливий | особый,
особенный | special | spécial |
| величина | величина | value | valeur |
| розділити | разделить | to divide | deviser |
| риска дробу | дробная черта | fractional line | barre de fraction |
| над рискою
під рискою | над чертой
под чертой | above the line
under the line | au-dessus de la barre
en sous de la barre |
| зафарбувати | закрасить | to paint over | peindre |
| заповнити | заполнить | to fill | remplir |
| таблиця | таблица | table | tableau |

Що таке звичайний дріб

Звичайний дріб – це одна частина цілого (одиниці) або декілька рівних частин цілого (одиниці).

$$\frac{a}{b} \leftarrow \begin{array}{l} \text{чисельник} \\ \text{знаменник} \end{array} \leftarrow \text{риска дробу.}$$

a і b – натуральні числа.

Поділимо коло на п'ять рівних частин. Кожна частина – це одна п'ята частина кола (рис. 2.1).

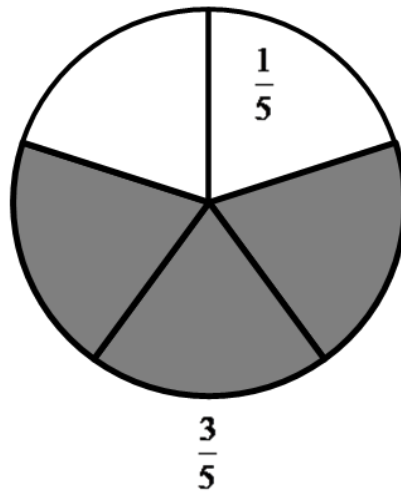


Рис. 2.1

Скільки частин кола зафарбували? Три.

Яку частину кола зафарбували? Три п'ятих.

Чисельник – число над рискою.

Чисельник показує, скільки частин кола зафарбували.

Знаменник – це число під рискою.

Знаменник показує, на скільки рівних частин поділили коло.

Візьмемо одиницю та розділимо її на п'ять рівних частин (рис. 2.2).

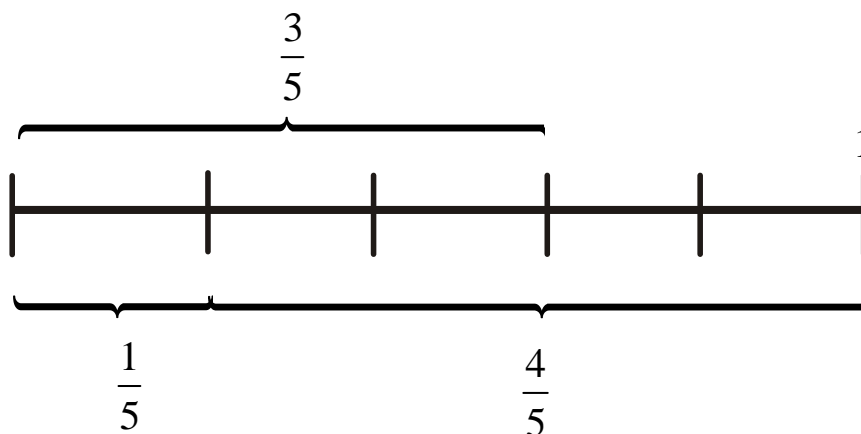


Рис. 2.2

Одна п'ята частина одиниці – це дріб $\frac{1}{5}$ (одна п'ята).

Три п'ятих частини одиниці – це дріб $\frac{3}{5}$ (три п'ятих).

Чотири п'ятих частин одиниці – це дріб $\frac{4}{5}$ (чотири п'ятих).

П'ять п'ятих частин одиниці $\frac{5}{5} = 1$ (дріб п'ять п'ятих дорівнює одиниці).

Будь-яке натуральне число можна записати як дріб.

Приклади:

1. $\frac{7}{1} = 7$, $a=7$, $b=1$ – ціле число.

2. $\frac{2}{3}$ – звичайний дріб, $a=2$, $b=3$.

3. Якщо $a = b$, то $\frac{a}{b} = 1$. Одиницю можна записати як відношення двох однакових натуральних чисел.

Наприклад: $\frac{5}{5} = 1$; $\frac{120}{120} = 1$.

Як читають дроби

Чисельник дроби відповідає на питання *скільки?*

Знаменник дроби відповідає на питання *яка?/ яких?*

$$\frac{a}{b} = \frac{\leftarrow \text{чисельник} \rightarrow}{\leftarrow \text{знаменник} \rightarrow} = \frac{\text{ОДНА / СКІЛЬКИ?}}{\text{ЯКА?/ ЯКИХ?}}$$

Запам'ятайте, як читати дроби

Модель 1: **Одна яка?**

| | одна | яка? |
|---------------|------|-------|
| $\frac{1}{1}$ | одна | перша |
| $\frac{1}{2}$ | одна | друга |

| | | |
|---------------------|----------------------|---------------|
| $\frac{1}{3}$ | одна | третя |
| $\frac{1}{4}$ | одна | четверта |
| $\frac{1}{5}$ | одна | п'ята |
| $\frac{1}{6}$ | одна | шоста |
| $\frac{1}{7}$ | одна | сьома |
| $\frac{1}{8}$ | одна | восьма |
| $\frac{1}{9}$ | одна | дев'ята |
| $\frac{1}{10}$ | одна | десята |
| $\frac{1}{11}$ | одна | одинадцята |
| $\frac{1}{40}$ | одна | сорокова |
| $\frac{1}{90}$ | одна | дев'яноста |
| $\frac{1}{100}$ | одна | сота |
| $\frac{1}{1000}$ | одна | тисячна |
| $\frac{1}{10000}$ | одна | десятитисячна |
| $\frac{1}{100000}$ | одна | стотисячна |
| $\frac{1}{1000000}$ | одна | мільйонна |
| $1\frac{1}{2}$ | одна ціла одна друга | |

Модель 2: Скільки яких?

| | скільки | яких? |
|----------------------|------------------------|----------------|
| $\frac{2}{1}$ | дві | перших |
| $\frac{3}{2}$ | три | других |
| $\frac{2}{3}$ | дві | третіх |
| $\frac{3}{4}$ | три | четвертих |
| $\frac{4}{5}$ | чотири | п'ятих |
| $\frac{5}{6}$ | п'ять | шостих |
| $\frac{6}{7}$ | шість | сьомих |
| $\frac{7}{8}$ | сім | восьмих |
| $\frac{8}{9}$ | вісім | дев'ятих |
| $\frac{9}{10}$ | дев'ять | десятих |
| $\frac{10}{11}$ | десять | одинадцятих |
| $\frac{11}{40}$ | одинадцять | сорокових |
| $\frac{12}{100}$ | дванадцять | сотих |
| $\frac{16}{1000}$ | шістнадцять | тисячних |
| $\frac{19}{10000}$ | дев'ятнадцять | десятитисячних |
| $\frac{20}{100000}$ | двадцять | стотисячних |
| $\frac{25}{1000000}$ | двадцять п'ять | мільйонних |
| $5\frac{3}{7}$ | п'ять цілих три сьомих | |
| | | |

Завдання 1. Прочитайте дробі:

- 1) $\frac{1}{7}; \frac{9}{8}; \frac{2}{5};$ 4) $\frac{3}{3}; \frac{1}{9}; \frac{7}{10};$ 7) $\frac{31}{40}; \frac{2}{6}; \frac{5}{6};$
- 2) $\frac{61}{51}; \frac{1}{3}; \frac{4}{99};$ 5) $\frac{1}{100}; \frac{3}{201}; \frac{8}{4};$ 8) $\frac{17}{8}; \frac{21}{53}; \frac{111}{240};$
- 3) $\frac{10}{3}; \frac{5}{8}; \frac{12}{45};$ 6) $\frac{19}{150}; \frac{15}{81}; \frac{58}{96};$ 9) $\frac{31}{74}; \frac{2}{17}; \frac{8}{9}.$

Завдання 2. Читайте за моделлю.

| | |
|---------------|--|
| <i>Модель</i> | $\frac{2}{5}$
Дві п'ятих – це звичайний дріб.
Два – це чисельник; п'ять – це знаменник |
|---------------|--|

$$\frac{3}{5}; \frac{7}{6}; \frac{41}{100}; \frac{11}{12}; \frac{4}{9}; \frac{15}{8}; \frac{6}{10}; \frac{21}{31}; \frac{13}{19}; \frac{5}{6}; \frac{12}{18}; \frac{41}{83}.$$

Завдання 3. Запишіть у вигляді дробу:

- а) три восьмих; б) шість десятих;
в) сорок сім сотих; г) дві третіх;
д) сім дев'ятих; е) одинадцять двадцятих;
ж) тринадцять десятих; и) чотири дев'ятих;
к) двадцять три сотих; л) дванадцять п'ятдесятих;
м) сім сотих; н) тринадцять тридцятих.
п) двадцять триста дев'ятих.

Завдання 4. Запишіть словами:

- 1) $\frac{3}{10};$ 2) $\frac{2}{9};$ 3) $\frac{1}{15};$
- 4) $\frac{31}{100};$ 5) $\frac{19}{101};$ 6) $\frac{3}{20};$
- 7) $\frac{5}{16};$ 8) $\frac{13}{18};$ 9) $\frac{23}{17}.$

Завдання 5. Заповніть таблицю.

| Дріб | Чисельник | Знаменник | Ділене | Дільник |
|----------------|-----------|-----------|--------|---------|
| $\frac{9}{13}$ | | | | |
| | 9 | 12 | | |
| | | | 23 | 58 |
| | 11 | | | 17 |

2.2 Види звичайних дробів

Словник

| Українська | Російська | Англійська | Французька |
|---|--|---|---|
| дріб
правильний ~
неправильний ~
скоротний ~
нескоротний ~
вид дробу | дробь
правильная ~
неправильная ~
сократимая ~
несократимая ~
вид дроби | fraction
proper fraction
improper
fraction
reducible
fraction
irreducible
fraction
form of fraction | fraction
• ~propre
• ~impropre
• ~reductible
• ~irreductible
• form de ~ |
| мішане число | смешанное число | mixed number | nombre mixte |
| частина
дробова ~
ціла ~ | часть (ж. р.)
дробная ~
целая ~ | part
fractional ~
whole~ | partie
~ fractionnaire
~ entier |
| записуватися | записываться | to be written
down | être écrit |
| остача | остаток | remainder | reste |
| перетворити | обратить | convert | convetir/mettre
une fraction |
| додавати | складывать | to add | additioner |
| віднімати/відняти | вычитать/вычесть | to subtract | soustraire |
| доповнити | дополнить | to add,
to complement | ajouter |
| додатковий | дополнительный | complementary | complémentaire |
| різний | разный | different | different |
| нехай | пусть | let | soit |

| число вигляду ... | число вида ... | number in the form... | numéro sous la forme de... |
|---|-------------------------------------|--|--|
| дорівнює,
дорівнюють | равен, равна,
равно, равны | is/ are equal | est égal;
sont égaux |
| однаковий | одинаковий | same | le même |
| закінчується | оканчивается | terminates | se termine |
| з'єднати | соединить | to connect | connecter |
| знайти | найти | to find | trouver |
| той самий
те саме | один и тот же
одно и то же | the same | même |
| скоротити | сократить | to reduce | réduire |
| вказати | указать | to point (out) | montrer,
indiquer |
| записати
• за допомогою
• у вигляді | записать
• с помощью
• в виде | to write
• with the help
• in the form | écrire
• à l'aide de
• sous forme de |
| за правилом
читання | по правилу
чтения | by the rule of
reading | par la règle de
lecture |
| тобто | то есть (т. е.) | that is (i. e.) | c'est à dire |

Який дріб правильний

Правильний дріб $\frac{a}{b}$ – це дріб, у якого чисельник менше за знаменник ($a < b$).

Правильний дріб менше за одиницю.

Наприклад: $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}; \frac{6}{7}; \frac{7}{9}; \frac{3}{11}; \frac{5}{17}$ – це правильні дроби.

Який дріб неправильний

Неправильний дріб $\frac{a}{b}$ – це дріб, у якого чисельник більше або дорівнює знаменнику ($a \geq b$).

Неправильний дріб більше або дорівнює одиниці.

Наприклад: $\frac{3}{2}; \frac{4}{4}; \frac{7}{5}; \frac{8}{3}; \frac{6}{6}; \frac{11}{8}; \frac{19}{10}; \frac{41}{25}$ – це неправильні дроби.

Завдання 1. Прочитайте спочатку правильні дроби, а потім неправильні:

$$\frac{2}{7}; \frac{5}{5}; \frac{21}{4}; \frac{3}{8}; \frac{7}{10}; \frac{19}{3}; \frac{2}{2}; \frac{4}{6}; \frac{41}{40}; \frac{3}{100}.$$

Завдання 2. Запишіть усі правильні дроби зі знаменником 6.

$$\frac{\boxed{?}}{6} \dots$$

Завдання 3. Запишіть усі неправильні дроби з чисельником 7.

$$\frac{7}{\boxed{?}} \dots$$

Що таке мішане число

Мішане число (мішаний дріб) – це число, яке можна записати у вигляді суми цілого числа та правильного дробу.

Число вигляду $\underbrace{C}_{\text{ціла частина}} \frac{a}{b}$ – це мішане число.
дробова частина

Мішані числа читають так:

1) якщо $C = 1$, то $1\frac{a}{b} \Rightarrow$ одна ціла a поділити на b ;

2) якщо $C \neq 1$, то $C\frac{a}{b} \Rightarrow$ C цілих $\frac{a}{b}$;
скільки?

3) якщо $C = 2$, то $2\frac{a}{b} \Rightarrow$ дві цілих $\frac{a}{b}$

Дробову частину $\frac{a}{b}$ читаємо за правилом читання дробів.

Наприклад: $1\frac{3}{4}$ – це мішане число.

1 – ціла частина, $\frac{3}{4}$ – дробова частина.

Завдання 4. Читайте за моделлю.

| | |
|---------------|--|
| <i>Модель</i> | $1\frac{2}{3}$ – одна ціла <u>дві</u> треті <u>х</u> |
| | $21\frac{5}{6}$ – двадцять одна ціла <u>п'ять шостих</u> |
| | $11\frac{8}{9}$ – одинадцять ціли <u>х</u> вісім дев'яти <u>х</u> |
| | $2\frac{4}{7}$ – <u>дві</u> ціли <u>х</u> чотири сьом <u>их</u> |
| | $5\frac{31}{48}$ – п'ять ціли <u>х</u> тридцять одна <u>сорок восьма</u> |
| | $3\frac{7}{12}$ – три ціли <u>х</u> сім дванадцяти <u>х</u> |

1) $1\frac{5}{6}$;

2) $3\frac{7}{9}$;

3) $5\frac{11}{19}$;

4) $21\frac{8}{13}$;

5) $1\frac{12}{19}$;

6) $17\frac{5}{8}$;

7) $121\frac{9}{10}$;

8) $12\frac{1}{12}$;

9) $2\frac{3}{4}$;

10) $320\frac{1}{3}$;

11) $149\frac{99}{103}$;

12) $12\frac{1}{8}$.

Неправильний дріб можна записати у вигляді **мішаного числа**, тобто перетворити **неправильний дріб у мішане число**.

Щоб перетворити неправильний дріб у мішане число, треба:

1) розділити чисельник дроби на його знаменник. Результат ділення (частка) – це ціла частина;

2) остачу записати в чисельник; знаменник не змінювати:

$$\frac{\text{остача}}{\text{знаменник}}.$$

Приклад.

Перетворіть неправильний дріб $\frac{20}{3}$ у мішане число.

$$\begin{array}{r|l} 20 & 3 \leftarrow \text{знаменник} \\ \hline 18 & 6 \leftarrow \text{частка} \\ \hline 2 & \leftarrow \text{остача} \end{array}$$

неправильний дріб мішане число

$$\frac{20}{3} = 6 \frac{2}{3}$$

↑ ціла частина ↑ дробова частина

Завдання 5. Запишіть неправильні дроби як мішані числа:

а) $\frac{19}{3}$; б) $\frac{76}{17}$; в) $\frac{48}{21}$; г) $\frac{72}{24}$;

д) $\frac{85}{12}$; е) $\frac{127}{71}$; ж) $\frac{43}{13}$; и) $\frac{89}{17}$.

Як перетворити мішане число в неправильний дріб

Щоб перетворити мішане число $C \frac{a}{b}$ в неправильний дріб,

треба:

| | |
|--|---------------------------|
| 1. Помножити цілу частину на знаменник дробової частини | $C \cdot b$ |
| 2. Додати до добутку чисельник | $C \cdot b + a$ |
| 3. Записати результат (суму) у чисельник неправильного дроби; знаменник не змінювати | $\frac{C \cdot b + a}{b}$ |

Мішане число можна записати у вигляді **неправильного дробу** так:

| Мішане число | = | Неправильний дріб |
|---|--|--|
| $C \frac{a}{b}$ | C – ціла частина,
$\frac{a}{b}$ – дробова частина | $\frac{C \cdot b + a}{b}$ |
| <i>Наприклад:</i> перетворити $5 \frac{3}{8}$ у неправильний дріб | | |
| $5 \frac{3}{8}$ | $C=5$ – ціла частина,
$\frac{3}{8}$ – дробова частина | $\frac{5 \cdot 8 + 3}{8} = \frac{43}{8}$ |
| $5 \frac{3}{8}$ | = | $\frac{43}{8}$ |

Завдання 6. Перетворіть мішані числа в неправильні дроби:

- 1) $4 \frac{2}{5}$; 2) $2 \frac{3}{11}$; 3) $9 \frac{1}{6}$;
 4) $28 \frac{3}{5}$; 5) $33 \frac{2}{3}$; 6) $41 \frac{1}{2}$.

Завдання 7. З'єднайте рівні числа. Прочитайте їх.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| $3 \frac{1}{5}$ | $4 \frac{1}{3}$ | $1 \frac{4}{9}$ | $1 \frac{4}{6}$ | $3 \frac{1}{2}$ | $2 \frac{6}{7}$ | $2 \frac{1}{4}$ | $2 \frac{7}{9}$ |

| | | | | | | | |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|---------------|---------------|
| $\frac{13}{9}$ | $\frac{20}{7}$ | $\frac{16}{5}$ | $\frac{13}{3}$ | $\frac{25}{9}$ | $\frac{10}{6}$ | $\frac{7}{2}$ | $\frac{9}{4}$ |
| А | Б | В | Г | Д | Е | Ж | И |

Завдання 8. Замість крапок напишіть числа:

- 1) $\dots \frac{5}{8} = \frac{27}{8}$; 2) $1 \frac{8}{9} = \frac{\dots}{9}$; 3) $6 \frac{\dots}{7} = \frac{45}{7}$;
 4) $2 \frac{1}{\dots} = \frac{11}{\dots}$; 5) $7 \frac{\dots}{4} = \frac{31}{4}$; 6) $\dots \frac{6}{11} = \frac{94}{11}$.

Основна властивість дробу

Величина дробу не зміниться, якщо чисельник і знаменник помножити або поділити на те саме число, яке не дорівнює нулю.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot k}{b \cdot k}, \quad \frac{a}{b} = \frac{a : k}{b : k}, \quad k \neq 0.$$

$$\frac{4}{8} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}. \quad (\text{Дивіться рис. 2.3})$$

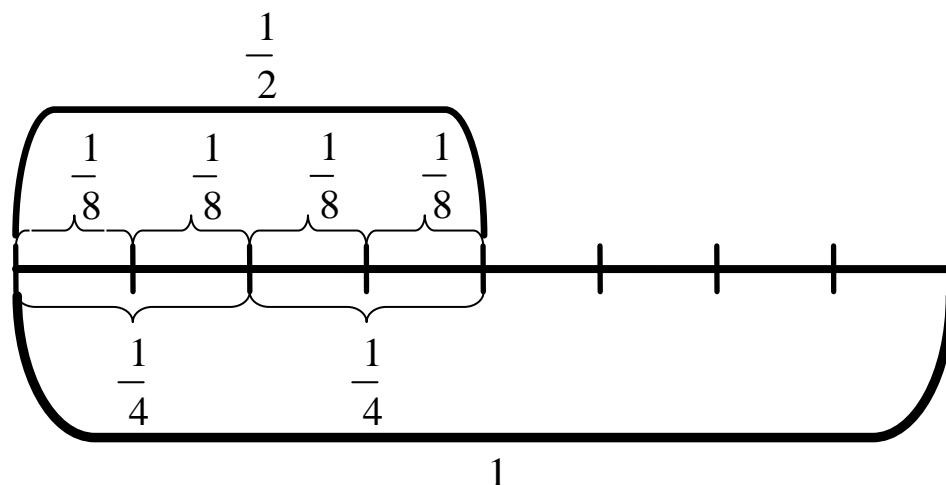


Рис. 2.3

Наприклад:

$$1) \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{2}{4};$$

$$2) \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 4} = \frac{4}{8};$$

$$3) \frac{15 : 5}{25 : 5} = \frac{3}{5};$$

$$4) \frac{24}{42} = \frac{24 : 6}{42 : 6} = \frac{4}{7}.$$

Як скоротити дріб

Скоротити дріб – це означає чисельник і знаменник дробу розділити на спільний дільник.

Наприклад:

$$1) \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad \text{скоротили дріб на 3};$$

$$2) \frac{20}{100} = \frac{1}{5} \quad \text{скоротили дріб на 20};$$

3) $\frac{48}{64} = \frac{3}{4}$ скоротили дріб на 16;

4) $\frac{74}{111} = \frac{2}{3}$ скоротили дріб на 37.

Завдання 9. Скоротіть дроби:

1) $\frac{2}{14}$; 2) $\frac{5}{15}$; 3) $\frac{28}{63}$; 4) $\frac{13}{52}$;

5) $\frac{27}{45}$; 6) $\frac{34}{68}$; 7) $\frac{25}{125}$; 8) $\frac{130}{390}$;

9) $\frac{105}{140}$; 10) $\frac{144}{405}$; 11) $\frac{75}{240}$; 12) $\frac{108}{145}$.

Якщо чисельник і знаменник дробу – взаємно прості числа, то дріб називають нескоротним.

Завдання 10. Замість крапок напишіть числа:

1) $12 = \frac{\dots}{1}$; 2) $3 = \frac{15}{\dots}$; 3) $10 = \frac{\dots}{3}$; 4) $20 = \frac{140}{\dots}$; 5) $19 = \frac{\dots}{4}$.

2.3. Звичайні дроби. Арифметичні дії

Словник

| Українська | Російська | Англійська | Французька |
|----------------------------------|---------------------------------------|------------------------|-------------------------|
| виконувати дію з дробом/ дробами | производит действие с дробью/ дробями | to operate fraction(s) | opérer avec fraction(s) |
| перемножити | перемножить | to multiply | multiplier |
| додатковий | дополнительный | complementary | complementaire |
| множник | множитель (м. р.) | multiplier, factor | multiplicateur, facteur |
| рівний | равный | equal | égal; égaux |
| ділене | делимое | divisible | dividende |
| дільник | делитель (м. р.) | divider | diviseur |

| | | | |
|---|---------------------------------------|----------------------------------|--------------------------------------|
| обернений
взаємно
обернені
числа | обратный
взаимно обратные
числа | inverse
inverse numbers | inverse
nombres
inverses |
| найменший
спільний
знаменник | наименьший общий
знаменатель | lowest common
denominator | plus petit
dénominateur
commun |
| формула | формула | formula | formule |
| виконувати | выполнять | to do,
to make | effectuer,
réaliser |
| звести до
зведіть
зведення | привести к
приведите
приведение | to reduce
reduce
reduction | réduire
réduire
réduction |

Зведення дробів до найменшого спільного знаменника

Найменший спільний знаменник (НСЗ) двох або декількох дробів – це найменше спільне кратне (НСК) знаменників цих дробів.

Приклад.

Знайти найменший спільний знаменник дробів $\frac{5}{12}$ і $\frac{9}{21}$.

Розв'язок. Знаменники цих дробів – числа 12 і 21. Знайдемо найменше спільне кратне цих чисел:

НСК (12, 21) = $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 84$,

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

тобто число 84 – НСЗ дробів $\frac{5}{12}$ і $\frac{9}{21}$.

Тоді $\frac{5}{12} = \frac{5 \cdot \boxed{7}}{12 \cdot \boxed{7}} = \frac{35}{84}$ і $\frac{9}{21} = \frac{9 \cdot \boxed{4}}{21 \cdot \boxed{4}} = \frac{36}{84}$.

Числа $\boxed{7}$ і $\boxed{4}$ – додаткові множники.

Додатковий множник для кожного дробу – це частка від ділення НСЗ на знаменник кожного дробу.

Додаткові множники записуємо над чисельником дробу праворуч угорі.

Приклад.

Звести до найменшого спільного знаменника дробу $\frac{3}{5}, \frac{5}{6}, \frac{21}{24}$.

Розв'язок. НСК (5, 6, 24) = 120.

Тоді $\frac{3^{(24)}}{5} = \frac{3 \cdot 24}{5 \cdot 24} = \frac{72}{120}, \frac{5^{(20)}}{6} = \frac{5 \cdot 20}{6 \cdot 20} = \frac{100}{120}, \frac{21^{(5)}}{24} = \frac{21 \cdot 5}{24 \cdot 5} = \frac{105}{120}$.

Завдання 1. Зведіть дробу до спільного знаменника:

1) $\frac{1}{3}, \frac{7}{24};$

2) $\frac{5}{6}, \frac{3}{16};$

3) $\frac{13}{25}, \frac{1}{8};$

4) $\frac{1}{7}, \frac{8}{21}, \frac{11}{18};$

5) $\frac{7}{12}, \frac{3}{20}, \frac{4}{15};$

6) $\frac{32}{165}, \frac{13}{25}, \frac{47}{105}.$

7) $\frac{9}{14}, \frac{8}{21}, \frac{11}{56};$

8) $\frac{32}{105}, \frac{8}{25}, \frac{47}{85};$

9) $\frac{7}{12}, \frac{13}{60}, \frac{4}{45}.$

Із дробами можна виконувати всі арифметичні дії.

Додавання й віднімання дробів

| Знаменники | Результат | Формула | Приклад |
|---------------------|---------------------|---|--|
| Знаменники однакові | Сума двох дробів | $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$ | $\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{2+1}{5} = \frac{3}{5}$ |
| | Різниця двох дробів | $\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$ | $\frac{5}{7} - \frac{2}{7} = \frac{5-2}{7} = \frac{3}{7}$ |
| Знаменники різні | Сума двох дробів | $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot k + c \cdot l}{m}$ | $\frac{7^{(3)}}{12} + \frac{5^{(2)}}{18} = \frac{21+10}{36} = \frac{31}{36}$ |

| | | | |
|--|---|--|--|
| | Різниця
двох
дробів | $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - c \cdot b}{b \cdot d}$ | $\frac{7^{(3)}}{12} - \frac{5^{(2)}}{18} = \frac{21 - 10}{36} = \frac{11}{36}$ |
| | $m = \text{НСК}(b, d)$.
Додаткові множники:
$k = \frac{m}{b}, l = \frac{m}{d}$ | НСК(12, 18)=36.
Додаткові множники:
$k = \frac{36}{12} = 3, l = \frac{36}{18} = 2$ | |

Як додавати мішані дроби

Щоб додати мішані дроби, потрібно окремо додати їхні цілі частини та дробові частини, а потім додати отримані результати.

Приклад:

$$1) 3\frac{7}{12} + 1\frac{8}{3} = (3+1) + \left(\frac{7^{(2)}}{12} + \frac{3^{(3)}}{8} \right) = 4 + \frac{14+9}{24} = 4\frac{23}{24};$$

$$2) 2\frac{11}{30} + 1\frac{3}{20} + 7\frac{8}{15} = (2+1+7) + \left(\frac{11^{(2)}}{30} + \frac{3^{(3)}}{20} + \frac{8^{(4)}}{15} \right) = 10 +$$

$$+ \frac{22+9+32}{60} = 10 + \frac{63}{60} = 10 + 1\frac{3}{60} = 10 + 1 + \frac{3}{60} = 11 + \frac{1}{20} = 11\frac{1}{20}.$$

Як віднімати мішані дроби

Щоб відняти від мішаного дроби мішаний дріб, треба окремо від цілої частини відняти цілу частину, від дробової частини відняти дробову частину, а потім додати результати.

Приклади:

$$1) 7\frac{1}{2} - 2\frac{2}{7} = (7-2) + \left(\frac{1^{(7)}}{2} - \frac{2^{(2)}}{7} \right) = 5 + \left(\frac{7-4}{14} \right) = 5 + \frac{3}{14} = 5\frac{3}{14};$$

$$2) 8 - 5\frac{6}{7} = 8 - \left(5 + \frac{6}{7} \right) = 8 - 5 - \frac{6}{7} = 3 - \frac{6}{7} =$$

$$= (2+1) - \frac{6}{7} = 2 + \frac{7}{7} - \frac{6}{7} = 2 + \left(\frac{7}{7} - \frac{6}{7} \right) = 2 + \frac{1}{7} = 2\frac{1}{7};$$

$$3) 10 - 2\frac{8}{3} = 9\frac{13}{13} - 2\frac{8}{13} = (9 - 2) + \left(\frac{13}{13} - \frac{8}{13}\right) = 7 + \frac{5}{13} = 7\frac{5}{13}.$$

Завдання 2. Виконайте дії:

$$1) \frac{1}{9} + \frac{3}{9}; \quad 2) \frac{5}{8} + \frac{6}{8}; \quad 3) \frac{3}{12} - \frac{7}{12}; \quad 4) 1 - \frac{6}{7};$$

$$5) 3 + \frac{2}{8}; \quad 6) 5 - \frac{8}{11}; \quad 7) 3 + 3\frac{1}{5}; \quad 8) 4 - 4\frac{7}{15};$$

$$9) 3\frac{4}{9} - 1\frac{2}{9}; \quad 10) 8 - 3\frac{7}{12}; \quad 11) 5\frac{3}{7} + 12\frac{1}{9}; \quad 12) 5\frac{1}{6} - 3\frac{1}{9}.$$

Завдання 3. Замість крапок напишіть числа:

$$1) \frac{1}{6} + \frac{\dots}{9} = \frac{17}{\dots}; \quad 2) \frac{9}{\dots} - \frac{3}{5} = \frac{\dots}{55}; \quad 3) \frac{5}{\dots} - \frac{\dots}{4} = \frac{1}{12}.$$

$$4) \frac{13}{\dots} - \frac{5}{9} = \frac{\dots}{63}; \quad 5) \frac{\dots}{12} + \frac{1}{\dots} = \frac{5}{6}; \quad 6) 1\frac{\dots}{3} - \frac{5}{7} = \frac{10}{21}.$$

Добуток дробів

1. Добуток двох дробів – дріб, у якого чисельник дорівнює добутку чисельників, а знаменник дорівнює добутку знаменників цих дробів.

2. Щоб помножити мішане число або ціле число на дріб, треба перетворити мішаний дріб або ціле число в неправильний дріб і перемножити ці дроби.

3. Щоб помножити мішані числа, треба записати їх у вигляді неправильних дробів і перемножити ці дроби.

| Добуток дробів | | |
|----------------|--|---|
| | Формула | Приклад |
| 1 | $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$ $b \neq 0, d \neq 0$ | $1) \frac{5}{7} \cdot \frac{4}{3} = \frac{5 \cdot 4}{7 \cdot 3} = \frac{20}{21};$ |

| | | |
|---|---|--|
| | | 2) $\frac{12}{35} \cdot \frac{14}{15} = \frac{12 \cdot 14}{35 \cdot 15} = \frac{\cancel{2} \cdot 4 \cdot 2 \cdot \cancel{7}}{\cancel{7} \cdot 5 \cdot \cancel{5}} = \frac{8}{25}$ |
| 2 | $C \frac{a}{b} \cdot \frac{m}{n} =$ $= \frac{C \cdot b + a}{b} \cdot \frac{m}{n} =$ $= \frac{(C \cdot b + a) \cdot m}{b \cdot n}$ | 1) $6 \frac{7}{12} \cdot \frac{24}{30} = \frac{6 \cdot 12 + 7}{12} \cdot \frac{24}{30} =$
$= \frac{\cancel{55}^{11} \cdot \cancel{24}^2}{\cancel{12} \cdot \cancel{30}_6} = \frac{11 \cdot \cancel{2}}{\cancel{6}_3} = \frac{11}{3} = 3 \frac{2}{3};$
2) $6 \cdot \frac{2}{3} = \frac{6}{1} \cdot \frac{2}{3} = \frac{\cancel{6}^2 \cdot 2}{\cancel{3}} = \frac{4}{1} = 4$ |
| 3 | $C \frac{a}{b} \cdot M \frac{m}{n} =$ $= \frac{C \cdot b + a}{b} \cdot \frac{M \cdot n + m}{n} =$ $= \frac{(C \cdot b + a) \cdot (M \cdot n + m)}{b \cdot n}$ | 1) $2 \frac{11}{13} \cdot 5 \frac{7}{9} = \frac{37 \cdot \cancel{52}^4}{\cancel{13} \cdot 9} = \frac{37 \cdot 4}{9} =$
$= \frac{148}{9} = 16 \frac{4}{9};$
2) $7 \frac{4}{5} \cdot 1 \frac{2}{3} = \frac{39}{5} \cdot \frac{5}{3} = \frac{\cancel{39}^{13} \cdot \cancel{5}}{\cancel{5} \cdot \cancel{3}} = 13$ |

Завдання 4. Виконайте множення дробів:

1) $\frac{4}{9} \cdot \frac{18}{26};$ 2) $\frac{35}{48} \cdot 16;$ 3) $\frac{12}{19} \cdot \frac{13}{48};$ 4) $13 \cdot \frac{19}{52};$

5) $2 \frac{3}{7} \cdot 5;$ 6) $3 \frac{5}{11} \cdot 1 \frac{5}{6};$ 7) $7 \frac{2}{9} \cdot 2 \frac{5}{19};$ 8) $4 \frac{7}{9} \cdot 15.$

Що таке взаємно обернені числа

Два числа називають «*взаємно обернені*», якщо їхній добуток дорівнює одиниці.

Наприклад.

Оберненим до числа 7 буде $\frac{1}{7}$. Числа 7 та $\frac{1}{7}$ – взаємно обернені.

Оберненим до числа $\frac{3}{4}$ буде $\frac{4}{3}$. Числа $\frac{3}{4}$ та $\frac{4}{3}$ – взаємно обернені.

Оберненим до числа $1,2 = \frac{12}{10}$ буде $\frac{10}{12} = \frac{5}{6}$. Числа $1,2$ та $\frac{5}{6}$ – взаємно обернені.

Завдання 5. Запишіть числа, обернені до заданих:

- 1) 15; 2) $\frac{8}{9}$; 3) $\frac{1}{3}$; 4) $\frac{17}{45}$; 5) $\frac{6}{5}$; 6) $1\frac{5}{7}$;
 7) $5\frac{1}{3}$; 8) $\frac{1}{12}$; 9) $\frac{9}{5} - \frac{1}{3}$; 10) $7\frac{2}{9} + 1$; 11) $2\frac{3}{7} - 2$ 12) $1\frac{3}{7} - \frac{3}{4}$.

Ділення дробів

1. Щоб розділити один дріб на інший дріб, потрібно ділене (перший дріб) помножити на число, обернене до дільника (обернене до другого дробу).

| | | | | |
|-------------------------------|---------------------------|---|-------------------------|---------------------------------|
| $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} =$ | $\frac{a}{b}$ | · | $\frac{d}{c}$ | $= \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$ |
| | ↑ | | ↑ | |
| | ділене,
перший
дріб | | обернене до
дільника | |

Приклади:

$$1) \frac{35}{46} : \frac{14}{23} = \frac{\cancel{35}^5 \cdot \cancel{23}}{\cancel{46}^2 \cdot \cancel{14}^2} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4};$$

$$2) \frac{8}{15} : \frac{3}{5} = \frac{8}{\cancel{15}^3} \cdot \frac{\cancel{5}}{3} = \frac{8}{9}.$$

2. Щоб розділити мішаний дріб на мішаний дріб, дріб на ціле число або ціле число на мішаний дріб, потрібно записати мішані дроби та цілі числа як неправильні дроби й виконати їх ділення.

Приклади:

$$1) 1\frac{1}{13} : 1\frac{17}{47} = \frac{1 \cdot 13 + 1}{13} : \frac{1 \cdot 47 + 17}{47} = \frac{14}{13} : \frac{64}{47} = \frac{14 \cdot 47}{13 \cdot 64} = \frac{329}{416};$$

$$2) \frac{36}{53} : 18 = \frac{36}{53} : \frac{18}{1} = \frac{\cancel{36}^2 \cdot 1}{53 \cdot \cancel{18}} = \frac{2}{53};$$

$$3) 48 : 5\frac{1}{3} = \frac{48}{1} : \frac{16}{3} = \frac{\cancel{48}^3 \cdot 3}{1 \cdot \cancel{16}} = 9.$$

Завдання 6. Виконайте ділення:

$$1) 1 : \frac{5}{11};$$

$$2) \frac{6}{7} : 3;$$

$$3) \frac{14}{25} : \frac{13}{15};$$

$$4) 3\frac{6}{11} : 19;$$

$$5) \frac{8}{51} : \frac{5}{17};$$

$$6) 10\frac{2}{3} : 3\frac{1}{3};$$

$$7) 6\frac{2}{7} : 4\frac{5}{9};$$

$$8) 9\frac{3}{14} : 2\frac{23}{35}.$$

Завдання 7. Виконайте дії за моделлю.

| | |
|---------------|--|
| | $3\frac{1}{5} - 1\frac{3}{25} : \left(4\frac{4}{5} + \frac{2}{5} : 2\frac{1}{2} : \frac{1}{5} \right).$ |
| <i>Модель</i> | $1) \frac{2}{5} : 2\frac{1}{2} : \frac{1}{5} = \frac{2}{5} : \frac{5}{2} : \frac{1}{5} = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot 5 = \frac{4}{5};$ $2) 4\frac{4}{5} + \frac{4}{5} = (4+0) + \frac{4}{5} + \frac{4}{5} = 4 + \frac{8}{5} = 4 + 1 + \frac{3}{5} = 5\frac{3}{5};$ $3) 1\frac{3}{25} : 5\frac{3}{5} = \frac{28}{25} : \frac{28}{5} = \frac{28}{25} \cdot \frac{5}{28} = \frac{1}{5};$ $4) 3\frac{1}{5} - \frac{1}{5} = 3 - 0 + \frac{1}{5} - \frac{1}{5} = 3.$ |
| | Відповідь: 3 |

$$1) \left(2\frac{6}{7} - 1\frac{1}{3} \right) \cdot 5\frac{1}{4};$$

$$2) \left(2\frac{4}{7} - 1\frac{1}{5} \right) \cdot 5\frac{5}{6};$$

$$3) \left(5\frac{3}{8} + 18\frac{1}{2} - 7\frac{5}{24} \right) : 16\frac{2}{3};$$

$$4) \left(\frac{1}{4} : 4 + \frac{3}{16} \right) \cdot \left(20\frac{5}{8} : 5\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right);$$

$$5) 7\frac{5}{7} : 3\frac{3}{5} - \left(\frac{53}{56} - \frac{29}{35} \right) : \frac{33}{40};$$

$$6) \left(\frac{5}{7} \cdot 2\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{6} - 1 \right) : \left(1 - \frac{7}{8} \cdot 1\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{14} \right) \cdot 9;$$

$$7) \left(9\frac{8}{9} - 8\frac{11}{12}\right) \cdot \frac{18}{115} + 6\frac{5}{6} : 13\frac{2}{3} + \frac{8}{23};$$

$$8) 3\frac{4}{5} + \frac{3}{4} : \left(2\frac{3}{4} + 3\frac{1}{9} \cdot 1\frac{2}{7} \cdot \frac{1}{16}\right) - \frac{1}{20};$$

$$9) 3\frac{2}{3} + \frac{5}{8} : \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{6} : \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{14}{15}; \quad 10) \left[3\frac{2}{3} - \left(3\frac{5}{7} - 2\frac{1}{2}\right) \cdot 1\frac{4}{17}\right] : \frac{13}{36}.$$

Порівняння дробів

| | |
|--|--|
| 1. Порівняйте $\frac{a}{b}$ і $\frac{c}{b}$
(однакові знаменники) | Якщо $a > c$, то $\frac{a}{b} > \frac{c}{b}$ |
| | Якщо $a < c$, то $\frac{a}{b} < \frac{c}{b}$ |
| 2. Порівняйте $\frac{a}{b}$ і $\frac{a}{d}$
(однакові чисельники) | Якщо $b > d$, то $\frac{a}{b} < \frac{a}{d}$ |
| | Якщо $b < d$, то $\frac{a}{b} > \frac{a}{d}$ |
| 3. Порівняйте $\frac{a}{b}$ і $\frac{c}{d}$
(різні знаменники) | Треба звести дроби до спільного знаменника й порівняти їх як дроби з однаковими знаменниками |

Приклади.

Порівняйте дроби:

$$1) \frac{3}{7} \text{ і } \frac{5}{7}.$$

$$3 < 5, \text{ тому } \frac{3}{7} < \frac{5}{7};$$

$$2) \frac{12}{5} \text{ і } \frac{12}{13}.$$

$$5 < 13, \text{ тому } \frac{12}{5} > \frac{12}{13};$$

$$3) \frac{11}{27} \text{ і } \frac{13}{18}.$$

НСК (27, 18)=54. Тоді $\frac{11}{27} = \frac{22}{54}$, $\frac{13}{18} = \frac{39}{54}$.

$22 < 39$, тому $\frac{22}{54} < \frac{39}{54}$ і $\frac{11}{27} < \frac{13}{18}$.

Завдання 8. Порівняйте дроби:

1) $\frac{8}{13}$ і $\frac{11}{13}$;

2) $\frac{15}{8}$ і $\frac{15}{13}$;

3) $\frac{5}{9}$ і $\frac{8}{15}$;

4) $\frac{7}{10}$ і $\frac{13}{21}$;

5) $\frac{25}{19}$ і $\frac{50}{46}$;

6) $\frac{13}{14}$ і $\frac{5}{6}$.

Теоретичні питання з теми «Звичайні дроби. Арифметичні дії»

1. Що таке звичайний дріб?
2. Які звичайні дроби називають «правильні»?
3. Які дроби називають «неправильні»?
4. Що таке мішаний дріб?
5. Яка основна властивість дробу? Наведіть приклад.
6. Як скоротити дріб?
7. Який дріб називають «нескоротним»?
8. Як знайти суму двох дробів з однаковими знаменниками?
9. Що таке спільний знаменник дробів?
10. Як знайти суму двох дробів із різними знаменниками?
11. Як знайти різницю двох дробів з однаковими знаменниками?
12. Як додати мішані числа?
13. Як відняти мішані числа?
14. Як знайти різницю двох дробів із різними знаменниками?
15. Як знайти добуток дробу та числа?
16. Як знайти добуток мішаних чисел?
17. Які числа називають «взаємно обернені»?
18. Як розділити число на дріб?
19. Як розділити мішане число на мішане число?
20. Як розділити правильний дріб на правильний дріб?

Домашнє завдання

1. Запишіть цифрами:

одна дев'ята; десять цілих дві п'ятих; вісім третіх; сімнадцять двадцять перших; чотири цілих одинадцять тринадцятих; п'ять п'ятих; двадцять дев'ять четвертих; сім сотих; одна ціла одна сто перша; вісім цілих вісім вісімдесят дев'ятих; три тисячних.

2. Запишіть словами:

$$\frac{3}{10}, 2\frac{2}{3}, \frac{7}{40}, \frac{3}{3}, 7\frac{1}{41}, \frac{132}{9}, 23\frac{31}{101}, \frac{91}{19}, \frac{1}{16}, \frac{9}{1000}.$$

3. Перетворіть неправильні дроби в мішані числа:

$$\frac{226}{125}, \frac{34}{9}, \frac{230}{115}, \frac{197}{36}, \frac{425}{17}, \frac{91}{4}, \frac{756}{54}, \frac{268}{105}, \frac{576}{29}.$$

4. Перетворіть мішані числа в неправильні дроби:

$$8\frac{4}{9}, 50\frac{3}{4}, 100\frac{1}{3}, 15\frac{5}{8}, 12\frac{9}{17}, 18\frac{12}{25}.$$

5. Скоротіть дроби:

$$\frac{42}{77}, \frac{18}{21}, \frac{21}{93}, \frac{60}{72}, \frac{20}{55}, \frac{16}{64}, \frac{72}{90}, \frac{18}{48}, \frac{12}{30}, \frac{19}{570}, \frac{53}{477}, \frac{168}{600}.$$

6. Зведіть дроби до найменшого спільного знаменника:

1) $\frac{3}{8}, \frac{7}{6};$

2) $\frac{3}{7}, \frac{13}{18};$

3) $\frac{7}{30}, \frac{8}{12};$

4) $\frac{7}{18}, \frac{11}{24}, \frac{19}{40};$

5) $\frac{13}{30}, \frac{5}{36}, \frac{25}{42};$

6) $\frac{7}{48}, \frac{13}{36}, \frac{25}{72}.$

7. Порівняйте дроби:

1) $\frac{5}{7}$ та $\frac{3}{7};$

2) $\frac{19}{45}$ та $\frac{26}{45};$

3) $\frac{26}{57}$ та $\frac{13}{57};$

4) $\frac{5}{3}$ та $\frac{5}{9}$;

5) $\frac{12}{15}$ та $\frac{12}{7}$;

6) $\frac{17}{5}$ та $\frac{17}{15}$;

7) $\frac{5}{8}$ та $\frac{9}{15}$;

8) $\frac{4}{5}$ та $\frac{5}{6}$;

9) $\frac{8}{11}$ та $\frac{7}{20}$;

10) $\frac{15}{32}$ та $\frac{8}{15}$;

11) $\frac{5}{9}$ та $\frac{26}{45}$;

12) $\frac{12}{15}$ та $\frac{26}{57}$.

8. Обчисліть:

1) $6 \cdot \frac{8}{9}$;

2) $\frac{5}{7} \cdot 3$;

3) $\frac{3}{8} \cdot \frac{12}{7}$;

4) $5 \frac{7}{12} \cdot 2 \frac{1}{3}$;

5) $16 : \frac{5}{8}$;

6) $\frac{14}{23} : 7$;

7) $2 \frac{10}{13} : \frac{5}{7}$;

8) $2 \frac{2}{17} : \frac{15}{32}$;

9) $\frac{4}{7} \cdot \frac{28}{36} : \frac{8}{3}$;

10) $1 \frac{7}{24} + 2 \frac{13}{48} \cdot 8$.

9. Виконайте дії:

а) $\left(3 \frac{1}{2} : 6 \frac{2}{3} + 5 \frac{2}{3} : 3 \frac{1}{2}\right) \cdot 2 \frac{2}{5}$;

б) $2 \frac{1}{7} \cdot 1 \frac{3}{4} : 3 \frac{3}{4} + 1 \frac{3}{8} : \frac{3}{16} \cdot \frac{3}{11}$;

в) $\left(\frac{2}{15} + 1 \frac{7}{12}\right) \cdot \frac{30}{103} - 2 : 2 \frac{1}{4} \cdot \frac{9}{32} + 12 \frac{1}{3}$;

г) $\frac{4}{21} \cdot \left[\left(2 \frac{7}{12} - 1 \frac{5}{18}\right) \cdot 1 \frac{7}{47} + 6 \cdot \left(9 \frac{1}{6} - 8 \frac{1}{3}\right) - 1 \frac{1}{4}\right]$;

д) $\left[\left(20 \frac{1}{2} + 1 \frac{1}{8}\right) - \left(19 \frac{1}{3} + \frac{7}{24}\right)\right] \cdot \left[\left(5 \frac{3}{8} + 8 \frac{1}{2}\right) : \frac{1}{8} - 110\right]$;

е) $\frac{7 \frac{5}{9} : 17 + 2 \frac{7}{12}}{2 \frac{4}{9} \cdot 2}$.

ТЕСТИ

1. Дріб п'ять одинадцятих можна записати як

| А | Б | В | Г | Д |
|-----------------|----------------|----------------|-----------------|---------------------------|
| $\frac{11}{15}$ | $\frac{11}{5}$ | $\frac{5}{11}$ | $\frac{15}{11}$ | Усі відповіді неправильні |

2. Дріб $\frac{1}{8}$ читають як

| А | Б | В | Г | Д |
|--------------------|--------------|-------------|-------------|---------------------------|
| один ділити на сім | одна восьмих | один восьма | одна восьма | Усі відповіді неправильні |

3. Число 5 у запису дробу $\frac{5}{8}$ – це

| А | Б | В | Г | Д |
|---------|-----------|-----------|--------|---------------------------|
| дільник | чисельник | знаменник | частка | Усі відповіді неправильні |

4. Число 8 у запису дробу $\frac{5}{8}$ – це

| А | Б | В | Г | Д |
|---------|-----------|-----------|--------|---------------------------|
| дільник | чисельник | знаменник | частка | Усі відповіді неправильні |

5. Який дріб неправильний?

| А | Б | В | Г | Д |
|-----------------|----------------|---------------|----------------|---------------------------|
| $\frac{56}{41}$ | $\frac{3}{56}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{7}{12}$ | Усі відповіді неправильні |

6. Який дріб правильний?

| А | Б | В | Г | Д |
|---------------|-----------------|---|----------------|---------------------------|
| $\frac{7}{2}$ | $\frac{19}{13}$ | 6 | $\frac{6}{17}$ | Усі відповіді неправильні |

7. Яке число мішане?

| А | Б | В | Г | Д |
|---------------|-----------------|----------------|----------------|---------------------------|
| $\frac{2}{9}$ | $\frac{12}{12}$ | $\frac{5}{14}$ | $\frac{6}{17}$ | Усі відповіді неправильні |

8. Знайдіть неправильний дріб зі знаменником 5.

| А | Б | В | Г | Д |
|---------------|---------------|----------------|---------------|---------------------------|
| $\frac{5}{3}$ | $\frac{2}{5}$ | $\frac{5}{14}$ | $\frac{6}{5}$ | Усі відповіді неправильні |

9. Ціла частина мішаного числа $5\frac{8}{11}$ дорівнює

| А | Б | В | Г | Д |
|---|----|---|-----------------|---------------------------|
| 8 | 11 | 5 | $5\frac{8}{11}$ | Усі відповіді неправильні |

10. Ціла частина неправильного дробу $\frac{58}{13}$ дорівнює

| А | Б | В | Г | Д |
|----|----|---|-----------------|---------------------------|
| 58 | 13 | 4 | $\frac{58}{13}$ | Усі відповіді неправильні |

11. $6\frac{2}{7}$ дорівнює

| А | Б | В | Г | Д |
|----------------|----------------|----------------|----------------|---------------------------|
| $\frac{44}{7}$ | $\frac{12}{7}$ | $\frac{7}{44}$ | $\frac{25}{7}$ | Усі відповіді неправильні |

12. Дріб $\frac{4}{3+a}$ буде неправильним, якщо

| А | Б | В | Г | Д |
|-------|-------|-------|-------|---------------------------|
| $a=2$ | $a=5$ | $a=0$ | $a=3$ | Усі відповіді неправильні |

13. Сума чисел $1\frac{5}{7}$ і 2 дорівнює

| А | Б | В | Г | Д |
|----------------|---|----|----------------|---------------------------|
| $\frac{25}{7}$ | 3 | 10 | $3\frac{5}{7}$ | Усі відповіді неправильні |

14. Сума чисел $2\frac{5}{9}$ і $3\frac{1}{6}$ дорівнює

| А | Б | В | Г | Д |
|-----------------|------------------|------------------|----------------|---------------------------|
| $2\frac{25}{9}$ | $5\frac{13}{18}$ | $\frac{100}{18}$ | $3\frac{5}{6}$ | Усі відповіді неправильні |

15. Різниця чисел 5 і $4\frac{7}{9}$ дорівнює

| А | Б | В | Г | Д |
|---------------|----------------|----------------|---------------|---------------------------|
| $\frac{2}{9}$ | $\frac{1}{19}$ | $\frac{7}{18}$ | $\frac{5}{9}$ | Усі відповіді неправильні |

16. Різниця чисел $6\frac{3}{5}$ і $4\frac{7}{15}$ дорівнює

| А | Б | В | Г | Д |
|---------------|----------------|----------------|-----------------|---------------------------|
| $\frac{2}{9}$ | $2\frac{1}{5}$ | $\frac{8}{15}$ | $2\frac{8}{15}$ | Усі відповіді неправильні |

17. Назвіть нескоротний дріб.

| А | Б | В | Г | Д |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|---------------------------|
| $\frac{12}{90}$ | $\frac{21}{59}$ | $\frac{27}{36}$ | $\frac{15}{35}$ | Усі відповіді неправильні |

18. Добуток чисел $\frac{5}{8}$ і 24 дорівнює

| А | Б | В | Г | Д |
|----------------|-----------------|---------------|----|---------------------------|
| $\frac{10}{8}$ | $24\frac{5}{8}$ | $\frac{1}{5}$ | 15 | Усі відповіді неправильні |

19. Добуток чисел $4\frac{6}{7}$ і $2\frac{1}{3}$ дорівнює

| А | Б | В | Г | Д |
|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|---------------------------|
| $\frac{12}{10}$ | $\frac{25}{21}$ | $11\frac{1}{3}$ | $\frac{3}{34}$ | Усі відповіді неправильні |

20. Частка чисел $\frac{5}{8}$ і $1\frac{1}{6}$ дорівнює

| А | Б | В | Г | Д |
|-----------------|-----------------|---------------|----------------|---------------------------|
| $\frac{14}{48}$ | $\frac{15}{28}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{5}{24}$ | Усі відповіді неправильні |

Відповіді на завдання з теми «Звичайні дроби»

2.3. Арифметичні дії

Завдання 7

1. 8. 2. 8. 3. 1. 4. 1. 5. 2. 6. 5. 7. 1. 8. 4. 9. 4. 10. 6.

Домашнє завдання

Завдання 9

1. 6. 2. 3. 3. $12\frac{7}{12}$. 4. 1. 5. 2. 6. $\frac{1}{2}$.

Відповіді на тести з теми «Звичайні дроби»

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| В | Г | Б | В | А | Г | Б | Г | В | В |

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| А | В | Г | Б | А | Г | Б | Г | В | Б |

3. Десяткові дроби

3.1. Визначення десяткового дробу

Словник

| <i>Українська</i> | <i>Російська</i> | <i>Англійська</i> | <i>Французький</i> |
|---|--|---|--|
| десятковий дріб | десятичная дробь | decimal fraction | fraction décimale |
| кома
за допомогою
коми
до коми
після коми | запятая
с помощью
запятой
до запятой
после запятой | comma
with help of
~
before ~
after ~ | virgule
à l'aide de ~
près de ~
après ~ |
| переносити/
перенести | переносить/перенести | to move | déplacer |
| стільки, скільки | столько, сколько | as many as | autant que |
| кількість (ж. р.) | количество | quantity | quantité |
| збігатися | совпадать | to coincide | coïncider |
| виписувати | выписывать | to write out | écrire |

| | | | |
|--|---|--|---|
| справа наліво | справа налево | from right to left | de gauche à droite |
| відраховувати | отсчитывать | to count (out) | compter |
| знак | знак | symbol, sign | sign |
| пункт | пункт | paragraph | point |
| у стовпчик | в столбик | in a column | à la colonne |
| відокремлювати комою | отделять запятой | to separate with comma | separer par virgule |
| остача
з остачею
без остачі
поряд з остачею | остаток
с остатком
без остатка
рядом с
остатком | remainder
with ~
without~
near~ | le reste
avec ~
sans ~
pres du reste |
| дода(ва)ти | добавлять/добавить | to add | additionner |
| розряд (числа) | разряд | digit number | chiffre |
| повторитися | повториться | to be repeated | (se) répéter |
| період | период | period | période |
| дріб
періодичний ~
мішаний ~ | дробь
периодическая ~
смешанная ~ | fraction
periodic ~
mixed ~ | fraction
~ périodique
~ mixte |

Що таке десятковий дріб

Десятковий дріб – це звичайний дріб, знаменник якого дорівнює 10, 100, 1000, 100000

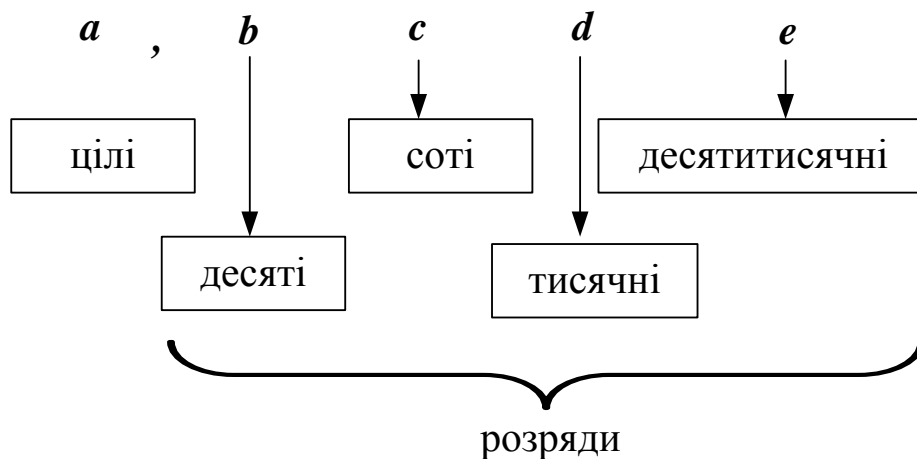
Наприклад, звичайний дріб можна записати без знаменника у вигляді $\frac{3}{10} = 0,3$; $\frac{27}{100} = 0,27$; $\frac{1}{1000} = 0,001$; $1\frac{265}{1000} = 1,265$. Такі дроби називають «десяткові». Цифри до коми – це ціла частина, а цифри після коми – це дробова частина.

Існують скінченні та нескінченні десяткові дроби.

Якщо в дробу повторюється одна цифра або група цифр після коми, то це нескінченний періодичний дріб.

Правила читання десяткових дробів

Число до коми – це ціла частина. Кожна цифра після коми показує розряд, який має назву: *десята, сота, тисячна, десятитисячна ...* (частина).



Запам'ятайте, як читати десяткові дробки

Спочатку читають цілу частину (числа до коми) і додають слово *ціла* /*цілих*, а потім читають частину, яка стоїть після коми й додають розряд.

Десяткові дробки читають так:

| Десятковий дріб | Ціла частина | Дробова частина | |
|--------------------------------|-----------------------|-----------------|--|
| 1,1
1,01
1,001
1,0001 | одна ціла | одна | десята
сота
тисячна
десятитисячна |
| 2,2
2,02
2,002
2,0002 | дві цілих | дві | десятих
сотих
тисячних
десятитисячних |
| 3,3
3,03
3,003
3,0003 | три цілих | три | десятих
сотих
тисячних
десятитисячних |
| ... | ... | ... | ... |
| 0,5
0,05
0,005
0,0005 | нуль цілих | п'ять | десятих
сотих
тисячних
десятитисячних |
| 24,6 | двадцять чотири цілих | шість | десятих |

| | | | |
|----------|---------------------------|------------------------|----------------|
| 11,23 | одинадцять
цілих | двадцять три | сотих |
| 31,123 | тридцять
одна ціла | сто двадцять
три | тисячних |
| 122,0273 | сто двадцять
дві цілих | двісті
сімдесят три | десятитисячних |

Завдання 1. Напишіть десяткові дроби цифрами:

- 1) одна ціла одна десята;
- 2) одна ціла три десятих;
- 3) нуль цілих дванадцять сотих;
- 4) дві цілих дві сотих;
- 5) дві цілих тринадцять сотих;
- 6) три цілих три тисячних;
- 7) чотири цілих дев'ятнадцять тисячних;
- 8) п'ять цілих сто шістдесят чотири тисячних;
- 9) шість цілих сімнадцять десятитисячних;
- 10) дев'ять цілих шістсот двадцять одна десятитисячна;
- 11) тридцять дві цілих одна десята;
- 12) п'ятсот п'ять цілих одна сота;
- 13) десять цілих сімсот двадцять одна тисячна;
- 14) нуль цілих двісті тринадцять десятитисячних;
- 15) сімдесят цілих сто дев'ятнадцять тисячних;
- 16) триста двадцять одна ціла тридцять три сотих;
- 17) одна ціла сто двадцять вісім тисячних;
- 18) дванадцять цілих вісімдесят дев'ять тисячних;
- 19) п'ятдесят шість цілих одинадцять сотих;
- 20) сто дві цілих дев'ять десятитисячних.

Завдання 2. Прочитайте десяткові дроби:

- 1) 2,3; 2) 7,9; 3) 16,7; 4) 10,1; 5) 5,07;
- 6) 3,13; 7) 10,321; 8) 1,403; 9) 3,179; 10) 11,0896.

Завдання 3. Напишіть словами десяткові дроби:

- 1) 0,5; 2) 2,5; 3) 1,3; 4) 3,01; 5) 1,11; 6) 2,214;
- 7) 9,01; 8) 3,002; 9) 13,234; 10) 55,1234; 11) 0,509; 12) 1,4561.

Завдання 4. Заповніть таблицю.

| Число | Ціла частина | Дробова частина | | | |
|---------|--------------|-----------------|------|---------|----------------|
| | | Десяті | Соті | Тисячні | Десяти-тисячні |
| 0,1 | | | | | |
| 0,21 | | | | | |
| 0,051 | | | | | |
| 0,2541 | | | | | |
| 1,2 | | | | | |
| 1,19 | | | | | |
| 1,601 | | | | | |
| 1,0893 | | | | | |
| 2,4 | | | | | |
| 2,11 | | | | | |
| 2,192 | | | | | |
| 2,0003 | | | | | |
| 3,5 | | | | | |
| 17,41 | | | | | |
| 25,019 | | | | | |
| 13,2132 | | | | | |

Завдання 5. Запишіть у вигляді десяткового дроби і прочитайте:

- 1) $\frac{7}{10}$; 2) $\frac{19}{100}$; 3) $\frac{56}{1000}$; 4) $5\frac{6}{10}$; 5) $11\frac{33}{100}$;
 6) $254\frac{3}{10}$; 7) $21\frac{567}{1000}$; 8) $7\frac{157}{10000}$; 9) $\frac{19}{100000}$; 10) $7\frac{8}{1000}$.

Властивість десяткового дробу

Дріб не зміниться, якщо дописати нулі праворуч.

$$0,9 = \frac{9}{10}$$

$$0,90 = \frac{90}{100}$$

$$0,900 = \frac{900}{1000}$$

$$0,9000 = \frac{9000}{10000}$$

3.2. Дії з десятковими дробами

З десятковими дробами можна виконувати всі арифметичні дії.

Додавання й віднімання

1. Щоб додати або відняти десятковий дріб, треба записати однакові розряди дробів один під одним, кому записати під комою і потім додати або відняти як натуральні числа.

Якщо десяткові дроби мають різну кількість цифр після коми, то потрібно зробити їх кількість однаковою – дописати необхідну кількість нулів.

Приклади:

1) $9,6 + 3,2 = 12,8$; 2) $8,24 + 2,5 = 10,74$;

$$\begin{array}{r} 9, 6 \\ + \\ \hline 3, 2 \\ \hline 12, 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8, 24 \\ + \\ \hline 2, 50 \\ \hline 10, 74 \end{array}$$

← дописали
один нуль

3) $14,5 - 5,2 = 9,3$; 4) $6,001 - 3,2 = 2,801$

$$\begin{array}{r} 14, 5 \\ - \\ \hline 5, 2 \\ \hline 9, 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6, 001 \\ - \\ \hline 3, 200 \\ \hline 2, 801 \end{array}$$

← дописали
два нулі

Завдання 1. Виконайте дії:

- 1) $3,73+5,48$; 2) $16,17-8,4$; 3) $13,6 + 7,4 - 10,25$;
 4) $14,2 - 10,8 - 3,4$; 5) $15,136-9,8+1,404$; 6) $21,037+5,103-2,13$;
 7) $3,2-1,67$; 8) $9,44-5,9+0,46$; 9) $0,78-1,3+9,48$;
 10) $7,325-5,025+5,7$; 11) $8,56-2,18+1,02$; 12) $5,8+23,12$.

Завдання 2. Заповніть таблицю.

| № | a | b | $a+b$ | $a-b$ |
|---|------|------|-------|-------|
| 1 | 2,35 | 1,05 | | |
| 2 | 51,6 | | 76,6 | |
| 3 | | 12,8 | | 23,2 |
| 4 | | 8,07 | 18,22 | |
| 5 | 11,2 | | | 7,56 |

Множення десяткових дробів

1. Десяткові дроби записуємо у стовпчик і множимо як звичайні числа.

2. Знаходимо суму знаків після коми в першому та другому дробах.

3. У добутку відокремлюємо комою праворуч стільки цифр, скільки їх є в сумі.

Наприклад:

1) $1,84 \cdot 13 = 18,92$

$$\begin{array}{r}
 84 \\
 \times 13 \\
 \hline
 552 \\
 + 184 \\
 \hline
 23,92
 \end{array}$$

2) $4,123 \cdot 1,5 = 6,1745$

$$\begin{array}{r}
 4,123 \\
 \times 1,5 \\
 \hline
 20615 \\
 + 4123 \\
 \hline
 6,1745
 \end{array}$$

Щоб помножити десятковий дріб на 10, 100, 1000 і т. д., необхідно в цьому дробу перенести кому праворуч на стільки знаків, скільки нулів стоїть у множнику після одиниці.

Наприклад:

1)

$$1,568 \cdot 10 = 15,68$$

один нуль

переносимо кому на один знак праворуч

2)

$$1,568 \cdot 100 = 156,8$$

два нулі

переносимо кому на два знаки праворуч

3)

$$1,568 \cdot 1000 = 1568,0$$

три нулі

переносимо кому на три знаки праворуч

Завдання 3. Виконайте дії:

1) $2,74 \cdot 5$;

5) $0,7 \cdot 9,54$;

9) $65,8 \cdot 100$;

2) $0,12 \cdot 8$;

6) $7,58 \cdot 1000$;

10) $0,25 \cdot 14,68$;

3) $19 \cdot 1,01$;

7) $2,53 \cdot 11$;

11) $12,6 \cdot 10$;

4) $2,003 \cdot 100$;

8) $0,45 \cdot 8,6$;

12) $86 \cdot 2,5$.

Ділення десяткових дробів

1. Ділення десяткового дробу на ціле число

Щоб розділити десятковий дріб на ціле число, потрібно:

- 1) розділити дріб на це число за правилами ділення у стовпчик (Не звертаємо уваги на кому!);
- 2) поставити кому, коли закінчимо ділення цілої частини дільника;
- 3) продовжити ділення.

Приклад 1. $17,8:5=?$

а) ділимо цілу частину:

$$\begin{array}{r} 17,8 \mid 5 \\ - 15 \quad \mid 3 \\ \hline \end{array}$$

остача цілої частини $\longrightarrow 2$

б) остача цілої частини менше за дільник: $2 < 5$. Ставимо кому в частці:

$$\begin{array}{r} 17,8 \mid 5 \\ - 15 \quad \mid 3, \\ \hline 2 \end{array}$$

в) запишемо цифри десяткової частини поруч з остачею і продовжимо ділення:

$$\begin{array}{r} 17,8 \mid 5 \\ - 15 \quad \mid 3,5 \\ \hline 28 \\ - 25 \\ \hline 3 \end{array}$$

г) остача не дорівнює нулю й менше за дільник. Запишемо поруч з остачею нуль і продовжимо ділення:

$$\begin{array}{r}
 17,8 \quad | \quad 5 \\
 - 15 \quad | \quad 3,56 \\
 \hline
 28 \\
 - 25 \\
 \hline
 30 \\
 - 30 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

д) остача дорівнює нулю. Ділення закінчено: $17,8:5=3,56$.

Приклад 2. $178,5:5=?$

$$\begin{array}{r}
 178,5 \quad | \quad 5 \\
 - 15 \quad | \quad 35,7 \\
 \hline
 28 \\
 - 25 \\
 \hline
 35 \\
 - 35 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

Якщо ціла частина діленого менше за цілу частину дільника, то в частці ставимо 0 цілих і ділимо за правилами ділення в стовпчик.

Приклад 3.

$$\begin{array}{r}
 1,56 \quad | \quad 4 \\
 - 12 \quad | \quad 0,3 \\
 \hline
 36 \\
 - 36 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

2. Для того щоб розділити десятковий дріб або ціле число на десятковий дріб, треба:

- 1) у діленому та в дільнику перенести коми праворуч на стільки цифр, скільки десяткових знаків у дільнику;
- 2) розділити на це натуральне число.

Наприклад:

1) $45:1,25=36$

$$\begin{array}{r}
 45\ 00 \quad | \quad 1,25 \\
 - 375 \\
 \hline
 750 \\
 - 750 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

← два знаки в десятковій частині дільника

2) $11,726:4,51=2,6$

$$\begin{array}{r}
 11,726 \quad | \quad 4,51 \\
 - 902 \\
 \hline
 2706 \\
 - 2706 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

← два знаки в десятковій частині дільника

Завдання 4. Виконайте множення та ділення чисел. Прочитайте відповіді.

| | | | | |
|-------------|------|------|------|------|
| a | 5,64 | 3,78 | 4,95 | 16,8 |
| b | 100 | 0,3 | 0,15 | 7,5 |
| $a \cdot b$ | | | | |
| $a:b$ | | | | |

Завдання 5. Виконайте дії:

- 1) $2,89 : 17;$
- 2) $22,23 : 0,1;$
- 3) $6,54 : 6;$
- 4) $5 : 1,25;$
- 5) $4,76 : 14;$
- 6) $5,34 : 0,6;$
- 7) $26,88 : 4,2;$
- 8) $42,3 : 14,1;$
- 9) $252 : 5,6;$
- 10) $252,8 : 11,56;$
- 11) $65,75 : 13,15;$
- 12) $3218,334 : 62,13.$

Як перетворити десятковий дріб у звичайний дріб

Для того щоб перетворити десятковий дріб у звичайний, треба записати його як звичайний дріб або як мішане число та скоротити, якщо можна.

Приклади:

1) $0,7 = \frac{7}{10}$
↑ ↑
одна один
цифра нуль

2) $3,67 = 3 \frac{67}{100}$
 ↑ ↑
 дві два
 цифри нулі

3) $8,023 = 8 \frac{23}{1000}$
 ↑ ↑
 три три
 цифри нулі

4) $5,0139 = 5 \frac{139}{10000}$
 ↑ ↑
 чотири чотири
 цифри нулі

Завдання 6. Перетворіть десяткові дроби у звичайні:

- | | | |
|-----------|------------|--------------|
| 1) 0,5; | 7) 2,46; | 13) 4,06; |
| 2) 0,36; | 8) 7,42; | 14) 2,004; |
| 3) 0,125; | 9) 3,038; | 15) 10,24; |
| 4) 0,75; | 10) 1,24; | 16) 8,55; |
| 5) 0,725; | 11) 2,4; | 17) 13,785; |
| 6) 1,005; | 12) 5,075; | 18) 56,0017. |

Як перетворити звичайний дріб у десятковий дріб

Для того щоб перетворити звичайний дріб у десятковий дріб, треба чисельник розділити на знаменник і в діленому дописати нуль, а в результаті поставити кому після нуля.

Приклади:

$$1) \frac{1}{2} = 0,5$$
$$\begin{array}{r} 1 \quad | \quad 2 \\ 10 \quad | \quad 0,5 \\ - \quad \quad | \quad \quad \\ \hline 10 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$2) \frac{3}{25} = 0,12$$
$$\begin{array}{r} 3 \quad | \quad 25 \\ 30 \quad | \quad 0,12 \\ - \quad \quad | \quad \quad \\ \hline 25 \\ \hline 50 \\ - \quad \quad \\ \hline 50 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$3) \frac{3}{4} = 0,75$$
$$\begin{array}{r} 3 \quad | \quad 4 \\ 30 \quad | \quad 0,75 \\ - \quad \quad | \quad \quad \\ \hline 28 \\ \hline 20 \\ - \quad \quad \\ \hline 20 \\ \hline 0 \end{array}$$

Завдання 7. Перетворіть звичайні дроби в десяткові:

1) $\frac{7}{25}$;

5) $2\frac{8}{125}$;

9) $9\frac{21}{250}$;

2) $\frac{6}{64}$;

6) $\frac{9}{16}$;

10) $15\frac{37}{40}$;

3) $\frac{3}{20}$;

7) $\frac{13}{200}$;

11) $\frac{56}{1400}$;

4) $1\frac{7}{25}$;

8) $\frac{37}{500}$;

12) $1\frac{86}{125}$.

Періодичний дріб

Не всі звичайні дроби можна записати у вигляді скінченного десяткового дроби: 0,5; 0,12; 0,75 ... Коли ділять чисельник на знаменник, може вийти нескінченний десятковий дріб.

Приклади:

1) $\frac{1}{3} = 0,333\dots$;

2) $\frac{6}{11} = 0,5454\dots$;

3) $\frac{11}{15} = 0,733\dots$.

Long division of 1 by 3. The quotient is 0,333... The remainder 1 is multiplied by 10 to become 10, which is then divided by 3, yielding 3 and a remainder of 1. This process repeats indefinitely. An arrow points from the repeating 3s in the quotient to the label «нескінченний десятковий дріб».

Long division of 6 by 11. The quotient is 0,5454... The remainder 6 is multiplied by 10 to become 60, divided by 11 to get 5 and remainder 5. The remainder 5 is multiplied by 10 to become 50, divided by 11 to get 4 and remainder 6. This cycle repeats. The repeating digits 54 are underlined with a bracket. An arrow points from the bracket to the label «нескінченний десятковий дріб».

Long division of 11 by 15. The quotient is 0,733... The remainder 11 is multiplied by 10 to become 110, divided by 15 to get 7 and remainder 5. The remainder 5 is multiplied by 10 to become 50, divided by 15 to get 3 and remainder 5. This process repeats. The repeating digits 33 are underlined with a bracket. An arrow points from the bracket to the label «нескінченний десятковий дріб».

нескінченний десятковий дріб

Дріб називають «**періодичний дріб**», якщо в запису десяткового дробу одна цифра або група цифр повторюється.

У запису періодичного дробу цифру або групу цифр, яка повторюється, пишуть у дужках. Вона називається «період дробу».

Періодичні дроби пишуть і читають так.

Приклади:

1) $\frac{1}{3} = 0, \overbrace{333\dots} \text{період} = 0, (3)$
Читають: нуль цілих, три в періоді

2) $\frac{6}{11} = 0, \overbrace{5454\dots} \text{період} = 0, (54)$
Читають: нуль цілих, п'ятдесят чотири в періоді

3)

$$\frac{11}{15} = 0,7\overline{33} \dots = 0,7(3)$$

↑
період

Читають:
нуль цілих
сім десятих
три в періоді

1,(3); 4,(54); 3,(07); ... – це **чисті періодичні дроби**.

2,7(3); 5,7(136); 3,41(6); ... – це **мішані періодичні дроби**.

Є нескінченні десяткові дроби, які не мають періоду. Це нескінченні неперіодичні дроби. Наприклад, нескінченний дріб $\pi = 3,1415926535\dots$ не має періоду.

| Десяткові дроби: | |
|-----------------------------|--------------------------|
| 0,5; 3,15; 1,725 ... | скінченні |
| 0,(3); 4,1(6); 0,7(3) ... | нескінченні періодичні |
| 1,414213 ... ; 3,141592 ... | нескінченні неперіодичні |

Правило перетворення нескінченного періодичного дроби у звичайний дріб

Нехай $C, \underbrace{a_0 a_1 a_2 \dots a_m}_{\text{цифри до періоду}} \underbrace{(b_1 b_2 b_3 \dots b_k)}_{\text{період}}$ – нескінченний періодичний дріб.

ціла частина усі цифри

періодичний дріб.

[**Читаємо:** *це* цілих, *a* нуль, *a* один, *a* два ...]

Для того щоб перетворити періодичний дріб у звичайний дріб, необхідно в чисельнику написати різницю всіх цифр (*a*) і цифр до періоду (*b*). У знаменнику потрібно написати цифру 9 стільки разів, скільки цифр у періоді (*k*), а потім написати стільки нулів, скільки цифр до періоду (*m*) і додати цілу частину до результату.

$$C + \frac{a - b}{\underbrace{99\dots9}_k \underbrace{00\dots0}_m}$$

Приклади:

1) $10,0219373737\dots = 10,0219(37)$

| Ціла частина
C | Усі цифри
(a) | Цифри до
періоду (b) | Період
(k) |
|---------------------|--------------------|---------------------------|-----------------|
| 10 | 021937 | 0219 | 37 |
| | | $m = 4$ | $k = 2$ |

$$10,0219(37) = 10 + \frac{021937 - 0219}{990000} = 10 + \frac{21718}{990000} = 10\frac{21718}{990000};$$

2) $0,090909\dots = 0,(09)$

| Ціла частина
C | Усі цифри
(a) | Цифри до
періоду (b) | Період
(k) |
|---------------------|--------------------|---------------------------|-----------------|
| 0 | 09 | 0 | 09 |
| | | $m = 0$ | $k = 2$ |

$$0,(09) = 0 + \frac{09 - 0}{99} = \frac{9}{99} = \frac{1}{11}.$$

Завдання 8. Перетворіть нескінченний десятковий дріб у звичайний дріб:

- 1) $0,444\dots$;
- 2) $0,2727\dots$;
- 3) $0,3888\dots$;
- 4) $0,8333\dots$;
- 5) $0,91666\dots$;
- 6) $0,02777\dots$;
- 7) $0,208333\dots$.

Завдання 9. Виконайте дії:

- 1) $2,4 - 0,008 : \left[0,2 - \frac{1}{8} \cdot 0,2 \cdot \left(2,7 + 1,25 : \frac{5}{18} \right) \right]$;
- 2) $\left[\frac{4}{5} + \frac{1}{2} \cdot \left(3\frac{1}{8} + 1\frac{3}{40} + 0,4 \cdot 1,5 - 0,34 \right) \right] : 03 \cdot 0,6$;
- 3) $\left[10\frac{13}{20} - 54,74 : 6\frac{4}{5} + \left(8\frac{2}{15} - 3\frac{7}{15} \cdot 2\frac{1}{13} \right) \right] \cdot 3,75$;
- 4) $1\frac{3}{4} + \frac{5}{62} \cdot \left[15\frac{2}{3} - \frac{7}{16} : \left(2\frac{3}{4} - 0,024 : 1,2 : 0,16 \right) \right] \cdot 0,24 \cdot 4\frac{1}{6}$;
- 5) $\left(12,06 + 4,5 \cdot 3\frac{2}{3} \right) : \left(11,15 - 3,75 \cdot 2\frac{3}{2} \right) + 142,1 : 3\frac{1}{2}$.

Теоретичні питання з теми «Десяткові дроби»

1. Що таке десятковий дріб?
2. Як записати десятковий дріб?
3. Як перетворити скінченний десятковий дріб у звичайний?
4. Як знайти суму десятих дробів?
5. Як знайти різницю десятих дробів?
6. Як помножити десятковий дріб на 10?
7. Як помножити десятковий дріб на 100?
8. Як помножити десятковий дріб на десятковий дріб?
9. Як розділити десятковий дріб на ціле число?
10. Як розділити ціле число на десятковий дріб?
11. Як розділити десятковий дріб на десятковий дріб?
12. Який дріб називають «періодичний»?
13. Як записати період дробу?

Домашнє завдання

1. Перетворіть звичайні дроби в десяткові:

$$\frac{1}{10}; \frac{7}{10}; \frac{1}{2}; \frac{3}{5}; \frac{25}{50}; \frac{6}{30}; \frac{15}{75}; \frac{25}{200}; \frac{4}{8}; \frac{14}{56}.$$

2. Перетворіть десяткові дроби у звичайні:

$$0,1875; 5,004; 1,8; 3,2; 1,125; 7,5; 0,25; 17,35; 111,36.$$

3. Виконайте дії та прочитайте запис:

$$\text{а) } 27\frac{1}{2} : 1\frac{1}{4} + \left(2,06 + 1\frac{2}{5} \cdot 5,6 \right) : (2,5 - 2,56 : 1,6);$$

$$\text{б) } \left[\left(2\frac{7}{16} \cdot \frac{2}{13} + 3\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{46} \right) : 1\frac{1}{4} + 0,2 \right] : \left(70,5 - 528 : 7\frac{1}{2} \right);$$

$$\text{в) } \left[23,276 : \left(12,375 - 10\frac{3}{40} \right) + 197,6 : \left(40 - 7\frac{1}{2} \right) \right] \cdot \frac{20}{27};$$

$$\text{г) } \left[18,9 - \left(40,96 : 6\frac{2}{5} + \frac{2}{5} \cdot 18,75 \right) \right] : \left(3\frac{5}{8} - 3,375 \cdot \frac{1}{3} \right).$$

ТЕСТИ

1. Три цілих п'ятдесят вісім сотих – це

| А | Б | В | Г | Д |
|------|-----|------|------|---------------------------|
| 2,53 | 3,4 | 3,25 | 3,58 | Усі відповіді неправильні |

2. Ціла частина числа 12,89 –

| А | Б | В | Г | Д |
|------------------|------------|----------|--------------------|---------------------------|
| дев'яносто вісім | дванадцять | двадцять | вісімдесят дев'ять | Усі відповіді неправильні |

3. Десяткова частина числа 3,001 –

| А | Б | В | Г | Д |
|--------------|-----|-----------|-------------|---------------------------|
| одна тисячна | три | одна сота | одна десята | Усі відповіді неправильні |

4. Десятковий дріб 3,1(6) називають «...».

| А | Б | В | Г | Д |
|-----------|------------|-------------------------------|-------------|---------------------------|
| звичайний | скінченний | нескінченний
неперіодичний | періодичний | Усі відповіді неправильні |

5. Цифри 09 у дробу 1, (09) – це

| А | Б | В | Г | Д |
|-----------------|------|--------|--------------|---------------------------|
| дев'ять десятих | дріб | період | ціла частина | Усі відповіді неправильні |

6. $\frac{59}{1000}$ у вигляді десяткового дробу –

| А | Б | В | Г | Д |
|-----|-------|------|-------|---------------------------|
| 5,9 | 0,059 | 0,59 | 1,059 | Усі відповіді неправильні |

7. 53416:1000 у вигляді десяткового дробу –

| А | Б | В | Г | Д |
|--------|---------|--------|--------|---------------------------|
| 534,16 | 0,53416 | 53,416 | 5,3416 | Усі відповіді неправильні |

8. Сума 1,06 та 5,84 дорівнює

| А | Б | В | Г | Д |
|-----|-------|------|------|---------------------------|
| 6,9 | 5,095 | 6,59 | 6,09 | Усі відповіді неправильні |

9. Різниця 15,6 та 7,6 дорівнює ...

| А | Б | В | Г | Д |
|-----|-----|---|---|---------------------------|
| 8,6 | 7,6 | 9 | 8 | Усі відповіді неправильні |

10. Сума $\frac{3}{4}$ та 5,25 дорівнює ...

| А | Б | В | Г | Д |
|------|---|----------------|---|---------------------------|
| 6,25 | 6 | $5\frac{3}{4}$ | 5 | Усі відповіді неправильні |

11. Різниця $\frac{1}{3}$ та 0,1 дорівнює ...

| А | Б | В | Г | Д |
|-----|-----|-----|--------|---------------------------|
| 0,8 | 1,3 | 0,7 | 0,2(3) | Усі відповіді неправильні |

12. Сума цілих частин десяткових дробів 11,56 і 2,06 дорівнює ...

| А | Б | В | Г | Д |
|----|----|----|----|---------------------------|
| 13 | 11 | 14 | 62 | Усі відповіді неправильні |

13. Добуток 1,56 та 100 дорівнює ...

| А | Б | В | Г | Д |
|------|------|-----|-------|---------------------------|
| 0,56 | 15,6 | 156 | 0,156 | Усі відповіді неправильні |

14. Добуток 3,25 та 1,4 дорівнює ...

| А | Б | В | Г | Д |
|------|---|------|---|---------------------------|
| 4,55 | 6 | 4,65 | 5 | Усі відповіді неправильні |

15. Частка 156,2 та 100 дорівнює ...

| А | Б | В | Г | Д |
|---|------|-------|-------|---------------------------|
| 5 | 1562 | 15,62 | 1,562 | Усі відповіді неправильні |

16. Частка 13,6 та 3,2 дорівнює ...

| А | Б | В | Г | Д |
|------|------|---|------|---------------------------|
| 6,25 | 4,25 | 4 | 1,25 | Усі відповіді неправильні |

17. Частка 226 та 12 дорівнює ...

| А | Б | В | Г | Д |
|------|----|------|---------|---------------------------|
| 8,83 | 19 | 18,3 | 18,8(3) | Усі відповіді неправильні |

18. Обчисліть: $2,4:4+1,8$.

| А | Б | В | Г | Д |
|-----|-----|-----|-----|---------------------------|
| 3,6 | 1,8 | 2,4 | 6,8 | Усі відповіді неправильні |

19. Обчисліть: 8,45 розділити на 5 і помножити на 10.

| А | Б | В | Г | Д |
|------|---|------|---|---------------------------|
| 16,9 | 6 | 1,69 | 5 | Усі відповіді неправильні |

20. Число чотириста сорок п'ять цілих чотириста сорок п'ять сотисячних – це ...

| А | Б | В | Г | Д |
|----------|----------|-------|-----------|---------------------------|
| 4456,445 | 445,0445 | 4,445 | 445,00445 | Усі відповіді неправильні |

Відповіді на завдання з теми «Десяткові дроби»

3.2. Дії з десятковими дробами

Завдання 1

1. 9,21. 2. 7,77. 3. 10,75. 4. 0. 5. 6,74. 6. 5,01. 7. 1,53. 8. 4.
9. 10. 10. 8.

Завдання 3

1. 13,7. 2. 0,96. 3. 19,19. 4. 200,3. 5. 6,678. 6. 7580.
7. 27,83. 8. 3,87. 9. 6580. 10. 3,67.

Завдання 5

1. 0,17. 2. 222,3. 3. 1,09. 4. 4.

Завдання 9

1. 2. 2. 6. 3. $13\frac{1}{4}$. 4. 3. 5. 61.

Домашнє завдання

Завдання 3

а) 33; б) 10; в) 12; г) 2.

Відповіді на тести з теми «Десяткові дроби»

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Г | Б | А | Г | В | Б | В | А | Г | Б |

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| Г | А | В | А | Г | Б | Г | В | А | Б |

4. Відношення. Пропорції. Відсотки

Словник

| <i>Українська</i> | <i>Російська</i> | <i>Англійська</i> | <i>Французька</i> |
|--------------------------|----------------------------|-----------------------------------|-------------------------------|
| відношення | отношение | ratio | relation |
| замінити | заменить | to change, to replace | remplacer, substituer |
| складати | составлять | to make | faire |
| пропорція | пропорция | proportion | proportion |
| рівність (ж. р.) | равенство | equality | égalité |
| відноситися | относиться | to be, to relate | être, corréler |
| член | член | term | term d'une proportion |
| крайній член пропорції | крайний член пропорции | extreme, outer term of proportion | extremes d'une proportion |
| середній член пропорції | средний член пропорции | mean, middle term of proportion | term moyen d'une proportion |
| невідомий член пропорції | неизвестный член пропорции | unknown term of proportion | term inconue d'une proportion |
| відомий член пропорції | известный член пропорции | know term of proportion | term conue d'une proportion |

| | | | |
|--|-------------------------------|---------------------------------|---|
| еквівалентність
(ж. р.) | эквивалентность
(ж. р.) | equivalence | equivalence |
| пов'язати
пов'язаний, -а,
-е, -і | связать
связан, -а, -о, -ы | to connect
is/ are connected | lier/ connecter
est lié/connecté
sont
liés/connectés |
| відсоток | процент | percent | pour cent |

Відношення

Відношення чисел a і b – це частка від ділення числа a на число b ($a \neq 0, b \neq 0$).

Відношення чисел записують так: $a:b=k$ або $\frac{a}{b} = k$.

Читаємо так: відношення a до b дорівнює k .

Відношення показує, у скільки разів одне число більше за інше або яку частину одне число складає від іншого числа.

Приклади:

а) у скільки разів число 35 більше за число 5?

$$35:5=7.$$

Відповідь: число 35 більше за число 5 у 7 разів;

б) яку частину становить число 5 від числа 35?

$$\frac{5}{35} = \frac{1}{7}.$$

Відповідь: число 5 становить одну сьому частину від числа 35.

Зверніть увагу!

| |
|---|
| 1 раз, 2-3-4 рази, 5 разів, скільки разів |
|---|

Завдання 1. Читайте за моделлю.

| Модель | Пишуть | Читають |
|--------|---|--|
| | $6:2 = \frac{6}{2} = 3$ | Відношення <u>шести</u> до <u>двох</u>
чого? до чого?
дорівнює <u>трьом</u>
чому? |
| | $50:100 = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$ | Відношення п'ятдесяти до ста
дорівнює одній другій |

1) $\frac{8}{2} = 4;$

2) $\frac{18}{6} = 3;$

3) $\frac{39}{13} = 3;$

4) $\frac{4}{44} = \frac{1}{11};$

5) $\frac{72}{12} = 6;$

6) $\frac{99}{33} = 3;$

7) $\frac{20}{120} = \frac{1}{6};$

8) $\frac{69}{3} = 23;$

9) $\frac{12}{3} = 4;$

10) $\frac{23}{69} = \frac{1}{3};$

11) $\frac{48}{12} = 4;$

12) $\frac{12}{56} = \frac{3}{14}.$

Завдання 2. Дайте відповіді на питання:

1. У скільки разів:

а) 20 більше за 5;

б) 32 більше за 4;

в) 49 більше за 7;

г) 8 менше за 24;

д) 6 менше за 54?

2. Яку частину складає:

а) число 11 від числа 77;

б) число 9 від числа 36;

в) число 6 від числа 48;

г) число 3 від числа 120;

д) число 185 від числа 370?

Основна властивість відношення

Відношення не зміниться, якщо його члени помножити або розділити на те саме число, яке не дорівнює нулю.

Приклади:

1) $\frac{1,3}{2,7} = \frac{1,3 \cdot 10}{2,7 \cdot 10} = \frac{13}{27};$

2) $\frac{5}{6} : \frac{1}{3} = \left(\frac{5}{6} \cdot 6 \right) : \left(\frac{1}{3} \cdot 6 \right) = 5 : 2;$

3) $3\frac{1}{2} : 0,25 = \left(\frac{7}{2} \cdot 4 \right) : (0,25 \cdot 4) = 14 : 1 = 14.$

Відношення дробових чисел можна замінити відношенням натуральних чисел.

Пропорція

Пропорція – це рівність двох відношень.

$$\begin{array}{ccc}
 \text{відношення} & \text{відношення} & \\
 a : b = c : d & \text{або} & \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \\
 \underbrace{\hspace{10em}} & & \underbrace{\hspace{10em}} \\
 \text{пропорція} & & \text{пропорція}
 \end{array}$$

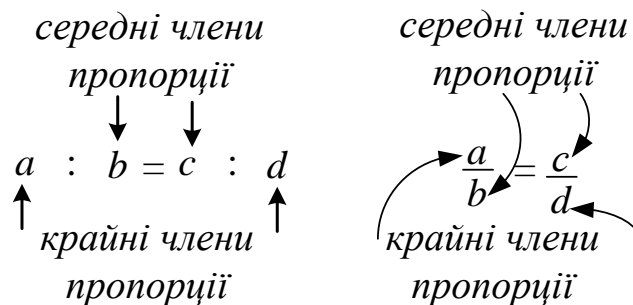
Читають пропорції так: a відноситься до b так само, як c відноситься до d .

Завдання 3. Прочитайте пропорції за моделлю.

| | Пропорція | Читаємо |
|---------------|-------------------------------|--|
| <i>Модель</i> | $\frac{8}{4} = \frac{12}{6}$ | Вісім відноситься до чотирьох так само, як дванадцять відноситься до шести |
| | $\frac{6}{24} = \frac{8}{32}$ | Шість відноситься до двадцяти чотирьох так само, як вісім відноситься до тридцяти двох |

- а) $4 : 7 = 8 : 14$;
- б) $20 : 11 = 60 : 33$;
- в) $14 : 7 = 70 : 35$;
- г) $\frac{6}{19} = \frac{18}{57}$;
- д) $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$.

Числа a , b , c , d – члени пропорції. Числа a і d називають «крайні члени пропорції», а числа b і c – «середні члени пропорції».



Приклади:

$$1) 10 : 2 = 15 : 3$$

10 і 3 – крайні члени пропорції,
2 і 15 – середні члени пропорції;

$$2) \frac{3}{5} = \frac{9}{15}$$

3 і 15 – крайні члени пропорції,
9 і 5 – середні члени пропорції.

Основна властивість пропорції

Добуток крайніх членів пропорції дорівнює добутку її середніх членів:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

[\Leftrightarrow – знак рівносильності, або еквівалентності:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c, a \cdot d = b \cdot c \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d}].$$

У пропорції можна міняти місцями тільки крайні члени та тільки середні члени або крайні та середні члени одночасно:

$$\frac{d}{b} = \frac{c}{a},$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d},$$

$$\frac{d}{c} = \frac{b}{a}.$$

Як знайти невідомий член пропорції

Правило 1

Щоб знайти невідомий крайній член пропорції, треба добуток середніх членів пропорції розділити на відомий крайній член пропорції:

$$1) \frac{x}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow x = \frac{bc}{d}; \quad 2) \frac{a}{b} = \frac{c}{x} \Rightarrow x = \frac{bc}{a}.$$

Правило 2

Щоб знайти невідомий середній член пропорції, потрібно добуток крайніх членів пропорції розділити на відомий середній член пропорції:

$$1) \frac{a}{x} = \frac{c}{d} \Rightarrow x = \frac{ad}{c};$$

$$2) \frac{a}{b} = \frac{x}{d} \Rightarrow x = \frac{ad}{b}.$$

Приклади:

1) $x : 6 = 15 : 5$

x – невідомий член пропорції:

$$\frac{x}{6} = \frac{15}{5}; \quad x = \frac{6 \cdot 15}{5} = 18;$$

2) $2 : 3 = 10 : x$

$$\frac{2}{3} = \frac{10}{x} \quad x = \frac{3 \cdot 10}{2} = 15;$$

3) $10 : x = 5 : 3$

$$\frac{10}{x} = \frac{5}{3}, \quad x = \frac{10 \cdot 3}{5} = 6;$$

4) $4 : 8 = x : 18$

$$x = \frac{4 \cdot 18}{8} = 9.$$

Завдання 4. Знайдіть невідомий член пропорції:

а) $x : 9 = 7 : 14$;

д) $100 : x = 30 : 48$;

б) $75 : 9 = x : 3$;

е) $420 : 21 = 840 : x$;

в) $12 : x = 4 : 18$;

ж) $15 : 12 = 52 : x$;

г) $x : 21 = 12 : 36$;

и) $5x : 20 = 25 : 0,5$.

Відсотки

Відсоток – це одна сота частина числа.

Знак відсотка – %.

$$1\% = \frac{1}{100} = 0,01.$$

Як читають відсотки

- 0% – нуль відсотків;
1% – один відсоток;
2% – два
3% – три
4% – чотири } відсотки;
5% – п'ять відсотків;
N% – N відсотків.

Як пов'язані відсотки та дроби

1. Ціла частина, яка дорівнює 1, – це 100%.
2. Половина, або $\frac{1}{2}$, – це 50%.
3. Чверть, або $\frac{1}{4}$, – це 25%.
4. П'ята частина, або $\frac{1}{5}$, – це 20%.

Щоб перетворити відсотки у дріб, треба прибрати знак % і розділити число на 100.

Наприклад:

$$3\% = \frac{3}{100};$$

$$69\% = \frac{69}{100};$$

$$56,5\% = \frac{56,5}{100} = \frac{565}{1000} = 0,565.$$

Щоб перетворити десятковий дріб у відсотки, треба дріб помножити на 100 й додати знак %.

Наприклад:

$$0,19 = 0,19 \cdot 100\% = 19\%;$$

$$0,08 = 0,08 \cdot 100\% = 8\%;$$

$$0,723 = 0,723 \cdot 100\% = 72,3\%.$$

Щоб перетворити звичайний дріб у відсотки, треба спочатку перетворити його в десятковий дріб.

Наприклад:

$$\frac{3}{5} = 0,6 = 0,6 \cdot 100\% = 60\%;$$

$$\frac{7}{25} = 0,28 = 0,28 \cdot 100\% = 28\%;$$

$$\frac{9}{16} = 0,5625 = 0,5625 \cdot 100\% = 56,25\%.$$

Як знайти k відсотків від числа

Правило: щоб знайти k відсотків від числа, треба це число розділити на 100 й помножити на k .

Число x становить $k\%$ від числа b :

$$\begin{array}{l} b - 100\% \\ x - k\% \end{array} \Rightarrow x = \frac{b}{100} \cdot k.$$

Приклади:

а) знайти 8% від числа 200:

$$\begin{array}{l} 200 - 100\% \\ x - 8\% \end{array} \Rightarrow x = \frac{200 \cdot 8}{100} = 16;$$

Відповідь: 8% від числа 200 дорівнює 16.

б) у бібліотеці 4000 книжок. 15% книжок – підручники. Скільки підручників у бібліотеці?

$$\begin{array}{l} 4000 - 100\% \\ x - 15\% \end{array} \Rightarrow x = \frac{4000 \cdot 15}{100} = 600.$$

Відповідь: 600 книжок у бібліотеці – підручники.

Завдання 5. Знайдіть:

а) 25 % від 160;

д) 16 % від 84;

б) 35 % від 12,5;

е) 17 % від 300;

в) 140 % від 15;

ж) 0,65 % від 120,6;

г) 145 % від 250;

и) 2,5 % від 80.

Як знайти число, якщо ми знаємо, чому дорівнюють декілька його відсотків

Правило: щоб знайти число за його відсотками, треба це число розділити на кількість відсотків і помножити на 100.

Число a складає $k\%$ відсотків від числа x :

$$\begin{array}{l} x - 100\% \\ a - k\% \end{array} \Rightarrow k\% = \frac{a}{x} \cdot 100, \quad x = \frac{a}{k} \cdot 100.$$

Приклади:

1. Знайти число, якщо 80% від нього дорівнюють 45.

$$\begin{array}{l} x - 100\% \\ 45 - 80\% \end{array} \Rightarrow x = \frac{45}{80} \cdot 100 = 56,25.$$

2. Знайти число, якщо 18% від нього дорівнюють 170.

$$\begin{array}{l} x - 100\% \\ 170 - 18\% \end{array} \Rightarrow x = \frac{170}{18} \cdot 100 = 944 \frac{4}{9}.$$

3. У групі 8 студентів – араби. Вони складають 32% від числа студентів у групі. Скільки студентів у групі?

$$\begin{array}{l} x - 100\% \\ 8 - 32\% \end{array} \Rightarrow x = \frac{8}{32} \cdot 100 = 25.$$

Відповідь: у групі 25 студентів.

Завдання 6. Знайдіть число, якщо:

- а) 60% від нього дорівнюють 85;
- б) 7% від нього дорівнюють 49;
- в) 3,5 % від нього дорівнюють 140;
- г) 130% від нього дорівнюють 18;
- д) 4,5% від нього дорівнюють 9;
- е) 45% від нього дорівнюють 225.

Що означає «збільшити або зменшити число на $k\%$ »

Число a **більше** за число b на $k\%$: $a = \left(1 + \frac{k}{100}\right) \cdot b.$

Число a **менше** за число b на $k\%$: $a = \left(1 - \frac{k}{100}\right) \cdot b.$

Приклад:

Збільшити на 25% означає збільшити в 1,25 разу;
на 50% → в 1,5 разу;
на 150% → у 2,5 разу;
на 200% → у 3 рази.

Зменшити на 80% означає зменшити у 5 разів;
на 75% → у 4 рази;
на 50% → у 2 рази;
на 60% → у 2,5 разу;
на 20% → в 1,25 разу.

Теоретичні питання з теми «Відношення. Пропорції. Відсотки»

1. Що таке відношення?
2. Що показує відношення двох чисел?
3. Як знайти відношення двох чисел?
4. Яка основна властивість відношення?
5. Що таке пропорція?
6. Як називають члени пропорції?
7. Яка основна властивість пропорції?
8. Як знайти невідомий крайній член пропорції?
9. Як знайти невідомий середній член пропорції?
10. Що таке відсоток?
11. Як знайти кілька відсотків від числа?
12. Як знайти число x , якщо $k\%$ від нього дорівнюють a ?

Домашнє завдання

1. Обчисліть:
 - а) у скільки разів число 45 більше за число 5;
 - б) яку частину становить число 5 від числа 45;
 - в) у скільки разів 7 менше за число 56;
 - г) яку частину становить число 7 від числа 56.
2. Запишіть цифрами:
 - а) відношення п'ятдесяти до двадцяти п'яти дорівнює двом;

б) відношення сорока двох до чотирнадцяти дорівнює трьом;

в) шість складає одну третю частину від вісімнадцяти;

г) три складає одну п'яту частину від п'ятнадцяти.

3. Прочитайте пропорції. Назвіть крайні та середні члени:

1) $\frac{1}{7} = \frac{5}{35}$;

2) $\frac{21}{14} = \frac{3}{2}$;

3) $\frac{4}{3} = \frac{32}{24}$;

4) $\frac{14}{6} = \frac{35}{15}$;

5) $\frac{8}{9} = \frac{16}{18}$;

6) $\frac{13}{39} = \frac{1}{3}$.

4. Знайдіть x із пропорції:

а) $\frac{5}{4} : x = \frac{5}{8}$;

б) $3,5x : 14 = \frac{1}{7} : 30$;

в) $36 : 45 = \frac{1}{5} x : 12$.

5. Знайдіть, скільки відсотків складає:

а) 5 від 250;

б) 12 від 40;

в) 0,7 від 0,35.

6. Знайдіть, на скільки відсотків:

а) $8 > 4$;

б) $12 > 8$;

в) $48 < 64$;

г) $5 < 40$.

ТЕСТИ

1. Відношення п'ятдесяти до шістдесяти п'яти – це

| А | Б | В | Г | Д |
|-----|-----------------|-----------------|---------------|---------------------------|
| 6:5 | $\frac{65}{50}$ | $\frac{50}{65}$ | $\frac{5}{6}$ | Усі відповіді неправильні |

2. Знайдіть відношення 3,5 до 49.

| А | Б | В | Г | Д |
|------|----------------|-----|---------------|---------------------------|
| 14:1 | $\frac{1}{14}$ | 7:1 | $\frac{1}{7}$ | Усі відповіді неправильні |

3. Відношення 16:4 – це

| А | Б | В | Г | Д |
|-----|---------------|-----|---------|---------------------------|
| 4:2 | $\frac{1}{4}$ | 2:8 | 0,8:0,2 | Усі відповіді неправильні |

4. Крайні члени пропорції $5:3=20:12$ – це

| А | Б | В | Г | Д |
|--------------------|----------------|------------------|------------------|---------------------------|
| п'ять і дванадцять | три і двадцять | дванадцять і три | п'ять і двадцять | Усі відповіді неправильні |

5. Знайдіть невідомий член пропорції $x:14=12:21$.

| А | Б | В | Г | Д |
|---------------|---|---|---|---------------------------|
| $\frac{1}{8}$ | 7 | 8 | 4 | Усі відповіді неправильні |

6. Знайдіть відношення a до b , якщо $\frac{b}{a} = \frac{4}{9}$.

| А | Б | В | Г | Д |
|---------------|---------------|---------------|----------------|---------------------------|
| $\frac{9}{4}$ | $\frac{4}{9}$ | $\frac{1}{9}$ | $\frac{8}{16}$ | Усі відповіді неправильні |

7. 13% у вигляді десяткового дробу – це

| А | Б | В | Г | Д |
|-----------------|------|------------------|----|---------------------------|
| $\frac{13}{10}$ | 0,13 | $\frac{100}{13}$ | 13 | Усі відповіді неправильні |

8. Десятковий дріб 0,87 у відсотках – це

| А | Б | В | Г | Д |
|------------------|------------------|------|-----|---------------------------|
| $\frac{100}{87}$ | $\frac{87}{100}$ | 8,7% | 87% | Усі відповіді неправильні |

9. Знайдіть число, якщо його 40% дорівнюють 8.

| А | Б | В | Г | Д |
|---|----|-----|---|---------------------------|
| 5 | 20 | 0,8 | 4 | Усі відповіді неправильні |

10. Знайдіть 45% від 120.

| | | | | |
|----|----|---|----|---------------------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| 54 | 20 | 8 | 45 | Усі відповіді неправильні |

Відповіді на завдання з теми «Відношення. Пропорції. Відсотки»

Домашнє завдання

Завдання 4

а) 2; б) 0,4; в) 48.

Завдання 5

а) 2%; б) 3%; в) 200%.

Завдання 6

а) 100%; б) 50%; в) 25%; г) 87,5%.

Відповіді на тести з теми «Відношення. Пропорції. Відсотки»

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| В | Б | Г | А | В | А | Б | Г | Б | А |

5. Дійсні числа. Числові проміжки

Словник

| <i>Українська</i> | <i>Російська</i> | <i>Англійська</i> | <i>Французька</i> |
|---|---|---|---|
| число
• раціональне ~
• ірраціональне ~
• дійсне ~ | число
• рациональное ~
• иррациональное ~
• действительное ~ | numbers
• rational ~
• irrational ~
• real ~ | nombre
• ~rationnel
• ~irrationnel
• ~réel |
| записати у вигляді відношення | записать в виде отношения | to write in the form of ratio | écrire sous la forme de ratio |

Раціональні та ірраціональні числа

Раціональні числа – це числа, які можна записати у вигляді дробу $\frac{a}{b}$, де чисельник a і знаменник b – будь-які цілі числа, $b \neq 0$.

Раціональні числа – це:

- натуральні числа. Наприклад, $3 = \frac{3}{1}$;
- цілі числа. Наприклад, $-12 = -\frac{12}{1}$;
- звичайні дроби. Наприклад, $\frac{3}{7}$;
- мішані дроби. Наприклад, $2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$, $-3\frac{1}{3} = -\frac{10}{3}$;
- скінченні десяткові дроби. Наприклад, $0,2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$,
 $3,29 = \frac{329}{100}$;
- нескінченні періодичні дроби. Наприклад, $0,(3) = \frac{1}{3}$,
 $\frac{1}{6} = 0,166666\dots$

Будь-яке раціональне число можна записати у вигляді скінченного або нескінченного періодичного дробу. І навпаки, будь-який нескінченний періодичний десятковий дріб є раціональним числом.

Наприклад, $\frac{1}{2} = 0,5$;

$\frac{1}{3} = 0,333\dots$

Усі раціональні числа позначають **Q** (від англійського *quotient*).

Ірраціональні числа – це числа у вигляді нескінченного десяткового неперіодичного дробу.

Приклад: $\pi = 3,1415\dots$; $e = 2,71828\dots$; $\sqrt{2} = 1,414213\dots$

Дійсні числа – це всі раціональні та ірраціональні числа.

Усі дійсні числа позначають **R** (від англійського *real*).

Дійсні числа – це нескінченні періодичні та неперіодичні десяткові дробки.

Порівняння раціональних чисел

1. Із двох додатних чисел більше те число, модуль якого більше.

Наприклад, $3,02 > 1,31$.

2. Із двох від'ємних чисел більше те число, модуль якого менше.

Приклад:

порівняйте числа $-4,5$ і $-5,1$.

$|-4,5|=4,5$; $|-5,1|=5,1$; $5,1 > 4,5$.

Модуль $-5,1$ більше за модуль $-4,5$.

$-4,5 > -5,1$.

3. Від'ємне число менше за нуль та будь-яке додатне числа.

Наприклад: $-7 < 6$.

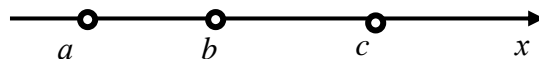
Числа можна порівнювати на координатній прямій.

Чим правіше розташоване число на координатній прямій, тим воно більше.

Чим лівіше розташоване число на координатній прямій, тим воно менше.

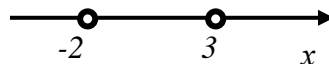
$$a < b$$

$$c > b$$

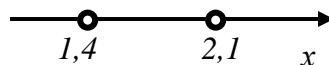


Наприклад:

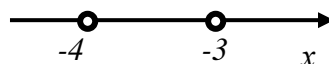
$$-2 < 3$$



$$1,4 < 2,1$$



$$-4 < -3$$



Завдання 1. Порівняйте числа:

1) $3,2$ і $-4,1$;

2) $2,71$ і $3,14$;

3) $5,5$ і $-5,6$;

4) $201,203$ і -202 ;

5) 32 і -302 ;

6) $45,11$ і $44,12$;




7) $12,76$ і $-11,2$.

Числові проміжки

Словник

| Українська | Російська | Англійська | Французька |
|---------------------------|--------------------------|-----------------|---------------------|
| інтервал | интервал | interval | intervalle |
| відрізок | отрезок | line segment | pièce |
| напівінтервал | полуинтервал | half-interval | demi-intervalle |
| промінь
• відкритий ~ | луч
• открытый ~ | ray
• open ~ | rayon
• ouvert ~ |
| нескінченність
(ж. р.) | бесконечность
(ж. р.) | infinity | l'infini |

| Назва проміжку | Рисунок | Позначення | Нерівність |
|--|---------|----------------|----------------------|
| Інтервал
від a до b | | (a, b) | $a < x < b$ |
| Відрізок
від a до b | | $[a, b]$ | $a \leq x \leq b$ |
| Напівінтервал
від a до b ; a не належить до напівінтервалу | | $(a, b]$ | $a < x \leq b$ |
| Напівінтервал
від a до b ; b не належить до напівінтервалу | | $[a, b)$ | $a \leq x < b$ |
| Промінь
від a до $+\infty$ * | | $[a, +\infty)$ | $a \leq x < +\infty$ |

| | | | |
|--|---|----------------|----------------------|
| Промінь
від $-\infty$ до a |  | $(-\infty, a]$ | $-\infty < x \leq a$ |
| Відкритий промінь
від a до $+\infty$ |  | $(a, +\infty)$ | $a < x < +\infty$ |
| Відкритий промінь
від $-\infty$ до a |  | $(-\infty, a)$ | $-\infty < x < a$ |

* Знак $+\infty$ читають *плюс нескінченність*. Знак $-\infty$ читають *мінус нескінченність*.

Завдання 2. Назвіть проміжок за моделлю.

| | |
|---------------|--|
| <i>Модель</i> | $(-1; 3)$ – інтервал від мінус одного до трьох |
| | $[4; 7]$ – відрізок від чотирьох до семи |
| | $(-5; 2]$ – напівінтервал від мінус п'яти до двох; мінус п'ять не належить до напівінтервалу |
| | $[-3; 2)$ – напівінтервал від мінус трьох до двох; два не належить до напівінтервалу |
| | $(-\infty; 1]$ – промінь від мінус нескінченності до одного |
| | $[0; +\infty)$ – промінь від нуля до плюс нескінченності |
| | $(-\infty; -5)$ – відкритий промінь від мінус нескінченності до мінус п'яти |
| | $(-5; +\infty)$ – відкритий промінь від мінус п'яти до плюс нескінченності |

- 1) $(-2; -1)$; 2) $[2; 5]$; 3) $(-3; 7]$; 4) $[-2; 4)$;
5) $(-3; -1)$; 6) $(4; 7]$; 7) $[-7; 2)$; 8) $(-\infty; 1)$;
9) $(-\infty; 3]$; 10) $[9; +\infty)$.

Теоретичні питання з теми «Дійсні числа. Числові проміжки»

1. Що таке нескінченний десятковий дріб?
2. Що таке нескінченний періодичний десятковий дріб?
3. Що таке нескінченний неперіодичний десятковий дріб?
4. Які числа раціональні?
5. Які числа ірраціональні?
6. Що таке дійсні числа?
7. Як позначають дійсні числа?

Домашнє завдання

Правильно чи ні?

1. Цілі числа складаються з натуральних чисел, нуля та чисел, протилежних натуральним.

2. Раціональні числа складаються з цілих чисел і дробів $\frac{a}{b}$, де a і b – будь-які цілі числа, $b \neq 0$.

3. Раціональні числа – це нескінченні періодичні десяткові дробі.

4. Ірраціональні числа – це нескінченні неперіодичні десяткові дробі.

5. Дійсні числа – це нескінченні десяткові дробі.

ТЕСТИ

1. Яке число ірраціональне?

| А | Б | В | Г | Д |
|-----|------|------------|------------|---------------------------|
| 0,5 | 3,14 | $\sqrt{3}$ | $\sqrt{4}$ | Усі відповіді неправильні |

2. Яке число раціональне?

| А | Б | В | Г | Д |
|-------|------------|------------|---|---------------------------|
| π | $\sqrt{2}$ | $\sqrt{3}$ | 2 | Усі відповіді неправильні |

3. Дійсні числа – це... .

| А | Б | В | Г | Д |
|------------------------------------|-----------------------------|---------------------------|-------------------------|---------------------------|
| раціональні та ірраціональні числа | цілі та ірраціональні числа | раціональні та цілі числа | натуральні й цілі числа | Усі відповіді неправильні |

4. Укажіть число між 3,128 та 3,131.

| А | Б | В | Г | Д |
|-------|---------|--------|--------|---------------------------|
| 3,127 | 3,12(8) | 3,1(3) | 3,(13) | Усі відповіді неправильні |

5. Порівняйте числа $0,791(6)$ та $37/48$.

| А | Б | В | Г | Д |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|---------------------------|
| $0,791(6) > 37/48$ | $0,791(6) < 37/48$ | $0,791(6) = 37/48$ | Не можна порівняти | Усі відповіді неправильні |

6. Назвіть НЕправильне твердження.

| А | Б | В | Г | Д |
|-----------------------------|------------------------------|---|-------------------------------|-------------------------|
| Усі натуральні числа – цілі | Усі раціональні числа – цілі | Усі раціональні та ірраціональні числа – дійсні | Усі натуральні числа – дійсні | Усі відповіді правильні |

7. Назвіть правильне твердження.

| А | Б | В | Г | Д |
|--------------------------------|----------------------|------------------------------|----------------------------------|---------------------------|
| Не всі натуральні числа – цілі | Число 0 – натуральне | Усі раціональні числа – цілі | Не всі натуральні числа – дійсні | Усі відповіді неправильні |

8. Яке з чисел не можна записати у вигляді дробу?

| А | Б | В | Г | Д |
|---------------|-------------|------|------------|---------------------------|
| ірраціональне | раціональне | ціле | натуральне | Усі відповіді неправильні |

9. На числовій осі немає... .

| А | Б | В | Г | Д |
|-----------------|-------------------|---------|-----|---------------------------|
| початку відліку | одичного відрізка | напряму | дій | Усі відповіді неправильні |

10. Які числа позначають \mathbf{R} ?

| А | Б | В | Г | Д |
|-------------------|--------------|------------------|------------|---------------------------|
| раціональні числа | дійсні числа | натуральні числа | цілі числа | Усі відповіді неправильні |

Відповіді на тести з теми «Дійсні числа. Числові проміжки»

5.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| В | Г | А | Б | А | Б | Д | А | Г | Б |

ГЛАВА II. АЛГЕБРАЇЧНІ ВИРАЗИ ТА ЇХ ПЕРЕТВОРЕННЯ

6. Степінь. Піднесення до степеня

6.1. Піднесення до степеня з натуральним і цілим показником

Словник

| <i>Українська</i> | <i>Російська</i> | <i>Англійська</i> | <i>Французька</i> |
|---|---|---|---|
| алгебра | алгебра | algebra | algèbre |
| алгебраїчний
алгебраїчний
вираз | алгебраический
алгебраическое
выражение | algebraic
algebraic
expression | algébrique
expression
algébrique |
| величина
• постійна ~
• змінна ~ | величина
• постоянная
• переменная | value
• constant ~
• variable ~ | valeur
• constante~
• variable ~ |
| ступінь (ч. р.)
• парний ~
• непарний ~ | степень (ж. р.)
• четная ~
• нечетная ~ | power
• even ~
• odd ~ | puissance
• ~pair
• ~impair |
| підносити/
піднести до
степеня | возводитъ/
возвести в
степень | to raise to a power | exponentier,
élever à
puissance |
| піднесення до
степеня | возведение в
степень | raising to a power,
exponentiation | exponentiation,
élévation à une
puissance |
| показник
• цілий ~ | показатель
(м. р.)
• целый ~ | exponent
~integer/ whole | exposant
• ~entier |
| ступінь із цілим
показником | степень с целым
показателем | power with
integer/whole
exponent | puissance avec
exposant
entier |
| кожен із яких | каждый из
которых | each of which | dont chacun |
| основа степеня | основание
степени | base of a power | base d'une
puissance |
| показник
степеня | показатель
степени | exponent (of a
power) | exposant d'une
puissance |
| помножити
число само на
себе | умножить число
само на себя | multiply a number
by itself | multiplier un
nombre par
lui-même |

| | | | |
|--------------------------|-----------------------|---------------------------|---------------------------------|
| квадрат числа | квадрат числа | squared number | carré d'un nombre |
| куб числа | куб числа | cubed number | cube d'un numéro |
| будь-який | любой | any | tout |
| стандартний вигляд числа | стандартный вид числа | standard form of a number | forme standard du nombre |
| порядок числа | порядок числа | order | commande |
| спростити | упростить | to simplify | simplifier |
| переставити множники | переставить множители | to rearrange multipliers | réorganiser les multirlicateurs |

Степінь із натуральним показником

Є вирази вигляду a^n . Їх називають «ступінь числа a ».

Степінь числа a з натуральним показником n (a^n) – це добуток n множників, кожен із яких дорівнює a :

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ разів}},$$

де a – основа степеня; n – показник степеня, n – натуральне число.

Показник степеня n вказує, скільки разів потрібно помножити число a само на себе.

Як читати степені

| <i>Пишемо</i> | <i>Читаємо</i> |
|---------------|---|
| a^n | a в степені n (<i>ен</i>) =
a в n -му (<i>енному</i>) степені |
| a^1 | a в степені один =
a в першому степені |
| a^2 | a в степені два =
a в другому степені =
a в квадраті =
a квадрат |
| a^3 | a в степені три =
a в третьому степені =
a в кубі =
a куб |

| | |
|-------|--|
| a^4 | a в степені чотири =
a в четвертому степені |
| a^5 | a в степені п'ять =
a в п'ятому степені |
| a^6 | a в степені шість =
a в шостому степені |
| a^7 | a в степені сім =
a в сьомому степені |
| a^8 | a в степені вісім =
a у восьмому степені |
| a^9 | a в степені дев'ять =
a в дев'ятому степені |
| a^0 | a в степені нуль =
a в нульовому степені |

Завдання 1. Читайте степені:

- 1) 3^1 ; 2) $(-3)^2$; 3) 6^3 ; 4) 2^6 ;
5) $(-2)^4$; 6) 5^0 ; 7) -2^7 ; 8) 4^5 .

Завдання 2. Прочитайте степінь за моделлю.

| | | |
|---------------|---|--|
| <i>Модель</i> | 1 | 5^1 – п'ять у першому степені.
5 – основа степеня.
1 – показник степеня |
| | 2 | 6^3 – шість у третьому степені.
6 – основа степеня.
3 – показник степеня |

- 1) 2^4 ; 2) 4^1 ; 3) 8^2 ; 4) $(-7)^3$;
5) 9^3 ; 6) $\left(\frac{2}{3}\right)^5$; 7) -1^3 ; 8) $\left(-\frac{1}{5}\right)^2$.

Завдання 3. Пишіть степінь за моделлю.

| | | |
|---------------|---|------------------------------------|
| <i>Модель</i> | Три в дев'ятому степені | 3^9 |
| | Два в кубі мінус три сьомих у п'ятому степені | $2^3 - \left(\frac{3}{7}\right)^5$ |

- 1) два в сьомому степені;
- 2) п'ять у четвертому степені;
- 3) сім у п'ятому степені;
- 4) дев'ять у першому степені;
- 5) одна третя в степені сім;
- 6) сім дев'ятих у квадраті;
- 7) два в квадраті плюс сім у кубі;
- 8) три в четвертому степені плюс чотири в кубі;
- 9) дві п'ятих у шостому степені.

Піднести до степеня – це знайти степінь числа. Кажуть так: «Піднести число a до n -го [енного] степеня». Будь-який цілий степінь додатного числа – це додатне число, наприклад, $6^3 > 0$.

Приклад:

$$3^2 = 3 \cdot 3 = 9$$

Зверніть увагу!

$$3^2 = 9$$

Три в другому степені буде (скільки? – Н.в. = ф. № 1) дев'ять.
=

Три в другому степені дорівнює (чому? – Д.в. = ф. № 3) дев'яти.

$$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$$

П'ять у третьому степені буде (скільки? – Н.в. = ф. № 1) сто двадцять п'ять. =

П'ять у третьому степені дорівнює (чому? – Д.в. = ф. № 3) ста двадцяти п'яти.

$$2^6 = 64$$

Два в шостому степені буде (скільки? – Н.в. = ф. № 1) шістдесят чотири. =

Два в шостому степені дорівнює (чому? – Д.в. = ф. № 3) шістдесяти чотирьом.

Парний степінь від'ємного числа – це додатне число. Наприклад: $(-5)^2 = 25 > 0$.

Непарний степінь від'ємного числа – це від'ємне число. Наприклад: $(-2)^3 = -8 < 0$.

Завдання 4. Запишіть число у вигляді степеня за моделлю.

| | |
|---------------|----------------------------------|
| <i>Модель</i> | $9 = 3^2$
$-0,001 = (-0,1)^3$ |
|---------------|----------------------------------|

- | | | | |
|----------|------------|-----------|-----------|
| 1) 16; | 2) 1000; | 3) 0,81; | 4) 8; |
| 5) 0,25; | 6) -0,008; | 7) 0,09; | 8) 128; |
| 9) -27; | 10) 32; | 11) 6,25; | 12) 1,44. |

Степінь із цілим показником

Степінь a^n числа a із цілим показником n :

1. $a^0 = 1$, якщо $a \neq 0$.
2. $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$, якщо n – натуральне число.
3. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, якщо $a \neq 0$, n – натуральне число.

Як читати степінь із цілим показником

| <i>Пишемо</i> | <i>Читаємо</i> |
|---------------|--|
| a^{-n} | a в мінус <i>енному</i> степені =
a в степені мінус <i>ен</i> |
| a^{-1} | a в мінус першому степені =
a в степені мінус один |
| a^{-2} | a в мінус другому степені =
a в степені мінус два |

Основні властивості степеня з цілим показником

| | <i>Властивість</i> | <i>Приклади</i> |
|---|-----------------------------|----------------------------------|
| 1 | $a^1 = a$ | $3^1 = 3$ |
| 2 | $1^n = 1$ | $1^4 = 1$ |
| 3 | $a^n \cdot a^k = a^{n+k}$ | $3^2 \cdot 3^3 = 3^5 = 243$ |
| 4 | $\frac{a^n}{a^k} = a^{n-k}$ | 1) $\frac{3^5}{3^3} = 3^2 = 9$. |

| | | |
|---|--|--|
| | <p><i>Читаємо:</i>
 a в степені n, поділене на b в степені k, дорівнює a в степені n мінус k</p> | <p><i>Читаємо:</i>
 три в степені п'ять, поділене на три в степені три, дорівнює три в степені два.
 2) $\frac{5^3}{5^5} = 5^{3-5} = 5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$</p> |
| 5 | $(a^n)^k = a^{n \cdot k}$ | $(4^2)^3 = 4^6 = 4096$ |
| 6 | $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ | $(3 \cdot 4)^2 = 3^2 \cdot 4^2 = 9 \cdot 16 = 144$ |
| 7 | $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$.
<i>Читаємо:</i>
відкрити круглу дужку, a , поділене на b , закрити круглу дужку, у степені n дорівнює a в степені n , поділене на b в степені n . | $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$.
<i>Читаємо:</i>
дві третіх у степені три дорівнює двом у степені три, поділеним на три в степені три |
| 8 | $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$.
<i>Читаємо:</i>
відкрити круглу дужку, a , поділене на b , закрити круглу дужку, у степені мінус n дорівнює, відкрити круглу дужку, b поділене на a , закрити круглу дужку, у степені n | $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4} = 6\frac{1}{4} = 6,25$.
<i>Читаємо:</i>
дві п'ятих у степені мінус два дорівнює п'яти другим у степені два |

Завдання 5. Обчисліть степінь за моделлю.

| | |
|---------------|---|
| <i>Модель</i> | $4^{3,5} : 4^{0,5} = 4^{3,5-0,5} = 4^3 = 64.$ $\frac{6^9}{6^7 \cdot 6^4} = 6^{9-(7+4)} = 6^{-2} = \frac{1}{6^2} = \frac{1}{36}$ |
|---------------|---|

$$1) 2^3 \cdot 2^{-6}; \quad 2) 3^{-3} \cdot 3^5 \cdot 3^7; \quad 3) 0,3^9 : 0,3^6; 4) (3^{-4})^5;$$

$$5) \frac{5^3 \cdot 16^2}{4^2 \cdot 625}; \quad 6) \frac{81^2 \cdot 4^9}{2^{17} \cdot 27^3}; \quad 7) \frac{7^{-9} \cdot 7^{-5}}{7^{-12}}; \quad 8) \frac{3^7 \cdot 5^5}{27^3 \cdot 25^2}.$$

Завдання 6. Обчисліть.

а)

$$1) \left(\frac{2}{3}\right)^2; \quad 2) \left(-\frac{1}{2}\right)^4; \quad 3) \left(2\frac{1}{2}\right)^2; \quad 4) (-1)^2;$$

$$5) (-1)^3; \quad 6) \left(-2\frac{1}{4}\right)^3; \quad 7) \left(\frac{4}{3}\right)^{-1}; \quad 8) (2^2)^5;$$

б)

$$1) (-0,6)^{-2}; \quad 2) (-0,25)^{-3}; \quad 3) \left(-1\frac{2}{3}\right)^{-3}; \quad 4) \frac{12^6}{2^{10} \cdot 3^5};$$

$$5) \frac{9^5 \cdot 4^3}{27^4 \cdot 2^5}; \quad 6) \frac{24^4}{2^6 \cdot 3^3} : \frac{20^4}{2^7 \cdot 5^8}; \quad 7) \frac{16^3 \cdot 3^{21}}{2^8 \cdot 5^6} : \frac{18^{10}}{2^7 \cdot 5^8};$$

$$8) 6,4 \cdot 10^5 : 3,2 \cdot 10^4 .$$

Стандартний вигляд додатного дійсного числа

Будь-яке додатне число a можна записати в такому вигляді:

$$a = a_0 \cdot 10^n$$

[читаємо так: a нульове помножити на десять у степені n],
де $1 \leq a_0 < 10$, n – ціле число.

n – це порядок числа.

Такий вигляд називають «стандартний».

Приклади:

1) $a=1234$ можна записати в стандартному вигляді як $a=1,234 \cdot 10^3$, де порядок числа дорівнює 3;

2) $a=0,1234$ можна записати в стандартному вигляді як $a=1,234 \cdot 10^{-1}$, де порядок числа дорівнює -1 .

Завдання 7. Запишіть стандартний вигляд числа за моделлю.

| Модель | Число a | Стандартний вигляд числа a |
|--------|-----------------|--|
| | 1) $a = 395$ | $a = 3,95 \cdot 10^2$, $a_0 = 3,95$, $n = 2$ |
| | 2) $a = 0,0023$ | $a = 2,3 \cdot 10^{-3}$, $a_0 = 2,3$, $n = -3$ |

- 1) 123000; 2) 47,65; 3) 9875; 4) 0,0051;
5) 543,2; 6) 10203; 7) 0,000045; 8) 6564,1.

Теоретичні питання з теми «Піднесення до степеня з натуральним і цілим показниками»

1. Що таке степінь із натуральним показником?
2. Що таке основа степеня?
3. Що таке показник степеня?
4. Що таке степінь із цілим показником?
5. Скільки властивостей степеня з цілим показником ви знаєте? Наведіть приклади.
6. Як піднести число до степеня?
7. Як записати число в стандартному вигляді?
8. Що таке порядок числа?

Домашнє завдання

1. Напишіть квадрати чисел від 1 до 20.
2. Напишіть куби чисел від 1 до 10.
3. Напишіть четверті степені чисел від 1 до 5.
4. Обчисліть:
 - 1) $6^6 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^6$;
 - 2) $2^{10} \cdot 0,5^{10}$;
 - 3) $0,25^7 \cdot 4^7$;
 - 4) $5^{35} \cdot 0,22^{35}$;
 - 5) $(-8)^9 \cdot 0,125^9$;
 - 6) $\left(1\frac{3}{5}\right)^{20} \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^{20}$.

ТЕСТИ

1. Як записати у вигляді степеня $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3)$?

| А | Б | В | Г | Д |
|---|----------|----|----------------|---------------------------|
| 3 | $(-3)^4$ | -3 | $4 \cdot (-3)$ | Усі відповіді неправильні |

2. Знайдіть основу степеня 12^2 .

| А | Б | В | Г | Д |
|----|---|-----|----|---------------------------|
| 12 | 2 | 144 | 24 | Усі відповіді неправильні |

3. Знайдіть показник степеня 2^3 .

| А | Б | В | Г | Д |
|---|---|---|---|---------------------------|
| 2 | 3 | 8 | 6 | Усі відповіді неправильні |

4. Піднесіть до степеня, якщо 2 – це основа, а 6 – це показник.

| А | Б | В | Г | Д |
|----|----|----|----|---------------------------|
| 12 | 36 | 32 | 64 | Усі відповіді неправильні |

5. Обчисліть 11^2 .

| А | Б | В | Г | Д |
|----|---|----|-----|---------------------------|
| 11 | 2 | 22 | 121 | Усі відповіді неправильні |

6. Обчисліть $\left(\frac{1}{2}\right)^3$.

| А | Б | В | Г | Д |
|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------------------|
| $\frac{3}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{8}$ | Усі відповіді неправильні |

7. Обчисліть $2^2 + 3^3 - 5^0$.

| А | Б | В | Г | Д |
|----|----|----|----|---------------------------|
| 12 | 30 | 11 | 31 | Усі відповіді неправильні |

8. Обчисліть $\frac{(2^3)^5 \cdot 2^4}{2^{14}}$.

| А | Б | В | Г | Д |
|----|------|----|---|---------------------------|
| 16 | 0,25 | 32 | 2 | Усі відповіді неправильні |

9. Стандартний вигляд числа 34100 – це

| А | Б | В | Г | Д |
|------------------|------------------|-------------------|----------------------|---------------------------|
| $341 \cdot 10^2$ | $341 \cdot 10^4$ | $3,41 \cdot 10^4$ | $3,41 \cdot 10^{-4}$ | Усі відповіді неправильні |

10. Стандартний вигляд числа 0,000321 – це

| А | Б | В | Г | Д |
|------------------|----------------------|--------------------|-------------------|---------------------------|
| $321 \cdot 10^6$ | $3,21 \cdot 10^{-4}$ | $0,321 \cdot 10^3$ | $3,21 \cdot 10^4$ | Усі відповіді неправильні |

6.2. Степінь із дробовим показником

Словник

| Українська | Російська | Англійська | Французька |
|--|--|--|---|
| корінь (ч. р.)
алгебраїчний ~
арифметичний ~
квадратний ~
кубічний ~ | корень (м. р.)
алгебраический ~
арифметический ~
квадратный ~
кубический ~ | root
algebraic ~
arithmetical ~
square ~
cubic ~ | racine
~ algébrique
~ arithmétique
~ carré
~ cube |
| добувати/
добути корінь | извлекать/
извлечь корень | to calculate a
root | extraire une
racine |
| добування
кореня | извлечение корня | extraction,
taking a root | extraction d'
une racine |
| більш легкий | более легкий | easier | plus facile |
| перетворити | преобразовать | to transform | transformer |
| перетворення | преобразование | transformation | transformation |
| спрощувати/
спростити | упрощать/
упростить | to simplify | simplifier |
| спрощення | упрощение | simplification,
simplifying | simplification |
| розкласти/
розкласти на
множники | раскладывать/
разложить на
множители | to factorize | décomposer
en facteurs |

| | | | |
|---|---|---------------------------------|-------------------------------|
| виносити/
винести
з-під знака
кореня | выносятъ/
вынести
из-под знака
корня | to factor out of
the radical | enlever de
racine/ radical |
| під знаком
кореня | под знаком корня | under the
radical | sous la racine/
radical |
| показник кореня | показатель корня | index of a root | indice de
radical |
| вносити/
внести під знак
кореня | вносить/внести
под знак корня | to put under
the radical | mettre sous
radical |
| позбутися
(чого?) | избавиться от
(чего?) | to get rid (of) | se débarrasser
(de) |
| містити | содержать | to contain | contenir |
| радикал | радикал | radical | radical |

Корінь степеня n із дійсного числа a

Є алгебраїчні й арифметичні корені.

Алгебраїчний корінь степеня n із дійсного числа a має вигляд $\sqrt[n]{a}$. Це таке дійсне число b , n -й [енний] степінь якого дорівнює a .

$\sqrt[n]{a} = b$, якщо $b^n = a$, де $n > 1$, n – натуральне число.

| | |
|----------------|---|
| $\sqrt{\quad}$ | знак кореня (радикал) |
| a | вираз під знаком кореня
(підкореневий вираз) |
| n | показник кореня |
| b | значення кореня |

| <i>Пишемо</i> | <i>Читаємо</i> |
|---------------|---|
| \sqrt{a} | Корінь квадратний з a .
Корінь другого степеня з a |
| $\sqrt[3]{a}$ | Корінь кубічний з a .
Корінь третього степеня з a |
| $\sqrt[4]{a}$ | Корінь четвертого степеня з a |
| $\sqrt[5]{a}$ | Корінь п'ятого степеня з a |

Приклади:

$$\sqrt{729} = 27; \quad 27^2 = 729;$$

$$\sqrt[3]{125} = 5; \quad 5^3 = 125;$$

$$\sqrt[3]{-64} = -4; \quad (-4)^3 = -64.$$

Знайти корінь із числа a , наприклад, $\sqrt[n]{a} = b$, – це означає **добути корінь n -го степеня з числа a .**

Якщо $n = 2$, то пишуть \sqrt{a} . Це квадратний корінь із a .

Якщо $n = 3$, то пишуть $\sqrt[3]{a}$. Це кубічний корінь із a .

Запам'ятайте, як читати корені

| Скільки?
(Н.в. = ф. № 1) | Пишемо | Читаємо |
|-------------------------------|------------------|---|
| | \sqrt{a} | Корінь (квадратний) з (із)
(чого? – Р.в. = ф. № 2) |
| 1 – один (= одиниця) | $\sqrt{1}$ | одного (= одиниці) |
| 2 – два | $\sqrt{2}$ | двох |
| 3 – три | $\sqrt{3}$ | трьох |
| 4 – чотири | $\sqrt{4}$ | чотирьох |
| 5 – п'ять | $\sqrt{5}$ | п'яти |
| 6 – шість | $\sqrt{6}$ | шести |
| 7 – сім | $\sqrt{7}$ | семи |
| 8 – вісім | $\sqrt{8}$ | восьми |
| 9 – дев'ять | $\sqrt{9}$ | дев'яти |
| 25 – двадцять п'ять | $\sqrt{25}$ | двадцяти п'яти |
| 40 – сорок | $\sqrt{40}$ | сорока |
| 90 – дев'яносто | $\sqrt{90}$ | дев'яноста |
| 100 – сто | $\sqrt{100}$ | ста |
| 1000 – (одна) тисяча | $\sqrt{1000}$ | (одної) тисячі |
| 2000 – дві тисячі | $\sqrt{2000}$ | двох тисяч |
| 3000 – три тисячі | $\sqrt{3000}$ | трьох тисяч |
| 4000 – чотири тисячі | $\sqrt{4000}$ | чотирьох тисяч |
| 5000 – п'ять тисяч | $\sqrt{5000}$ | п'яти тисяч |
| 1 000 000 – (один)
мільйон | $\sqrt{1000000}$ | (одного) мільйона |
| 0 – нуль | $\sqrt{0}$ | нуля |

Завдання 1. Пишіть за моделлю.

| | |
|---------------|---|
| <i>Модель</i> | Корінь квадратний із тридцяти п'яти: $\sqrt{35}$ |
| | Корінь сьомого степеня з мінус сімдесяти одного:
$\sqrt[7]{-71}$ |

1. Корінь квадратний із двадцяти п'яти.
2. Корінь кубічний із мінус шістдесяти семи.
3. Корінь четвертого степеня з шістдесяти чотирьох.
4. Корінь п'ятого степеня з дев'ятнадцяти.
5. Корінь шостого степеня з двох.

Завдання 2. Пишіть за моделлю.

| | |
|---------------|---|
| <i>Модель</i> | $\sqrt{21}$ – корінь квадратний із двадцяти одного |
| | $\sqrt[3]{11}$ – корінь кубічний з одинадцяти |
| | $\sqrt[4]{14}$ – корінь четвертого степеня з чотирнадцяти |

- | | | |
|----------------------|----------------------|-----------------------|
| 1) $\sqrt{26}$; | 2) $\sqrt{39}$; | 3) $\sqrt{121}$; |
| 4) $\sqrt{302}$; | 5) $\sqrt{900}$; | 6) $\sqrt{1000}$; |
| 7) $\sqrt[3]{21}$; | 8) $\sqrt[4]{17}$; | 9) $\sqrt[5]{23}$; |
| 10) $\sqrt[4]{31}$; | 11) $\sqrt[6]{34}$; | 12) $\sqrt[4]{215}$. |

Якщо n – непарне число, то буде одне значення кореня n -го степеня з будь-якого числа.

Наприклад, $\sqrt[3]{8} = 2$, $\sqrt[3]{-8} = -2$.

Якщо n – парне число, то буде два значення кореня n -го степеня з будь-якого додатного числа.

Наприклад, $\sqrt[4]{81} = \pm 3$, оскільки $3^4 = 81$ і $(-3)^4 = 81$.

Кореня парного степеня з від'ємного числа **не існує**.
Наприклад, запис $\sqrt[6]{-64}$ не має сенсу.

Арифметичний корінь степеня n із невід'ємного числа a

Арифметичний корінь n -го степеня з невід'ємного числа a – $\sqrt[n]{a}$ – це таке невід'ємне число b , n -й [енний] степінь якого дорівнює a .

$\sqrt[n]{a} = b$, якщо $b^n = a$, $a \geq 0$, $n > 1$, n – це натуральне число.

Приклад: $\sqrt[4]{256}$.

Із невід'ємного числа 256 можна добути корені парного степеня двох видів:

- один арифметичний: 4;
- два алгебраїчних: 4 і -4 .

Корінь непарного степеня з невід'ємного числа завжди один, і це арифметичний корінь.

Приклад:

$$\sqrt[3]{343} = 7.$$

Корінь із нуля – нуль.

Завдання 3. Обчисліть:

- 1) $\sqrt{25}$;
- 2) $\sqrt{0,36}$;
- 3) $\sqrt{0,16}$;
- 4) $\sqrt[3]{0,008}$;
- 5) $\sqrt[4]{625}$;
- 6) $\sqrt[4]{0,0081}$.

Властивості арифметичного кореня

| Властивість | Приклади |
|---|---|
| 1. $\sqrt[n]{a^n} = a$, де $a \geq 0$ | $(\sqrt{3})^2 = 3$, $(\sqrt[3]{2})^3 = 2$ |
| 2. $\sqrt[n]{0} = 0$ | $\sqrt{0} = 0$ |
| 3. $\sqrt[n]{1} = 1$ | $\sqrt[3]{1} = 1$ |
| 4. $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[nk]{a^{mk}}$, де $a \geq 0$ | $\sqrt[3]{2^4} = \sqrt[3^2]{2^{4^2}} = \sqrt[6]{2^8}$ |
| 5. $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$,
де $a \geq 0$, $b \geq 0$ | $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2 \cdot 4} = \sqrt[3]{8} = 2$ |
| 6. $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$,
де $a \geq 0$, $b > 0$ | $\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{16}} = \sqrt[3]{\frac{2}{16}} = \sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \frac{1}{2}$ |

| | |
|--|---|
| 7. $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n]{a^m}$, де $a \geq 0$ | $(\sqrt{2})^4 = \sqrt{2^4} = \sqrt{16} = 4$ |
| 8. $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$, де $a \geq 0$ | $\sqrt[3]{\sqrt[4]{5}} = \sqrt[12]{5}$ |

Мішаний дріб потрібно спочатку записати як неправильний дріб.

Приклад:

$$\sqrt{2\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4 + 1}{4}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}.$$

Завдання 4. Обчисліть:

1) $\sqrt[3]{\frac{216}{343}}$;

2) $\frac{\sqrt[4]{80}}{\sqrt[4]{5}}$;

3) $\sqrt{28 \cdot \sqrt[3]{343}}$;

4) $\sqrt{3 \cdot \sqrt[4]{81}}$;

5) $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}}$;

6) $\sqrt[4]{5\frac{1}{16}}$.

Перетворення ірраціональних виразів

Ірраціональний вираз – це вираз із коренем, який не можна добути. Такі вирази можна записувати в більш легкому вигляді. Ця дія називається **перетворенням (спрощенням) ірраціональних виразів**.

Приклад:

$$\sqrt[5]{\frac{2^{10} \cdot 3^5}{5^{15}}} = \frac{\sqrt[5]{2^{10}} \cdot \sqrt[5]{3^5}}{\sqrt[5]{5^{15}}} = \frac{2^2 \cdot 3}{5^3} = \frac{4 \cdot 3}{125} = \frac{8}{125}.$$

Завдання 5. Спростіть вирази:

1) $\sqrt[3]{\frac{3^6 \cdot 2^{12}}{5^3}}$;

2) $\sqrt{\frac{5^{12} \cdot 3^{10}}{15^{10}}}$;

3) $\sqrt[4]{\frac{4^{13} \cdot 3^5}{12^5}}$;

4) $\sqrt[3]{\frac{5^{18} \cdot 6^{12}}{15^{14}}}$.

Як винести множник із-під знака кореня

Вираз під знаком кореня можна спростити. Для цього потрібно винести множник із-під знака кореня.

Винести множник із-під знака кореня – це розкласти підкореневий вираз на множники й добути корінь, де це можливо.

$$\sqrt[n]{a^{n+m}} = \sqrt[n]{a^n \cdot a^m} = a \sqrt[n]{a^m}, \text{ де } a \geq 0.$$

Приклади:

$$\sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2} = \sqrt{2^2 \cdot 2} = 2\sqrt{2};$$

$$\sqrt{75} = \sqrt{25 \cdot 3} = \sqrt{5^2 \cdot 3} = 5\sqrt{3}.$$

Із-під кореня непарного степеня виносять від'ємний множник.

Приклад:

$$\sqrt[3]{-54} = \sqrt[3]{-27 \cdot 2} = \sqrt[3]{(-3)^3 \cdot 2} = -3\sqrt{2}.$$

Завдання 6. Винесіть множник із-під знака кореня:

$\sqrt{48};$

$\sqrt{175};$

$\sqrt{720};$

$\sqrt{722};$

$\sqrt[3]{625};$

$\sqrt[3]{192};$

$\sqrt[3]{1512};$

$\sqrt[4]{162}.$

Можна зробити обернену дію – внести множник під знак кореня.

Як внести множник під знак кореня

Щоб **внести множник під знак кореня**, потрібно піднести множник до степеня показника кореня й помножити на підкореневий вираз.

$$a \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n \cdot b}, \text{ де } a \geq 0, b \geq 0.$$

Приклад:

$$4\sqrt{3} = \sqrt{4^2 \cdot 3} = \sqrt{16 \cdot 3} = \sqrt{48};$$

$$-5\sqrt{2} = -\sqrt{5^2 \cdot 2} = -\sqrt{25 \cdot 2} = -\sqrt{50}.$$

Завдання 7. Внесіть множник під знак кореня:

$1) 3\sqrt{3};$

$2) 4\sqrt{2};$

$3) 5\sqrt{6};$

$4) 7\sqrt{2};$

$5) 3\sqrt{19};$

$6) 5\sqrt{11};$

$7) 3\sqrt[3]{2};$

$8) 2\sqrt[4]{5};$

$9) 3\sqrt[5]{2};$

$10) 10\sqrt[4]{3}.$

Як позбутися ірраціональності в знаменнику дробу

Якщо в знаменнику дробу є корінь, то кажуть, що в знаменнику є *ірраціональність*.

Щоб *позбутися ірраціональності в знаменнику дробу*, потрібно перетворити дріб так, щоб знаменник не містив коренів. Для цього використовують таку властивість арифметичного кореня:

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{a^{n-1}} = \sqrt[n]{a^n} = a.$$

Приклади:

$$1) \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3 \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5};$$

$$2) \frac{3}{\sqrt[3]{2}} = \frac{3 \cdot \sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2^2}} = \frac{3 \cdot \sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{3 \cdot \sqrt[3]{2^2}}{2}.$$

Завдання 8. Позбудьтеся ірраціональності в знаменнику:

- | | | | |
|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| 1) $\frac{2}{\sqrt{3}}$; | 2) $\frac{3}{\sqrt{7}}$; | 3) $\frac{5}{\sqrt{11}}$; | 4) $\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$; |
| 5) $\frac{2}{\sqrt[3]{5}}$; | 6) $\frac{5}{\sqrt[3]{6}}$; | 7) $\frac{1}{\sqrt[4]{2}}$; | 8) $\frac{4}{\sqrt[5]{6}}$. |

Як позбутися ірраціональності в чисельнику дробу

Щоб *позбутися ірраціональності в чисельнику дробу*, потрібно перетворити дріб так, щоб чисельник не містив коренів.

Приклад:

$$\frac{3\sqrt{2}}{4} = \frac{3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{4 \cdot \sqrt{2}} = \frac{6}{4 \cdot \sqrt{2}} = \frac{3}{2\sqrt{2}}.$$

Завдання 9. Позбудьтеся ірраціональності в чисельнику:

- | | | | |
|-------------------------------|------------------------------|-------------------------------|------------------------------|
| 1) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; | 2) $\frac{3\sqrt{7}}{2}$; | 3) $\frac{\sqrt{5}}{15}$; | 4) $\frac{\sqrt[3]{3}}{6}$; |
| 5) $\frac{\sqrt[3]{5}}{10}$; | 6) $\frac{\sqrt[3]{6}}{2}$; | 7) $\frac{\sqrt[4]{12}}{2}$; | 8) $\frac{\sqrt[5]{6}}{2}$. |

Степінь із дробовим показником

Корінь n -го степеня можна записати у вигляді числа в дробовому степені:

$$\boxed{\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}}, \quad a > 0,$$
$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}, \quad a > 0.$$

Наприклад:

$$\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}};$$
$$\sqrt[3]{a^2} = a^{\frac{2}{3}}.$$

При $a < 0$ степінь із дробовим показником не визначають!

Завдання 10. Пишіть корінь у вигляді степеня із дробовим показником за моделлю.

| | |
|--------|-----------------------------------|
| Модель | $\sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}}$ |
| | $\sqrt[3]{5^4} = 5^{\frac{4}{3}}$ |

- 1) $\sqrt{188}$; 2) $\sqrt[7]{7}$; 3) $\sqrt[3]{2^5}$; 4) $\sqrt[3]{4^5}$;
5) $\sqrt{3^7}$; 6) $\sqrt[4]{14^3}$; 7) $\sqrt[5]{11^2}$; 8) $\sqrt[4]{34^9}$.

Завдання 11. Піднесіть числа до дробового степеня:

- 1) $32^{\frac{1}{5}}$; 2) $128^{\frac{3}{7}}$;
3) $625^{0,25}$; 4) $243^{0,6}$;
5) $\left(\frac{49}{4}\right)^{\frac{1}{2}}$; 6) $\left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{3}{2}}$.

Теоретичні питання з теми «Степінь із дробовим показником»

1. Що таке арифметичний корінь із числа?
2. Що таке алгебраїчний корінь із числа?
3. Які властивості має арифметичний корінь? Наведіть приклади.

4. Як внести множник під знак кореня?
5. Як винести множник із-під знака кореня?
6. Як позбутися ірраціональності в знаменнику дроби?
7. Як позбутися ірраціональності в чисельнику дроби?
8. Що таке степінь із раціональним показником?
9. Що таке ірраціональний вираз?
10. Як перетворити ірраціональний вираз?

Домашнє завдання

1. Напишіть мінімум один приклад на кожен властивість степеня арифметичного кореня.

2. Винесіть множник із-під знака кореня:

$$\sqrt{27}, \sqrt{8}, \sqrt{120}, \sqrt{360}, \sqrt{5120}.$$

3. Внесіть множник під знак кореня:

$$3\sqrt{33}, 4\sqrt{13}, 2\sqrt{17}, -3\sqrt[3]{3}, 4\sqrt{15}.$$

4. Позбудьтеся ірраціональності в знаменнику дроби:

$$\frac{5}{\sqrt{12}}, \frac{1}{\sqrt{15}}, \frac{9}{\sqrt{3}}, \frac{8}{\sqrt[3]{2}}, \frac{2}{\sqrt[4]{5}}.$$

ТЕСТИ

1. Обчисліть $\sqrt{100}$.

| А | Б | В | Г | Д |
|----|----|-----|----|---------------------------|
| 50 | 10 | 100 | 20 | Усі відповіді неправильні |

2. Обчисліть $\sqrt{144} + \sqrt{0,49}$.

| А | Б | В | Г | Д |
|------|--------|----|-------|---------------------------|
| 12,7 | 144,49 | 19 | 12,02 | Усі відповіді неправильні |

3. Обчисліть $\frac{\sqrt{25} \cdot \sqrt{64}}{\sqrt{9}}$.

| А | Б | В | Г | Д |
|-----|------------------|----------------|----------------|---------------------------|
| 120 | $\frac{1600}{9}$ | $\frac{40}{3}$ | $\frac{80}{3}$ | Усі відповіді неправильні |

4. Обчисліть $\sqrt{0,36} + \frac{\sqrt[3]{0,001}}{2}$.

| А | Б | В | Г | Д |
|-----|------|------|------|---------------------------|
| 0,7 | 0,61 | 0,11 | 0,65 | Усі відповіді неправильні |

5. Винесіть множник із-під знака кореня $\sqrt{98}$.

| А | Б | В | Г | Д |
|-------------|-------------|-------------|--------------|---------------------------|
| $7\sqrt{2}$ | $2\sqrt{7}$ | $7\sqrt{7}$ | $14\sqrt{2}$ | Усі відповіді неправильні |

6. Внесіть множник під знак кореня $5\sqrt{7}$.

| А | Б | В | Г | Д |
|-------------|--------------|--------------|-------------|---------------------------|
| $\sqrt{35}$ | $\sqrt{175}$ | $\sqrt{245}$ | $\sqrt{12}$ | Усі відповіді неправильні |

7. Знайдіть квадрат числа $\sqrt{8}$.

| А | Б | В | Г | Д |
|---|---|---|-------------|---------------------------|
| 2 | 8 | 3 | $2\sqrt{2}$ | Усі відповіді неправильні |

8. Знайдіть куб числа $\sqrt[3]{64}$.

| А | Б | В | Г | Д |
|----|---|---|----|---------------------------|
| 64 | 8 | 4 | 16 | Усі відповіді неправильні |

9. Позбудьтесь ірраціональності в знаменнику дробу $\frac{2}{\sqrt{6}}$.

| А | Б | В | Г | Д |
|-----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|---------------------------|
| $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ | $\frac{\sqrt{6}}{6}$ | $\frac{\sqrt{6}}{2}$ | $\frac{\sqrt{6}}{3}$ | Усі відповіді неправильні |

10. Позбудьтесь ірраціональності в чисельнику дробу $\frac{\sqrt{3}}{5}$.

| А | Б | В | Г | Д |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|---------------------------|
| $\frac{3}{\sqrt{15}}$ | $\frac{1}{\sqrt{15}}$ | $\frac{1}{5\sqrt{3}}$ | $\frac{3}{5\sqrt{3}}$ | Усі відповіді неправильні |

Відповіді на завдання з теми «Степінь. Піднесення до степеня»

6.1. Піднесення до степеня з натуральним і цілим показником
Завдання 6 б).

4. 12. 5. $\frac{2}{9}$. 6. $\frac{384}{625}$. 7. 150. 8. 20.

Відповіді на тести з теми «Степінь. Піднесення до степеня»

6.1. Піднесення до степеня з натуральним і цілим показником

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Б | А | Б | Г | Г | Г | Б | В | В | Б |

6.2. Степінь із дробовим показником

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Б | А | В | Г | А | Б | Б | А | Г | Г |

7. Алгебраїчні вирази

7.1. Раціональні алгебраїчні вирази

Словник

| <i>Українська</i> | <i>Російська</i> | <i>Англійська</i> | <i>Французька</i> |
|---|--|--|--|
| набувати
значення | принимать
значение | take on a
meaning | prendre un sens |
| позначати
позначатися | обозначать
обозначаться | to denote
to be denoted | dénoter
être noté |
| позначатися за
допомогою...
позначатися
символом | обозначаться с
помощью...
обозначаться
символом | to be marked
with the help ...
to be
symbolized | être marqué/
denoté par (a
l'aide de)...
être symbolisé
par... |
| константа | константа | constant | constant |
| вираз
алгебраїчний ~
дробовий ~
раціональний ~ | выражение
алгебраическое ~
дробное ~
рациональное ~ | expression
algebraic ~
fractional ~
rational ~ | expression
~algébrique
~fractionnaire
~rationnelle |
| область (ж. р.)
~ визначення | область (ж. р.)
~определения | domain
~ of definition | ensemble
de définition |

| | | | |
|----------------------------------|---|--|--------------------------------------|
| ~ допустимих значень | ~допустимых значений | ~of possible values | domaine de validité |
| використовуватися | использоваться | to be used | être utilisé |
| сенс
має сенс
не має сенсу | смысл
имеет смысл
не имеет смысла | meaning, sense
makes sense,
makes no sense | sens
a du sens
n'a pas du sens |
| крім | кроме | except | sauf |
| тотожність (ж. р.) | тождество | identity | identité |
| тотожний вираз | тождественное выражение | identical expression | expression identique |
| справедливий (при) | справедливый (при) | fair (with) | juste (pour) |
| допустиме значення | допустимое значение | permissible value | valeur admissible |
| входит | входит | to enter | entrer |
| між | между | between | entre |
| еквівалентність (ж.р.) | эквивалентность (ж.р.) | equivalence | équivalence |
| одночлен | одночлен | monomial | monôme |
| многочлен | многочлен | polynomial | polynomial |
| звести | привести | to combine,
to reduce | combine,
reduire |
| зведення | приведение | combination,
reduction | combination,
reduction |
| подібний член | подобный член | like term | term semblable |
| множина | множество | set | ensemble |
| коефіцієнт | коэффициент | coefficient | coefficient |

Змінна величина – це величина, яка набуває різних числових значень й позначається за допомогою літер $x, y, z, t, a, b, c \dots$

Постійна величина – це величина, яка не змінює своє числове значення. Постійну величину називають константою й позначають символом *const.*

Алгебраїчний вираз – це математичний вираз із чисел і букв, де використовують дії додавання, віднімання, множення, ділення, піднесення до степеня та добування кореня.

Цілий алгебраїчний вираз – це алгебраїчний вираз, де використовують лише дії додавання, віднімання, множення, піднесення до степеня з натуральним показником.

Якщо в алгебраїчному виразі є ділення на вираз зі змінною величиною, то його називають **дробовим алгебраїчним виразом**.

Цілі та дробові алгебраїчні вирази називають **раціональними алгебраїчними виразами**.

Приклади:

цілі вирази:

$$\frac{1}{4}xy - \left(0,33 - \frac{1}{7}d\right)^5; \frac{(a+b)(a-2b)^2 + \left(\frac{1}{4}a - \frac{1}{4}b\right)(7a+9b)}{43-35};$$

дробові вирази:

$$\frac{a+b}{a-b}; a^3 : a^5; (a:b) - c; \frac{\frac{a}{b} - \frac{c}{d}}{\frac{a}{b} + \frac{c}{d}}.$$

Як читати алгебраїчні вирази

| <i>Пишемо</i> | <i>Читаємо</i> |
|-------------------------|---|
| $3+c$ | три плюс <i>це</i> |
| $a+4b+\frac{c}{9}$ | <i>a</i> плюс чотири <i>бе</i> плюс <i>це</i>
розділити на дев'ять |
| $6x^2y^3(x-y)$ | шість <i>ікс</i> квадрат <i>ігрек</i> куб
помножити на,
відкрити круглу дужку,
<i>ікс</i> мінус <i>ігрек</i> ,
закрити круглу дужку |
| $\frac{2a^3-3b-5}{a+1}$ | дріб:
у чисельнику два <i>a</i> куб мінус три <i>бе</i>
мінус п'ять;
у знаменнику <i>a</i> плюс один |

Завдання 1. Дивіться та слухайте, як викладач читає вирази:

- 1) $3x + 15xy$; 2) $2ac + 7a^2c^5 + 9$; 3) $\frac{a-x}{2y}$;
 4) $0,3(x-0,7)+5x$; 5) $-\frac{1}{4}y + \frac{2}{3}y^2$; 6) $\frac{(3z^2-1)(z+1)}{z^5+5}$.

Завдання 2. Прочитайте алгебраїчні вирази за моделлю.

| | |
|--------|---|
| Модель | $99a + 9b - c$
дев'яносто дев'ять <i>a</i> плюс дев'ять <i>бе</i> мінус <i>це</i> |
| | $0,3(x-0,7)+5$
нуль цілих три десятих помножити на,
відкрити круглу дужку,
<i>ікс</i> мінус нуль цілих сім десятих,
закрити круглу дужку,
плюс п'ять |

- 1) $5a + 3$; 2) $4x + 5x(y+6)$; 3) $8x(3-5y)$; 4) $\frac{7ax+11}{9a-2x}$;
 5) $(x+y):(x-y)$; 6) $\frac{2}{3}x - \frac{3}{5}y + 1$; 7) $\frac{ac-b}{10}$; 8) $\frac{abc}{5d}$.

Завдання 3. Напишіть алгебраїчні вирази за моделлю.

| | | |
|--------|--|------------------------|
| Модель | два помножити на,
відкрити круглу дужку,
<i>ікс</i> мінус три,
закрити круглу дужку,
плюс три сьомих | $2(x-3) + \frac{3}{7}$ |
|--------|--|------------------------|

- 1) п'ять *ен* плюс один;
 2) *a* плюс *бе* поділити на чотири;
 3) три *ігрек* мінус два *ікс* плюс шість *ікс ігрек*;
 4) дев'ятнадцять *це* плюс вісім поділити на *це*;
 5) сім *a* *це* плюс три *a ікс*;

- б) мінус два помножити на,
 відкрити круглу дужку,
 шість ікс плюс п'ять,
 закрити круглу дужку,
 мінус одна дев'ята.

Завдання 4. Заповніть таблицю.

| Цілі алгебраїчні вирази | Дробові алгебраїчні вирази |
|-------------------------|----------------------------------|
| $a + 4b + \frac{c}{9}$ | $\frac{a + 4b}{c} + \frac{c}{9}$ |
| ... | ... |

- 1) $99a + 9b - c$; 2) $6x^2y^3(x - y)$; 3) $\frac{6x^2y^3}{(x - y)}$;
 4) $3ax^2 - 6bxy$; 5) $\frac{2}{3}xy^2 - 7xy$; 6) $\frac{x}{y}$;
 7) $\frac{x^2 - y^2}{x - y}$; 8) $\frac{x + y}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}$; 9) $a^7 : a^3$.

Область визначення алгебраїчного виразу

Область визначення алгебраїчного виразу (або **область допустимих значень (ОДЗ)**) – це множина значень змінних, за яких алгебраїчний вираз має сенс.

Наприклад: область визначення виразу $\frac{8x - 4}{7x + 14}$ – це множина всіх значень x , крім $x = -2$, тому що за такого значення x вираз не має сенсу, оскільки на нуль ділити не можна.
 ОДЗ: $x \neq -2$.

Завдання 5. Знайдіть області допустимих значень (ОДЗ) алгебраїчних виразів за моделлю.

| | | |
|--------|---|---|
| Модель | 1 | $\frac{3x}{x-7} : \text{ОДЗ: } x \neq 7.$ <p><i>Читаємо:</i></p> <p>для алгебраїчного виразу $\frac{3x}{x-7}$ область допустимих значень – це будь-яке дійсне число, крім 7 [семи]</p> |
| | 2 | $\frac{x-5}{x(x+5)} : \text{ОДЗ: } x \neq 0, x \neq -5.$ <p><i>Читаємо:</i></p> <p>для алгебраїчного виразу $\frac{x-5}{x(x+5)}$ область допустимих значень – це будь-яке дійсне число, крім 0 і -5 [нуля й мінус п'яти]</p> |

- 1) $\frac{12}{a-6}$; 2) $\frac{2x+6}{x-3}$; 3) $\frac{y-4}{y+2}$; 4) $\frac{3c+4}{c(c-1)}$;
- 5) $\frac{5-x}{x^2(x+3)}$; 6) $\frac{4}{y^2-9}$; 7) $\frac{1-x}{x^2+2}$; 8) $\frac{1}{x^3+8}$.

Тотожні вирази

Тотожність (або **тотожний вираз**) – це рівність, справедлива за всіх допустимих значень змінних, які до неї входять.

Тотожно рівні вирази – це вирази, рівність між якими справедлива за всіх значень змінних.

Наприклад:

тотожності (тотожно рівні вирази):

Між тотожно рівними виразами можна поставити знак еквівалентності \Leftrightarrow .

Наприклад, $\frac{2x+6}{x-3} \Leftrightarrow \frac{2x}{x-3} + \frac{6}{x-3}$.

Завдання 6. З'єднайте лініями тотожно рівні алгебраїчні вирази.

а)

| |
|------------------------|
| $5a + 3 + 0$ |
| $x(3 + 5y)$ |
| $(a + b) + c$ |
| $(y + 7) + (y - 7)$ |
| $a + (b + c)$ |
| $(y + 7) + (7 - y)$ |
| $a + 4b + \frac{c}{9}$ |

| |
|----------------------------|
| $(a + c) + b$ |
| $3 + 5a$ |
| $\frac{c}{9} + a + 4b + 0$ |
| 14 |
| $3x + 5xy$ |
| $5a + 3$ |
| $2y$ |

б)

| |
|-------------------------|
| $3(y + 2) - (4 + 3y)$ |
| $8y$ |
| $2(3x - 1) - 6x + 3$ |
| -16 |
| $3ax^2 \cdot 5ax$ |
| $32x^{15}y^5 + 1$ |
| $(3 \cdot 5)^0 a^2 x^3$ |

| |
|----------------------|
| 1 |
| $9x - 3(3x + 5) - 1$ |
| $15a^2 x^3$ |
| $(2x^3 y)^5 + 7^0$ |
| $ax \cdot ax^2$ |
| 2 |
| $6 + 2(4y - 3)$ |

Одночлен і многочлен

Одночлен – це алгебраїчний вираз, у якому можуть бути тільки дві дії – множення та піднесення до степеня.

Наприклад: $6x^2$; $5a^3x^6$; $\frac{3}{5}x^2y^4$; $10 \cdot a^5 \cdot \frac{ba}{7}$ – це одночлени.

$6x^2 + 5a^3x^6$ – це не одночлен, тому що тут є дія додавання.

Числовий множник в одночлені називають **числовим коефіцієнтом**.

Коефіцієнти в одночленах можуть бути цілими і дробовими, додатними й від'ємними.

Числа і степені змінних із цілим показником – це також одночлени.

Приклади:

$6x^2$ – це одночлен, 6 – це числовий коефіцієнт;

$5a^3x^6$ – це одночлен, 5 – це числовий коефіцієнт;

$-\frac{3}{5}x^2y^4$ – це одночлен, $\left(-\frac{3}{5}\right)$ – це числовий коефіцієнт;

(-9) – це одночлен, (-9) – це числовий коефіцієнт;

$10 \cdot a^5 \cdot \frac{ba}{7}$ – це одночлен, $\frac{10}{7}$ – це числовий коефіцієнт;

z^3 – це одночлен, 1 – це числовий коефіцієнт.

Якщо переставити місцями множники, одночлен не зміниться.

Наприклад: $5a^3bc = 5bca^3 = 5ca^3b$.

Стандартний вигляд одночлена – це одночлен, де на першому місці стоїть числовий коефіцієнт, а потім степені змінних.

Наприклад: $6x^2y^7$; $10a^5bc$; $30a^3b^6$.

Завдання 7. Зведіть одночлен до стандартного вигляду за моделлю.

| | |
|---------------|--|
| <i>Модель</i> | $2xy^5 \cdot 3xy^2 = 6x^2y^7;$ $2ab^2a15ab^4 = 30a^3b^6$ |
|---------------|--|

a)

$$0,4ab^3 \cdot 2a^2b^2; \quad \frac{1}{5}mn \cdot 5n^2; \quad -3a^4 \cdot (-5)ab;$$

$$\frac{1}{7}x \cdot x^3 \cdot 1\frac{2}{5}x^5; \quad 2,5pq^2 \cdot (-0,4)pq; \quad xyz \cdot (-xy^2z^3);$$

$$1\frac{2}{3}ax \cdot \frac{3}{5}z; \quad (2a^2 \cdot 5bc^3)^3; \quad \frac{2}{3}z^3 \cdot (-3xz)^4;$$

б)

$$0,8abc \cdot (-5b); \quad -5p^2q^3 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)q; \quad \frac{5}{7}mn \cdot \left(-\frac{7}{10}mn\right);$$

$$-3cd^3 \cdot 2d \cdot (-5d^3); \quad \left(-\frac{4}{5}xyz\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}xz^2\right); \quad -\frac{1}{4}ab^2 \cdot 8ad \cdot (-a);$$

$$\left(-1\frac{1}{2}x^2y^3z\right)^3; \quad (2ax^2)^2 \cdot (ax)^3; \quad (-0,4m^3)^2 \cdot (-10mn^2)^3$$

Завдання 8. Обчисліть за моделлю.

| | |
|--------|--|
| Модель | $2a^4b$, якщо $a = -1$, $b = 5$ |
| | $2a^4b = 2(-1)^4 \cdot 5 = 2 \cdot 1 \cdot 5 = 10$ |

- | | |
|--|--|
| <p>1) $-x^3y^2$,
якщо $x = 3$, $y = 0,2$;</p> <p>3) $2p^2q^3$,
якщо $p = 1,5$, $q = -10$;</p> <p>5) $-\frac{2}{3}x^2z^4$,
якщо $x = \frac{1}{2}$, $z = -3$;</p> | <p>2) $-0,5m^3n$,
якщо $m = -\frac{1}{2}$, $n = -0,2$;</p> <p>4) $-8ab^5$,
якщо $a = 0,1$, $b = -2$;</p> <p>6) $-\frac{4}{9}x^3y^2z^3$,
якщо $x = 3$, $y = 5$, $z = -1$.</p> |
|--|--|

Степінь одночлена стандартного вигляду – це сума показників степенів всіх змінних.

Приклади:

15 – одночлен нульового степеня;

$47x$ – одночлен першого степеня;

$14b^2$ – одночлен другого степеня;

$6x^3$ – одночлен третього степеня;

$17x^3y^5$ – одночлен восьмого степеня.

У показнику степеня може бути будь-яке число.

Наприклад, a^{2x+3} .

Завдання 9. Укажіть степінь одночлена (з'єднайте їх лініями).

| | | |
|----------------------------|------|-------------------------|
| $7pq$ | 0 | $-\frac{1}{3}x^3y^4$ |
| $-\frac{1}{3}z^3$ | 1 | $x^4y^5z^3$ |
| $5a^3x^6$ | 2 | $-\frac{4}{5}xyz^3$ |
| $-\frac{1}{5}c^9d^6$ | 3 | $15x^5y^5d^5$ |
| $10a^5bc$ | 4 | $-\frac{3}{7}x^2y^7$ |
| $-\frac{1}{35}$ | 5 | $17cd^5$ |
| $6x^5y^3$ | 6 | $-\frac{2}{7}a^2b^3c^3$ |
| $-\frac{2}{9}a^2b^5c^3d^2$ | 7 | $5m^2n$ |
| $9x^2y^2$ | 8 | $-\frac{1}{9}y^2$ |
| $5m^2n^3$ | 9 | $-\frac{1}{4}ab^3$ |
| $-\frac{1}{15}x$ | 12 | 7 |
| $-\frac{3}{5}x^2y^4$ | 15 | $5a$ |

Многочлен – це сума або різниця одночленів.

Наприклад:

$$a^2 - 2ab + bc - 3c + 5;$$

$$x^2 + x + 9;$$

$$3a + 5b - 10c;$$

$$15a^2b + 2a^3b^2 - xy.$$

Одночлени, що входять до многочлена, називають його **членами**.

Зведення подібних членів

Словник

| Українська | Російська | Англійська | Французька |
|---|--|---|---|
| подібний
подібні члени | подобный
подобные
члены | similar, like
like terms | semblable
terms semblables |
| зводити/звести
подібні;
подібні зведені | приводить/
привести
подобные;
подобные
приведены | to combine like
terms;

like terms are
combined | reduire les terms
semblables;

terms semblable
sont réduits |
| зведення
подібних | приведение
подобных | combination of
like terms | reduction du
terms semblables |
| відрізнятися | отличаться | to differ | différer |
| знаходити/
знайти | находить/найти | to find | trouver / trouver |
| записати
записаний | записать
записан | to write down | écrire
enregistré |

Подібні одночлени – це одночлени, які відрізняються лише числовими коефіцієнтами або нічим не відрізняються.

Наприклад: $9a^5b^2$; $-25a^5b^2$; $0,8a^5b^2$ – подібні одночлени.

Звести подібні члени – це знайти суму подібних одночленів.

Приклади:

$$1) \underline{5ab} - \underline{4a} - \underline{2ab} + \underline{6a} + \underline{\frac{1}{2}ab} - \underline{\frac{3}{2}ab} + c = 5ab - 2ab + \frac{1}{2}ab - \frac{3}{2}ab - 4a + 6a + c = 2ab + 2a + c;$$

$$2) 2a^2 - \cancel{3ab} - b^2 + \cancel{3ab} = 2a^2 - b^2.$$

Завдання 10. Зведіть подібні члени в многочленах:

1) $x^2 - 4xy + 3a^2 + 8xy - 5a^2$;

2) $-0,5p^2 - q^2 + 2,2p^2 + 0,8q$;

3) $-0,1x^2 + 0,37a^2 + 4,41ax - 1,14a^2 + 0,93x^2$;

4) $27m^5 - 17m^3 - 7 + 10m^{30} - 30m^5$;

5) $5a^2 - 8xy + 10ax + 8xy - 16ax + 6ax$;

- 6) $\frac{2}{3}xy^3 - \frac{3}{5}x^3y - 1\frac{1}{3}xy^3 + 2x^3y$;
 7) $a^3 - 2a^2 + 3a - 5a^2$;
 8) $4x - 3x \cdot 2y - 5y - 8xy$;
 9) $x \cdot 3x^3 + 2x \cdot x^2 - 7x^2 \cdot x^2$;
 10) $3a - 7a \cdot (-2a^2)^2 + a^5 + 2a$;
 11) $(2y^2)^3 + 4 \cdot 3y^5 - 5y - 9 - 3y^6 + y$;
 12) $(-5x) \cdot 2x - x^2 \cdot (x^3)^2 + 6x^2 + 10 + x^3 \cdot 4x^5 - 3x^3 \cdot x^2 - 7$.

Многочленом стандартного вигляду називають такий многочлен, у якому всі одночлени записані в стандартному вигляді та зведені подібні члени.

Наприклад: $5x^3 + 4ax^2 - 17$; $3x^5 - 8x + 3$; $7x^6 - 5xa^2 + 4a - 9$;
 $x^2 + x + 9$ – многочлени стандартного вигляду.

Степінь многочлена стандартного вигляду – це найбільший степінь його одночленів.

Наприклад: $5x^2y^3 + 2x + 7$; $3xy^4 - x^3$; $7x^5 - 17x^2 + 5$ – многочлени п'ятого степеня.

Завдання 11. Укажіть степінь многочлена, для чого з'єднайте елементи лініями.

| | | |
|---|----------|---------------------------------------|
| $5x^2y^3 + 2x + 7$ | 1 | $-\frac{1}{7}c^2d - 5cd + 4d^2 - 2$ |
| $7x - 14y + 15$ | 3 | $\frac{2}{9}a^7 + b^2 - 9$ |
| $\frac{1}{8}abcd^5 + \frac{1}{4}abcd^4 + \frac{1}{2}abcd^3$ | 5 | $4p^3 - 3p^5q^3 - q^5$ |
| $5x^3 + 4ax^2 - 17$ | 7 | $\frac{1}{3}x^9 - \frac{2}{3}y^2 + 1$ |
| $a^7b^2 + a^5b - a^3b^2$ | 8 | $\frac{3}{7}xy^4 - x^3$ |
| $-x^2yz^4 + 2xy^3z + 15$ | 9 | $-\frac{2}{5}p + q$ |

Арифметичні дії з многочленами

Словник

| Українська | Російська | Англійська | Французька |
|-------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| спадати | убывать | to decrease | décroître |
| спадна
ступінь | убывающая
степень | decreasing
degree | degré
décroissant |

1. Додавання й віднімання многочленів

Правило: Щоб додати многочлени або відняти один многочлен від іншого, потрібно:

- 1) розкрити дужки;
- 2) звести подібні члени.

Приклади:

$$1) (a^2b - ac^2) + (3ac^2 - a^2b) = a^2b - ac^2 + 3ac^2 - a^2b = 2ac^2;$$

$$2) (a^2b - ac^2) - (3ac^2 - a^2b) = a^2b - ac^2 - 3ac^2 + a^2b = 2a^2b - 4ac^2.$$

Завдання 12. Виконайте додавання й віднімання многочленів:

а)

$$1) (3x^2 - 4xy + 5y^2) - (7x^2 - 8xy + 13y^2) + (x^2 - xy + 3y^2);$$

$$2) -(ab - 4a^2 + 3b^2) + (a^2 - 4ba - 3b^2);$$

$$3) 1 - (1 + x) + (1 + x + x^2) - (1 + x + x^2 + x^3) + (1 + x + x^2 + x^3 + x^4);$$

$$4) 2p - (1 - p^2 - p^3) - (2p + p^2 - p^3);$$

$$5) 5a^4 - 2a^3 - (4a^4 - 2a^3 + 1);$$

$$6) 2 + xy - x^2 - (y^2 - 2xy + 4);$$

б)

$$1) (n^3 + 3n^2 + 3n + 1) - (3n - 5 + 2n^2 - n^4);$$

$$2) (-5xy - 4x^2) + (y^2 + y^3) - (3x^2 - 5xy + y^2 + 15);$$

$$3) \left(\frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{3}x + 9 \right) + \left(\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x + x^3 - 4 \right);$$

$$4) (0,8x^3 + 1,2x^2 - 3) - (4,5x^2 - x - 0,3) + (0,2x^3 - 1,2x^2 + 3,3);$$

$$5) (36cx^2 + 18c^2x) - (13c^2x - 16cx^2 - x);$$

$$6) 2\frac{1}{2}ax^2z + 1\frac{1}{3}x^2z - \left(\frac{4}{3}zx^2 + \frac{5}{2}ax^2z \right).$$

2. Множення многочлена на одночлен

Правило: щоб помножити многочлен на одночлен, потрібно:

- 1) кожен член многочлена помножити на одночлен;
- 2) додати результати.

Приклад:

$$(2a^2b - 3ab^2 + b^3) \cdot (-2ab^2) = 2a^2b \cdot (-2ab^2) + (-3ab^2) \cdot (-2ab^2) + b^3 \cdot (-2ab^2) = -4a^3b^3 + 6a^2b^4 - 2ab^5.$$

Завдання 13. Виконайте множення многочлена на одночлен:

- 1) $(2x^2 + 3y) \cdot 3x$;
- 2) $(4z^3 - mn) \cdot 0,5mz^2$;
- 3) $(a^2 - ab + 2b^2) \cdot (-2ab)$;
- 4) $(a^3 + b^3) \cdot (-3ab)$;
- 5) $\left(-\frac{1}{3}xy + 2x^2\right) \cdot (-3x)$;
- 6) $\left(1\frac{2}{3}x - x^2 - \frac{2}{3}\right) \cdot (-9xy^2)$;
- 7) $(3x^24x + 5) \cdot 2x^3$;
- 8) $(0,5t^3 - 1,2t^2 + t - 0,2) \cdot 10t^2$;
- 9) $\left(\frac{1}{3}z^4 - \frac{2}{5}z^3 - 2z + \frac{3}{5}\right) \cdot (-15yz^2)$;
- 10) $-2nx \cdot (-3x^3 - 5x^2n + x - 4n^2)$;
- 11) $-\frac{2}{3}xy^2 \cdot (6x^4 - 3x^2y - xy^2 - 9xy)$;
- 12) $-2\frac{2}{3}p^3q \cdot \left(6pq^2 + \frac{3}{7}p^2\right)$.

3. Множення многочленів

Правило: щоб помножити многочлени, потрібно:

- 1) кожен член першого многочлена помножити на кожен член другого многочлена;
- 2) звести подібні члени.

Приклад:

$$(a + 4b^2) \cdot (3ab - b) = 3a^2b - ab + 12ab^3 - 4b^3.$$

Завдання 14. Виконайте множення многочленів:

a)

1) $(2x + 1)(1 - x)$;

2) $(a^2 - b)(a - b^2)$;

3) $(2x + 3)(3x - 2)$;

4) $(p - 1)(p^2 + p + 1)$;

5) $(2a + b - c) \cdot (2a + b + c)$;

6) $(x^2 + xy + y^2) \cdot (2x^2 - 3xy + 4y^2)$.

б)

1) $(p^2 - 2p + 1)(p - 1)$;

2) $(2,5x + 7y)(7y - 2,5x)$;

3) $(a^3 + 3a^2 + 2)(a - 5)$;

4) $(x^3 + 2x^2y - 5xy^2 - 3y^3)(5x - 4y)$;

5) $2(3x - 1) \cdot (2x + 5) - 6(2x - 1) \cdot (x + 2)$;

6) $5(2x + 3) \cdot (x + 2) - 2(5x - 4) \cdot (x - 1)$.

4. Ділення многочлена на одночлен

Правило: щоб розділити многочлен на одночлен, потрібно:

1) кожен член многочлена розділити на цей одночлен;

2) додати результати.

Приклад:

$$(2x^6 + x^4 - 3x^2 + 4x) : 2x = x^5 + \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x + 2.$$

Завдання 15. Виконайте ділення многочленів на одночлен:

1) $(m^2n - mn) : 3m$;

2) $(-15a^3b^2 + 5ab^3) : (-5ab)$;

$$3) (6xz^5 + 9x^2z^3 + 12x^3z) : (-3xz);$$

$$4) (10p^2q^3 + 8pq^5 - 6q^7) : 2q^3;$$

$$5) (18x^9 + 15x^7 - 12x^5 + 9x^3 - 7x^2) : (-2x^2);$$

$$6) (m^4n^3 - 9m^3n^3 - 6m^3n^2 + 15m^2n^3 + 3m^2n^2) : (3m^2n^2).$$

5. Ділення многочлена на многочлен від однієї змінної x

Степінь діленого повинен бути більше або дорівнювати степеню дільника.

Многочлени записуємо за спаданням степеня змінної.

Ділимо в стовпчик.

Частку й остачу від ділення знаходимо так:

1. Ділимо старший член діленого на старший член дільника.
2. Множимо дільник на отриманий результат ділення. Записуємо під елементами діленого.
3. Віднімаємо цей добуток від діленого й отримуємо остачу.
4. Якщо степінь остачі більше степеня дільника, то продовжуємо ділення.

Приклад.

Розділити $x^3 + x - 2$ на $(x - 1)$.

$$\begin{array}{r} x^3 + x - 2 \\ \underline{x^3 - x^2} \\ x^2 + x - 2 \\ \underline{x^2 - x} \\ 2x - 2 \\ \underline{2x - 2} \\ 0 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} x - 1 \\ x^2 + x + 2 \end{array} \right.$$

Звідси $x^3 + x - 2 = (x - 1)(x^2 + x + 2)$, многочлен $x^3 + x - 2$ ділиться на многочлен $x - 1$ без остачі.

Відповідь: $\frac{x^3 + x - 2}{x - 1} = x^2 + x + 2.$

Приклад.

Розділити $x^4 + 2x^2 - 5$ на $x^2 + 2x + 2$.

$$\begin{array}{r} x^4 + 2x^2 - 5 \quad \left| \begin{array}{l} x^2 + 2x + 2 \\ x^2 - 2x + 4 \end{array} \right. \\ \underline{x^4 + 2x^3 + 2x^2} \\ -2x^3 - 5 \\ \underline{-2x^3 - 4x^2 - 4x} \\ 4x^2 + 4x - 5 \\ \underline{4x^2 + 8x + 8} \\ -4x - 13 \end{array}$$

Степінь остачі менше за степінь дільника.

$$\frac{x^4 + 2x^2 - 5}{x^2 + 2x + 2} = x^2 - 2x + 4 + \frac{-4x - 13}{x^2 + 2x + 2};$$

$x^2 - 2x + 4$ – це ціла частина, а $(-4x - 13)$ – це остача.

$$\text{Відповідь: } \frac{x^4 + 2x^2 - 5}{x^2 + 2x + 2} = x^2 - 2x + 4 - \frac{4x + 13}{x^2 + 2x + 2}.$$

Завдання 16. Виконайте ділення многочлена на многочлен:

1) $\frac{x^3 + 4x^2 - 24}{x - 2};$

2) $\frac{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}{x - 1};$

3) $\frac{x^4 + 5x^3 + 4x^2 - 24x - 24}{x + 1};$

4) $\frac{x^3 + 6x^2 - 4x - 24}{x + 6};$

5) $\frac{2x^3 - 3x^2 - 11x + 6}{x - 3};$

6) $\frac{2a^3 + 9a^2 + 11a + 2}{a + 2}.$

Дробові алгебраїчні вирази

Вирази, які містять дії ділення многочлена на многочлен, одночлена на многочлен чи одночлен, називають **дробовими алгебраїчними виразами**, або **алгебраїчними дробами**.

Алгебраїчні дроби можна додавати, віднімати, множити, ділити, підносити до степеня.

Для алгебраїчних дробів правильними є всі правила додавання, віднімання, множення, ділення, піднесення до степеня, скорочення дробів.

Під час цих дій виникає необхідність знайти область допустимих значень (ОДЗ) алгебраїчного дроби й розкласти многочлени чисельника та знаменника дроби на множники, якщо це можливо.

Приклад.

Виконайте дії з алгебраїчними дробами:

$$1. \frac{2a+3b}{a-b} + \frac{5a-2b}{a-b} = \frac{2a+3b+5a-2b}{a-b} = \frac{7a+b}{a-b}, \quad a \neq b.$$

$$2. \frac{2c+d}{d-c} - \frac{5c-3d}{d-c} = \frac{2c+d-5c-3d}{d-c} = \frac{2c+d-5c+3d}{d-c} = \\ = \frac{4d-3c}{d-c}, \quad d \neq c.$$

$$3. \frac{x+2}{x-3} + \frac{x-1}{x+1} = \frac{(x+2)(x+1) + (x-3)(x-1)}{(x-3)(x+1)} = \\ = \frac{x^2 + \cancel{x} + 2x + 2 + x^2 - \cancel{x} - 3x + 3}{(x-3)(x+1)} = \frac{2x^2 - x + 5}{(x-3)(x+1)},$$

$$x \neq 3, x \neq -1.$$

$$4. \frac{2x}{x-2} \cdot \frac{3x+5}{x-1} = \frac{2x}{x-2} \cdot \frac{3x+5}{x-1} = \frac{6x^2 + 10x}{x^2 - 2x - x + 2} = \\ = \frac{6x^2 + 10x}{x^2 - 3x + 2}, \quad x \neq 2, x \neq 1.$$

$$5. \frac{2x+y}{y-2x} : \frac{x+y}{3x-2y} = \frac{2x+y}{y-2x} \cdot \frac{3x-2y}{x+y} = \frac{2x+y}{y-2x} \cdot \frac{3x-2y}{x+y} =$$

$$= \frac{6x^2 - 4xy + 3xy - 2y^2}{yx + y^2 - 2x^2 - 2xy} = \frac{6x^2 - xy - 2y^2}{y^2 - xy - 2x^2}, y \neq 2x, x \neq -y.$$

Завдання 17. Знайдіть ОДЗ та виконайте дії з алгебраїчними дробами:

$$1. \frac{3x+5y}{7x-y} + \frac{6x-4y}{7x-y}.$$

$$2. \frac{3x+2y}{x-y} - \frac{2x-y}{x-y}.$$

$$3. \frac{3x+5y}{2x+3y} - \frac{2x-5y}{x-y}.$$

$$4. \frac{x+3y}{3x-4y} \cdot \frac{x+2y}{x-y}.$$

$$5. \frac{2x-3}{3x+y} : \frac{3x-y}{x-y}.$$

Теоретичні питання з теми «Раціональні алгебраїчні вирази»

1. Що таке змінна величина?
2. Що таке постійна величина?
3. Що таке алгебраїчний вираз?
4. Який алгебраїчний вираз називають цілим?
5. Який алгебраїчний вираз називають дробовим?
6. Що таке раціональний алгебраїчний вираз?
7. Що таке область визначення алгебраїчного виразу?
8. Що таке одночлен?
9. Що таке степінь одночлена?
10. Що таке подібні одночлени?
11. Що таке многочлен?
12. Що означає «звести подібні члени»?
13. Що таке степінь многочлена?
14. Що таке алгебраїчний дріб?
15. Які дії можна виконувати з алгебраїчними дробами?

Домашнє завдання

Виконайте дії:

- 1) $6(3a + 4b) - 8(5a - b) + (a - b)$;
- 2) $10x(5x^2 - 7y) - 6x(5y + 7x^2) - 3xy$;
- 3) $(a^3 + 2a^2b - 5ab^2 - 3b^3) \cdot (5a - 4b)$;
- 4) $(u - 1) \cdot (u - 2) \cdot (u - 3) \cdot (u - 4)$;
- 5) $\frac{3x^3 + 5x^2 + 7x + 5}{x + 1}$;
- 6) $\frac{4a^4 - 2a^3 + 10a^2 - 3a - 1}{2a - 1}$.

ТЕСТИ

1. Який алгебраїчний вираз є цілим?

| А | Б | В | Г | Д |
|-------------|---------------|----------------------------------|---------------|------------------------------|
| $x(3 + 5y)$ | $\frac{x}{y}$ | $\frac{a + 4b}{c} + \frac{c}{9}$ | $(a : b) - c$ | Усі відповіді
неправильні |

2. Який алгебраїчний вираз є дробовим?

| А | Б | В | Г | Д |
|------------------------------|------------------------|-------------------|----------------------------|------------------------------|
| $\left(\frac{a}{3}\right)^2$ | $a + 4b + \frac{c}{9}$ | $\frac{1}{a + b}$ | $\frac{100a + 10b - c}{5}$ | Усі відповіді
неправильні |

3. Виконайте множення многочленів $(x - 3)(x + 7)$.

| А | Б | В | Г | Д |
|-----------------|-----------------|------------------|------------|------------------------------|
| $x^2 - 4x - 21$ | $x^2 + 4x - 21$ | $x^2 - 10x - 21$ | $x^2 - 21$ | Усі відповіді
неправильні |

4. Виконайте множення та зведіть подібні члени

$$-9z(z - 3) + 4,5z(2z - 4).$$

| А | Б | В | Г | Д |
|-------|--------|-------|------|------------------------------|
| $45z$ | $-45z$ | $-9z$ | $9z$ | Усі відповіді
неправильні |

5. Знайдіть область визначення алгебраїчного дробу $\frac{7x}{3x+5}$.

| А | Б | В | Г | Д |
|------------|-----------------------|----------------------|---------------------------------|---------------------------|
| $x \neq 0$ | $x \neq -\frac{5}{3}$ | $x \neq \frac{3}{5}$ | $x \neq 0, x \neq -\frac{5}{3}$ | Усі відповіді неправильні |

6. Знайдіть область визначення алгебраїчного дробу $\frac{3y+1}{y^2-1}$.

| А | Б | В | Г | Д |
|-----------------------|------------|------------|-----------------------|---------------------------|
| $y \neq -\frac{1}{3}$ | $y \neq 1$ | $y \neq 3$ | $y \neq -1, y \neq 1$ | Усі відповіді неправильні |

7. Виконайте множення дробів $\frac{x-2}{x+3} \cdot \frac{x}{2-x}$.

| А | Б | В | Г | Д |
|-----------------|---------------------------|--------------------------|------------------|---------------------------|
| $\frac{x}{x-3}$ | $\frac{x^2-2x}{x^2-5x+6}$ | $\frac{x^2-2x}{x^2+x+6}$ | $-\frac{x}{x+3}$ | Усі відповіді неправильні |

8. Виконайте множення дробів $\frac{a^2-25}{a-1} \cdot \frac{1}{a-5}$.

| А | Б | В | Г | Д |
|--------------------|-----------------|-------|---------------------------|---------------------------|
| $\frac{a+25}{a-1}$ | $\frac{1}{a-1}$ | $a+5$ | $\frac{a^2-25}{a^2+6a+5}$ | Усі відповіді неправильні |

9. Виконайте ділення дробів $\frac{6x^2}{m^3n} : \frac{7x}{3mn^2}$.

| А | Б | В | Г | Г |
|--------------------|---------------------|--------------------|--------------------|---------------------------|
| $\frac{2x}{7m^2n}$ | $\frac{18xn}{7m^2}$ | $\frac{18x}{m^2n}$ | $\frac{2xn}{7m^2}$ | Усі відповіді неправильні |

10. Виконайте ділення дробів $\frac{a^2}{a-3} : \frac{5a^2}{a^2-9}$.

| А | Б | В | Г | Г |
|--------------------|--------------------|-----------------|-----------------|---------------------------|
| $\frac{5a^4}{a+3}$ | $\frac{a+3}{5a^4}$ | $\frac{a+3}{5}$ | $\frac{5}{a+3}$ | Усі відповіді неправильні |

7.2. Формули скороченого множення та перетворення алгебраїчних виразів

Словник

| | | | |
|--|--|--|--------------------------------------|
| <i>Українська</i> | <i>Російська</i> | <i>Англійська</i> | <i>Французька</i> |
| скорочувати/
скоротити | сокращать/
сократить | to abridge,
to reduce | abrégger, reduire |
| скорочений,
скорочене
множення | сокращенный,
сокращенное
умножение | abridged
abridged
multiplication | abrégé,
multiplication
abrégée |
| скорочення | сокращение | abbreviation | abreviation |
| повний
неповний | полный
неполный | complete,
incomplete | complet,
incomplet |
| розкладати/
розкласти | раскладывать/
разложить | to decompose | décomposer |
| розкладання | разложение | decomposition | décomposition |
| перетворити | преобразовать | to converter | convertir |
| перетворення | преобразование | convertation | convertation |
| винесення | вынесение | imposition | imposition |
| групування | группировка | grouping | regroupement |
| тричлен | трехчлен | trinomial | trinôme |
| застосовувати/
застосувати
формулу | применять /
применить
формулу | to apply a
formula | appliquer
une formule |
| скористатися
формулою | воспользоваться
формулой | to use a formula | utiliser une
formule |
| той самий | один и тот же | the same | le même |
| такий самий | такой же | same | même |

Формули скороченого множення

Під час множення многочленів часто повторюються деякі дії, які можна записати у вигляді формул. Вони дозволяють швидко виконати обчислення.

| <i>Формула</i> | <i>Приклади</i> |
|--|--|
| <i>Різниця квадратів
двох чисел:</i>
$a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$ | 1) $9a^2 - 4 = (3a - 2) \cdot (3a + 2)$;
2) $35^2 - 25^2 = (35 - 25) \cdot (35 + 25) =$
$= 10 \cdot 60 = 600$ |

| | |
|--|---|
| Квадрат суми
двох чисел:
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ | 1) $(3x+2)^2 = (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 2 + 2^2 = 9x^2 + 12x + 4;$
2) $101^2 = (100+1)^2 = 100^2 + 2 \cdot 100 \cdot 1 + 1^2 = 10201$ |
| Квадрат різниці
двох чисел:
$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ | 1) $(2y-3)^2 = (2y)^2 - 2 \cdot 2y \cdot 3 + 3^2 = 4y^2 - 12y + 9;$
2) $99^2 = (100-1)^2 = 100^2 - 2 \cdot 100 \cdot 1 + 1^2 = 9801$ |
| Куб суми
двох чисел:
$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ | $(2a+b)^3 = (2a)^3 + 3 \cdot (2a)^2 \cdot b + 3 \cdot 2a \cdot b^2 + b^3 = 8a^3 + 12a^2b + 6ab^2 + b^3$ |
| Куб різниці
двох чисел:
$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ | $(p-3q)^3 = p^3 - 3 \cdot p^2 \cdot 3q + 3 \cdot p \cdot (3q)^2 - (3q)^3 = p^3 - 9p^2q + 27pq^2 - 27q^3$ |
| Сума кубів
двох чисел:
$a^3 + b^3 = (a+b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$ | $(4x)^3 + 125 = (4x+5) \cdot (16x^2 - 20x + 25)$ |
| Різниця кубів
двох чисел:
$a^3 - b^3 = (a-b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$ | $z^3 - 8 = (z-2)(z^2 + 2z + 4)$ |

Неповний квадрат суми: $a^2 + ab + b^2$.

Неповний квадрат різниці: $a^2 - ab + b^2$.

Завдання 1. Виконайте дії за допомогою формул скороченого множення:

а)

1) $(x^2 + 1)^2$; 2) $(5x^2 - 7y^2)^2$; 3) $(x^2 + y^2)^3$;

4) $(3x^3y - 2)^2$; 5) $(5x - 4)(5x + 4)$; 6) $(0,1m - 0,2)^3$

7) $49p^2 - 16q^2$; 8) $64a^3 - b^3$; 9) $(x + 2) \cdot (x^2 - 2x + 4)$;

б)

- 1) $3(2-y)^2 + 4(y-5)^2$;
- 2) $4(a+1)^2 + 3(a-1)^2 - 5(a+1) \cdot (a-1)$;
- 3) $(x-1)^2 - 4(x+1)^2 - 6(x+1) \cdot (x-1)$;
- 4) $(2-a)^2 - 8(1-a)^2 - 5(1+a) \cdot (1-a)$;
- 5) $(2x-1)^3 - (2x+1)^3$;
- 6) $(2a+3b)^3 - (2a-3b)^3$;
- 7) $3(b+2)^2 + (2b-1)^2 - 7(b+3) \cdot (b-3)$;
- 8) $4(x+3y)^2 + 3(4x-y)^2 - 2(x+y) \cdot (x-y)$.

Завдання 2. Напишіть замість * потрібні вирази формул скороченого множення:

- 1) $(* + ab)^2 = 1 + * + *$;
- 2) $(3ab^2 - *)^2 = * - 12ab^2c + *$;
- 3) $(* + *)(* - d) = c^4 - *$;
- 4) $(* + *)^2 = 9x^2 + * + 25y^2$;
- 5) $(7p - *)^2 = * - 28pq^3 + *$;
- 6) $(* - *)^2 = 16x^4 - 8x^2y + *$.

Завдання 3. Обчисліть за допомогою формул скороченого множення:

а)

- 1) $51,5^2 - 49,5^2$;
- 2) $11,3^2 - 1,3^2$;
- 3) $84^2 - 16^2$;
- 4) $47^2 - 37^2$;
- 5) $790^2 - 210^2$;

б)

- 1) 51^2 ;
- 2) 62^2 ;
- 3) 79^2 ;
- 4) $35^2 - 15^2$;
- 5) 81^2 ;
- 6) 202^2 ;
- 7) $0,98^2$;
- 8) $136^2 - 64^2$;
- 9) $\left(3\frac{2}{3}\right)^2 - \left(1\frac{1}{3}\right)^2$;
- 10) $103 \cdot 97$;
- 11) $0,95 \cdot 1,05$.

Розкладання многочлена на множники

Часто для спрощення дробових алгебраїчних виразів виникає необхідність записати многочлен у вигляді двох і більше многочленів, тобто перетворити його. Перетворення многочлена

до вигляду добутку многочленів називають розкладанням многочлена на множники.

Розкласти многочлен на множники означає записати його як добуток декількох множників – одночленів і/або многочленів.

Запам'ятайте синонімічні вирази

перетворити многочлен до вигляду добутку =
записати многочлен у вигляді добутку многочленів =
розкласти многочлен на множники

Основні способи розкладання многочлена на множники

1. Винесення спільного множника за дужки.

Приклад:

розкласти на множники многочлен $a^3b - a^2b^2 - 3ab^2$.
 $a^3b - a^2b^2 - 3ab^2 = ab \cdot a^2 - ab \cdot ab - ab \cdot 3b = ab \cdot (a^2 - ab - 3b)$.

2. Спосіб групування.

Приклад:

розкласти на множники многочлен $ac + ad + bc + bd$.
 $ac + ad + bc + bd = (ac + ad) + (bc + bd) = a(c + d) + b(c + d) =$
 $= (c + d)(a + b)$.

3. Застосування формул скороченого множення.

Приклад:

розкласти на множники многочлен $x^2 + 4xy + 4y^2 - 9z^2$.
 $x^2 + 4xy + 4y^2 - 9z^2 = (x^2 + 4xy + 4y^2) - 9z^2 = (x + 2y)^2 - 9z^2 =$
 $= (x + 2y - 3z) \cdot (x + 2y + 3z)$.

Завдання 4. Розкладіть на множники різними способами:

- | | |
|--------------------------------|---------------------------------|
| 1) $m^3 - mn^2 + n^3 - nm^2$; | 2) $20z^2 + 3xy - 15xz - 4yz$; |
| 3) $z^3 - 4z + 16 - 4z^2$; | 4) $15x^2 + 2yz - 5xz - 6xy$; |
| 5) $8 + 12k + 6k^2 + k^3$; | 6) $mp + 10n^2 - 2mn - 5np$. |

Перетворення алгебраїчних дробів

Перетворювати алгебраїчні дроби можна так:

1. Чисельник і знаменник алгебраїчного дроби можна помножити на той самий многочлен або одночлен, нерівний нулю.

2. Чисельник і знаменник алгебраїчного дроби можна поділити на той самий многочлен або одночлен, нерівний нулю. Це перетворення називають *скороченням алгебраїчного дроби*.

Скорочення алгебраїчних дробів

Щоб скоротити алгебраїчний дріб, потрібно чисельник і знаменник розкласти на множники.

Якщо чисельник і знаменник мають спільні множники, то їх можна скоротити.

Приклад:

$$\frac{a^{10}}{a^{13}} = \frac{\cancel{a^{10}}}{\cancel{a^{10}} \cdot a^3} = \frac{1}{a^3}.$$

Запам'ятайте!

Скорочувати можна тільки однакові букви!

Приклад:

$$\frac{a^{\cancel{2}} \cdot b^2 \cdot c^3}{c \cdot a^{\cancel{2}} \cdot b^3} = \frac{b^{\cancel{2}} \cdot c^3}{c \cdot a^2 \cdot b^{\cancel{1}}} = \frac{c^{\cancel{2}}}{\cancel{c} \cdot a^2 \cdot b} = \frac{c^2}{a^2 \cdot b}$$

Запам'ятайте!

Скорочувати многочлен можна, тільки якщо в дужках стоїть такий самий многочлен!

Приклад.

$$\frac{3(x-y)}{x(y-x)} = \frac{3(\cancel{x-y})}{-x(\cancel{x-y})} = -\frac{3}{x}$$

Запам'ятайте!

Не можна скорочувати частину доданків!

Неправильно:

$$\frac{2\cancel{a} + 2b}{3\cancel{a} + 3b}$$

Правильно – винести спільний множник за дужку.
Множник можна скоротити.

$$\frac{2a + 2b}{3a + 3b} = \frac{2(a + b)}{3(a + b)} = \frac{2\cancel{(a + b)}}{3\cancel{(a + b)}} = \frac{2}{3}$$

У більш складних прикладах використовують формули скороченого множення.

Приклад.

Виконати дії:

$$\begin{aligned} 1) & \left(\frac{a}{a^2 - 4} + \frac{2}{2 - a} + \frac{1}{a + 2} \right) : \left(a - 2 + \frac{10 - a^2}{a + 2} \right) = \\ & = \left(\frac{a}{(a - 2) \cdot (a + 2)} - \frac{2}{a - 2} + \frac{1}{a + 2} \right) : \left(\frac{(a - 2) \cdot (a + 2) + 10 - a^2}{(a + 2)} \right) = \\ & = \frac{a - 2(a + 2) + a - 2}{(a - 2) \cdot \cancel{(a + 2)}} \cdot \frac{\cancel{(a + 2)}}{\cancel{a^2} - 4 + 10 - \cancel{a^2}} = \\ & = \frac{\cancel{a} - 2\cancel{a} - 4 + \cancel{a} - 2}{a - 2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{-6}{a - 2} \cdot \frac{1}{6} = -\frac{1}{a - 2} = \frac{1}{2 - a}, \quad a \neq 2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) & \left(\frac{x + 5}{x^2 - 81} + \frac{x + 7}{x^2 - 18x + 81} \right) \cdot \left(\frac{x + 3}{x - 9} \right)^2 + \frac{x + 7}{x + 9} = \\ & = \left(\frac{x + 5}{(x - 9)(x + 9)} + \frac{x + 7}{(x - 9)^2} \right) \cdot \frac{(x - 9)^2}{(x + 3)^2} + \frac{x + 7}{x + 9} = \\ & = \left(\frac{(x + 5)(x - 9) + (x + 7)(x + 9)}{\cancel{(x - 9)^2} (x + 9)} \right) \cdot \frac{\cancel{(x - 9)^2}}{\cancel{(x + 3)^2}} + \frac{x + 7}{x + 9} = \\ & = \frac{x^2 + 5x - 9x - 45 + x^2 + 7x + 9x + 63}{x + 9} \cdot \frac{1}{(x + 3)^2} + \frac{x + 7}{x + 9} = \\ & = \frac{2x^2 + 12x + 18}{(x + 9)(x + 3)^2} + \frac{x + 7}{x + 9} = \frac{2(x^2 + 6x + 9)}{(x + 9)(x + 3)^2} + \frac{x + 7}{x + 9} = \end{aligned}$$

$$= \frac{2(x+3)^2}{(x+9)(x+3)^2} + \frac{x+7}{x+9} = \frac{2}{x+9} + \frac{x+7}{x+9} = \frac{2+x+7}{x+9} = \frac{x+9}{x+9} = 1,$$

$$x \neq -9.$$

Завдання 5. Виконайте дії:

а)

$$1) \frac{x^2 - 49b^2}{x - 7b};$$

$$2) \frac{64k^2 - 48km + 9m^2}{-8k + 3m};$$

$$3) \frac{(a+1)^3 - b^3}{a+1-b};$$

$$4) \frac{6-y}{y+4} + \frac{2y+1}{y+4} + 7;$$

$$5) \frac{2-3b}{b(b+4)} - \frac{5}{b} + \frac{3}{b+4};$$

$$6) \frac{12ac^2}{-b^6} : \frac{-18a^2c}{b^4};$$

$$7) \frac{36u^7}{a^2b+b^3} \cdot \frac{a^2+b^2}{9u^5};$$

$$8) \frac{c-2}{c-3} \cdot \left(c + \frac{c}{2-c} \right).$$

б)

$$1) \frac{t+5}{-12+7t-t^2} + \frac{t+3}{t^2-9t+20}; \quad 2) \frac{2}{9p-12q} - \frac{3}{9p+12q} + \frac{5p}{16q^2-9p^2};$$

$$3) \frac{2ua-3u-10a+15}{2au-8u} \cdot \frac{a^2-16}{u^2-25}; \quad 4) \frac{6xy-5y+6x-5}{5y-5xy+2-2x} : \frac{y^2-1}{x^2-1};$$

$$5) \left(u - \frac{u^2+9}{u+3} \right) \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{u-3} \right); \quad 6) \left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{ab} + \frac{1}{a^2} \right) : \left(\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a} \right).$$

в)

$$1) \frac{39a^2-12ab}{36a^2-4b^2} \cdot \frac{2b+6a}{3a} - \frac{3a-2b}{2b+3a} : \frac{3ab-2b^2}{9a^2+12ab+4b^2};$$

$$2) \frac{2x-4}{x^3-x^2+3} : \frac{x-2}{x} - \frac{1}{x^2+2x+1} : \frac{1}{x+1} + \frac{1-2x}{x^2-1} \cdot \frac{x-1}{x^2-x+1};$$

$$3) \left(\frac{2x^2y+2xy^2}{7x^3+x^2y+7xy^2+y^3} \cdot \frac{7x+y}{x^2-y^2} + \frac{x-y}{x^2+y^2} \right) \cdot (x^2-y^2);$$

$$4) \left(\frac{2x^2+x}{x^3-1} - \frac{x+1}{x^2+x+1} \right) \cdot \left(1 + \frac{x+1}{x} - \frac{x^2+5x}{x^2+x} \right);$$

$$5) \left(\frac{2x^2 + 3x}{4x^2 + 12x + 9} - \frac{3x + 2}{2x + 3} + \frac{4x - 1}{2x + 3} \right) \cdot \frac{2x + 3}{2x - 3};$$

$$6) \left[\frac{a^2}{a^2 - b^2} - \frac{a^2 b}{a^2 + b} \cdot \left(\frac{a}{ab + b^2} + \frac{b}{a^2 + ab} \right) \right] : \frac{b}{a - b}.$$

Ірраціональні алгебраїчні вирази

Якщо в алгебраїчному виразі є корінь із змінної або піднесення змінної до дробового степеня, то цей вираз називають **ірраціональним**.

Приклад. Ірраціональні вирази:

$$\frac{\sqrt{x + y}}{3a}; \quad y \cdot \sqrt[3]{y^4}; \quad \left(\frac{a}{3} \right)^{\frac{5}{2}}.$$

Під час перетворення ірраціональних алгебраїчних виразів можна виконувати такі дії:

- виносити множник із-під знака кореня;
- вносити множник під знак кореня;
- позбутися ірраціональності в знаменнику дроби;
- позбутися ірраціональності в чисельнику дроби.

Під час перетворення ірраціональних алгебраїчних виразів можна використовувати всі правила перетворення ірраціональних виразів, правила дій із коренями, властивості степеня з раціональним показником і правила дій із раціональними алгебраїчними виразами.

Приклад:

спростити вирази:

- 1) $\sqrt[4]{x^4 y^{12}} = xy^3;$
- 2) $\sqrt{32a^5} = \sqrt{16 \cdot 2 \cdot a^5} = 4a^2 \sqrt{2a};$
- 3) $\sqrt[6]{27x^9 y^{12}} = \sqrt[6]{(3x^3 y^4)^3} = \sqrt{3x^3 y^4} = xy^2 \sqrt{3x}.$

Завдання 6. Спростіть ірраціональний алгебраїчний вираз за моделлю.

| | |
|--------|--|
| Модель | $\left(\sqrt[4]{x^3}\right)^2 : x^{\frac{3}{2}};$ |
| | $\left(\sqrt[4]{x^3}\right)^2 : x^{\frac{3}{2}} = \left(x^{\frac{3}{4}}\right)^2 \cdot x^{-\frac{3}{2}} = x^{\frac{3}{2}-\frac{3}{2}} = x^0 = 1$ |
| | $\sqrt[3]{16a^2b^3} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{2}a^4b^9};$ |
| | $\sqrt[3]{16a^2b^3} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{2}a^4b^9} = \sqrt[3]{16a^2b^3 \cdot \frac{1}{2}a^4b^9} = \sqrt[3]{8a^6b^{12}} = 2a^2b^4$ |

- 1) $a^4\sqrt{816a^3}$; 2) $\frac{5\sqrt{c^3} \cdot \sqrt{c^{-1}}}{c^{-1}}$; 3) $\frac{\sqrt[5]{b^7} \cdot \sqrt[7]{b^{25}}}{\sqrt[7]{b^{11}}}$;
- 4) $\sqrt[3]{\sqrt{729x^{12}}}$; 5) $\sqrt{x^{14}} \cdot \sqrt[3]{x^{-2}} : \left(x^6 \cdot x^{\frac{1}{3}}\right)$; 6) $\frac{\sqrt[17]{y^{25}}}{\sqrt[34]{y^{16}}}$;
- 7) $\sqrt[3]{54a^{\frac{2}{3}}} \cdot \sqrt[3]{24a^{\frac{2}{3}}}$; 8) $b^{10}\sqrt{b^3}\sqrt{b^2} : \sqrt[6]{b^5}$; 9) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{m}} : \sqrt[5]{\sqrt{m}}$.

Порядок дій над ірраціональними виразами такий самий, як і над раціональними.

Приклад:

спростити вираз:

$$1) (\sqrt{a} + 2\sqrt{b})(3\sqrt{a} - \sqrt{b}) = \sqrt{a} \cdot 3\sqrt{a} - \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} + 2\sqrt{b} \cdot 3\sqrt{a} - 2\sqrt{b} \cdot \sqrt{b} = 3a - \sqrt{ab} + 6\sqrt{ab} - 2b = 3a + 5\sqrt{ab} - 2b;$$

$$2) \frac{5\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}} + \frac{3\sqrt{x}+2}{x} = \frac{(5\sqrt{x}-3) \cdot \sqrt{x}}{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}} + \frac{3\sqrt{x}+2}{x} = \frac{5x-3\sqrt{x}+3\sqrt{x}+2}{x} = \frac{5x+2}{x} = 5 + \frac{2}{x}.$$

Під час перетворення ірраціональних алгебраїчних виразів можна використовувати формули скороченого множення.

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b}) \cdot (\sqrt{a} + \sqrt{b}) = (\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2 = a - b$$

$$(\sqrt{a} \pm \sqrt{b})^2 = a \pm 2\sqrt{ab} + b$$

$$(\sqrt[3]{a} \pm \sqrt[3]{b}) \cdot (\sqrt[3]{a^2} \mp \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}) = a \pm b$$

Приклади:

спростити вирази:

$$1) (\sqrt{3+x} + \sqrt{2x}) \cdot (\sqrt{3+x} - \sqrt{2x}) = (\sqrt{3+x})^2 - (\sqrt{2x})^2 = 3+x-2x = 3-x;$$

$$2) \frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} \cdot \frac{9}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \frac{(\cancel{\sqrt{x}-\sqrt{y}}) \cdot (\cancel{\sqrt{x}+\sqrt{y}})}{\cancel{\sqrt{x}-\sqrt{y}}} \cdot \frac{9}{\cancel{\sqrt{x}+\sqrt{y}}} = 9;$$

$$3) \frac{(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}) \cdot (\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2})}{\sqrt[3]{a}} : \frac{a+b}{\sqrt[3]{a^4}} = \frac{\cancel{a+b}}{\sqrt[3]{a}} \cdot \frac{\sqrt[3]{a^4}}{\cancel{a+b}} = \sqrt[3]{\frac{a^4}{a}} = a.$$

Завдання 7. Виконайте дії.

$$1) \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{y}+4} + \frac{4\sqrt{y}}{y-16};$$

$$2) (\sqrt{p} + \sqrt{q}) \cdot (p - \sqrt{pq} + q);$$

$$3) (2\sqrt{x} - \sqrt[4]{y}) \cdot (2\sqrt{x} + \sqrt[4]{y});$$

$$4) \left(\sqrt[3]{a^2} - \frac{3}{b}\right) \cdot \left(\sqrt[3]{a^2} + \frac{3}{b}\right);$$

$$5) \frac{\sqrt{\sqrt{c} + \sqrt{d}} \cdot \sqrt{\sqrt{c} - \sqrt{d}}}{d-c};$$

$$6) \frac{m-n}{\sqrt{m}-\sqrt{n}} - \frac{\sqrt{m^3}-\sqrt{n^3}}{m-n}.$$

Теоретичні питання й завдання з теми «Формули скороченого множення й перетворення алгебраїчних виразів»

1. Напишіть формулу різниці квадратів двох чисел.
2. Напишіть формулу квадрата суми двох чисел.
3. Напишіть формулу квадрата різниці двох чисел.
4. Напишіть формулу куба суми двох чисел.
5. Напишіть формулу куба різниці двох чисел.
6. Напишіть формулу суми кубів двох чисел.

7. Напишіть формулу різниці кубів двох чисел.
8. Що таке неповний квадрат суми?
9. Що таке неповний квадрат різниці?
10. Що означає «розкласти многочлен на множники»?
11. Які способи розкладання многочлена на множники ви знаєте?
12. Сформулюйте правило скорочення алгебраїчного дробу.
13. Які вирази називають ірраціональними?
14. Які правила можна застосовувати для перетворення ірраціональних алгебраїчних виразів?
15. Чи можна застосовувати формули скороченого множення в діях з ірраціональними алгебраїчними виразами?

Домашнє завдання

1. Скоротіть алгебраїчні дроби:

- 1) $\frac{6xy^3}{2x^3y}$;

- 2) $\frac{12a^3b}{3ab}$;

- 3) $\frac{m^2 - n^2}{3mn + 3n^2}$;

- 4) $\frac{(x+2)^2}{x^2 - 4}$;

- 5) $\frac{y^2 - 4}{y^3 - 8}$;

- 6) $\frac{a^2 - 16}{2a - 8}$.

2. Виконайте дії з алгебраїчними дробами:

- 1) $\frac{x^2 + xy}{5x^2 - 5y^2} : \frac{x^2 - xy}{3x^3 + 3y^3}$;

- 2) $\frac{a^2b - 4b^3}{3ab^2} \cdot \frac{a^2b}{a^2 - 2ab}$;

- 3) $\frac{x^2 - 4y^2}{x^2 - xy} : \frac{x^2 + 2xy}{x - y}$;

$$4) \left(\frac{b}{a^2 - ab} + \frac{a}{b^2 - ab} \right) \cdot \frac{a^2 b + ab^2}{a^2 - b^2};$$

$$5) \left(\frac{b}{a^2 + ab} - \frac{2}{a + b} + \frac{a}{b^2 + ab} \right) : \left(\frac{b}{a} - 2 + \frac{a}{b} \right);$$

$$6) \left(\frac{a + 1}{2a - 2} + \frac{6}{2a^2 - 2} - \frac{a + 3}{2a + 2} \right) \cdot \frac{4a^2 - 4}{3}.$$

3. Виконайте дії з ірраціональними виразами:

$$1) \left(\frac{\sqrt{m} - 2}{\sqrt{m} + 2} + \frac{8\sqrt{m}}{m - 4} \right) : \frac{\sqrt{m} + 2}{m - 2\sqrt{m}};$$

$$2) \frac{a}{\sqrt{b} - \sqrt{a}} : \left(\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b} - \sqrt{a}} - \frac{\sqrt{b} + \sqrt{a}}{\sqrt{b}} \right);$$

$$3) \left(\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - \frac{\sqrt{y} - \sqrt{x}}{\sqrt{y}} \right) : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}.$$

ТЕСТИ

1. Спростіть вирази $(a - 4)(a + 4)$.

| А | Б | В | Г | Д |
|----------------|-----------------|------------|------------|---------------------------|
| $a^2 - 4a + 4$ | $a^2 - 8a + 16$ | $a^2 - 16$ | $a^2 + 16$ | Усі відповіді неправильні |

2. Перетворіть за формулою скороченого множення $9x^2 + 4y^2 - 12xy$.

| А | Б | В | Г | Д |
|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------------------|
| $(3x - 2y)^2$ | $(2x + 3y)^2$ | $(2x - 3y)^2$ | $(3x + 2y)^2$ | Усі відповіді неправильні |

3. Перетворіть за формулою квадрата суми $(c + 2d)^2$.

| А | Б | В | Г | Д |
|--------------|--------------------|--------------|--------------|---------------------------|
| $4c^2 + d^2$ | $c^2 + 4cd + 4d^2$ | $c^2 + 2d^2$ | $c^2 + 4d^2$ | Усі відповіді неправильні |

4. Перетворіть за формулою скороченого множення $25x^2 + y^2 - 10xy$.

| А | Б | В | Г | Д |
|--------------|---------------|--------------|--------------|---------------------------|
| $(x + 5y)^2$ | $25(y - x)^2$ | $(5x + y)^2$ | $(5x - y)^2$ | Усі відповіді неправильні |

5. Спростіть вираз $(2x+3y)(2x-3y)$.

| А | Б | В | Г | Д |
|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------------------|
| $2x^2 - 3y^2$ | $4x^2 - 6y^2$ | $4x^2 - 9y^2$ | $4x^2 + 9y^2$ | Усі відповіді неправильні |

6. Спростіть вираз $(b-1)(b^2+b+1)$.

| А | Б | В | Г | Д |
|-----------|-----------|----------------|-----------|---------------------------|
| $b^2 - 1$ | $b^3 - 1$ | $b^2 - 2b + 1$ | $(b-1)^3$ | Усі відповіді неправильні |

7. Спростіть вираз $(y-7x)(y+7x)$.

| А | Б | В | Г | Д |
|---------------|--------------|--------------|---------------|---------------------------|
| $y^2 - 49x^2$ | $x^2 - 7y^2$ | $y^2 + 7x^2$ | $y^2 + 49x^2$ | Усі відповіді неправильні |

8. Перетворіть за формулою квадрата різниці $(4p-1)^2$.

| А | Б | В | Г | Д |
|-----------------|------------------|------------------|-------------|---------------------------|
| $4p^2 - 4a + 1$ | $16p^2 - 8p + 1$ | $16p^2 - 4p + 1$ | $16p^2 - 1$ | Усі відповіді неправильні |

9. Спростіть вираз $(x+3)(x^2-3x+9)$.

| А | Б | В | Г | Д |
|-----------|----------------|------------|-----------|---------------------------|
| $x^2 - 9$ | $x^2 - 6x + 9$ | $x^3 + 27$ | $(x+3)^3$ | Усі відповіді неправильні |

10. Спростіть вираз $(y-2)(y^2+2y+4)$.

| А | Б | В | Г | Д |
|-----------|----------------|-----------|-----------|---------------------------|
| $y^2 - 4$ | $y^2 - 4y + 4$ | $y^3 + 8$ | $y^3 - 8$ | Усі відповіді неправильні |

11. Скоротіть дріб $\frac{3x+12}{ax+4a}$.

| А | Б | В | Г | Д |
|---------------|----------------|-----------------|-----------------|---------------------------|
| $\frac{3}{a}$ | $\frac{3x}{a}$ | $\frac{x}{a+4}$ | $\frac{x+4}{a}$ | Усі відповіді неправильні |

12. Скоротіть дріб $\frac{4x^2 - y^2}{5y + 10x}$.

| А | Б | В | Г | Д |
|--------------------|-------------------------|--------------------|--------------------|---------------------------|
| $\frac{4x - y}{2}$ | $\frac{2x - y}{y + 2x}$ | $\frac{2x - y}{5}$ | $\frac{4x - y}{5}$ | Усі відповіді неправильні |

13. Скоротіть дріб $\frac{(2c - 2d)^2}{c - d}$.

| А | Б | В | Г | Д |
|------------|------------|------------|------------|---------------------------|
| $2(c - d)$ | $4(c + d)$ | $2(c + d)$ | $4(c - d)$ | Усі відповіді неправильні |

14. Скоротіть дріб $\frac{\sqrt{3x} - \sqrt{y}}{3x - 2\sqrt{3xy} + y}$.

| А | Б | В | Г | Д |
|------------------------|----------------------------------|------------------------|----------------------------------|---------------------------|
| $\sqrt{3x} - \sqrt{y}$ | $\frac{1}{\sqrt{3x} + \sqrt{y}}$ | $\sqrt{3x} + \sqrt{y}$ | $\frac{1}{\sqrt{3x} - \sqrt{y}}$ | Усі відповіді неправильні |

15. Скоротіть дріб $\frac{x - 2\sqrt{xy} + y}{\sqrt{xy} - y}$.

| А | Б | В | Г | Д |
|--|---|---------------------------------|--------------|---------------------------|
| $\frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x}}$ | $\frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y}}$ | $\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{x}$ | $2\sqrt{xy}$ | Усі відповіді неправильні |

Відповіді на тести з теми «Алгебраїчні вирази»

7.1. Раціональні алгебраїчні вирази

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| А | В | Б | Г | Б | Г | Г | А | Б | В |

7.2. Формули скороченого множення й перетворення алгебраїчних виразів

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| В | А | Б | Г | В | Б | А | Б | В | Г |

| | | | | |
|----|----|----|----|----|
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| А | В | Г | Г | Г |

ГЛАВА III

АЛГЕБРАЇЧНІ РІВНЯННЯ Й СИСТЕМИ

8. Рівняння й системи рівнянь першого степеня

8.1 Алгебраїчна рівність. Лінійні рівняння

Словник

| <i>Українська</i> | <i>Російська</i> | <i>Англійська</i> | <i>Французька</i> |
|------------------------------------|-------------------------------------|--|--|
| рівняння | уравнение | equation | équation |
| алгебраїчна рівність | алгебраическое равенство | algebraic equality | égalité algébrique |
| правильна рівність | верное равенство | right equality | égalité vraie |
| неправильна рівність | неверное равенство | wrong equality | égalité fausse |
| значення | значение | value | valeur |
| який за якого/ при якому | который при котором | which at which | que, lequel à lequel |
| корінь рівняння | корень уравнения | root of equation | racine de l'équation |
| коефіцієнт | коэффициент | coefficient | coefficient |
| дане число | данное число | the number, given number | ce numéro, numéro donné |
| множина | множество | set, lots, many | ensemble, beaucoup |
| множина коренів | множество корней | set of roots; many roots | ensemble de racines; beaucoup de racines |
| множина розв'язків | множество решений | many solutions | beaucoup de solutions |
| (не)відома величина | (не)известная величина | (un)known value | valeur (in)connue |
| область (ж. р.) допустимих значень | область (ж. р.) допустимых значений | domain of possible values/ allowable range | domaine de validité |
| область визначення | область определения | domain of definition | domaine de définition |

| | | | |
|---|---------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------|
| визначений | определенный | definite | défini |
| змінна величина | переменная величина | variable | variable |
| рівність (ж. р.) | равенство | equality | égalité |
| числова рівність | числовое равенство | numerical equality | égalité numérique |
| рівносильні рівняння | равносильные уравнения | equivalent equations | équations équivalentes |
| раціональне рівняння | рациональное уравнение | rational equation | équation rationnelle |
| вільний член | свободный член | free member | membre libre |
| містити | содержать | to contain | contenir |
| тотожність (ж. р.) | тождество | identity | identité |
| задовольняти рівнянню | удовлетворяют уравнению | satisfy equation | satisfaire l'équation |
| підставити | подставит | substitute | substituer |
| підставлення/
підстанов(к)а,
при підставленні | подстановка,
при подстановке | substitution,
when substituted | substitution,
en
remplacement |

Числова рівність

Числова рівність – це рівність, що містить лише числа.

Наприклад: $3 + 10 = 13$ – це правильна числова рівність;

$9 - 5 = 6$ – це правильна числова рівність.

Завдання 1. За моделлю визначте, які це рівності.

| | |
|--------|--|
| Модель | $2 + (7 + 11) = (2 + 7) + 11$ – це правильна числова рівність |
| | $5 \cdot (6 + 9) = 5 + 6 + 5 \cdot 9$ – це неправильна числова рівність |

1) $9 + (-77 + 111) = (9 + 77) + 111$;

2) $12 + (31 + 3) = (12 + 31) + 3$;

3) $90 + (57 - 24) = (90 + 57) - 24$;

- 4) $31 - (18 + 12) = (31 - 18) + 12$;
 5) $52 - (71 - 9) = (52 + 71) - 9$;
 6) $9 - (27 - 14) = (9 - 27) + 14$;
 7) $5 \cdot (26 - 43) = 5 \cdot 26 - 5 \cdot 43$;
 8) $12 \cdot (7 - 2) = 12 \cdot 7 - 12 \cdot 2$;
 9) $(37 - 22) \cdot 66 = 37 \cdot 66 - 37 \cdot 22$;
 10) $12 \cdot (25 - 19) = 12 \cdot 25 + 12 \cdot 19$.

Алгебраїчна рівність

Алгебраїчна рівність – це рівність, що містить числа та змінні.

Наприклад: $7a - 8 = 3b + 5$;
 $8d + 6 = 5c - 14$.

Тотожність – це алгебраїчна рівність, правильна для всіх значень змінних цієї рівності.

Правильна числова рівність – це також тотожність.

Наприклад: $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ – тотожність;

$(3 - a)^2 = 9 - 6a + a^2$ – тотожність;

$\frac{3}{25} + \frac{9}{25} = \frac{12}{25}$ – тотожність.

Рівняння

Рівняння – це алгебраїчна рівність, у якій є невідома величина. Невідому величину позначають буквою x .

Корінь рівняння – це значення невідомої величини, за якого рівняння буде правильною числовою рівністю.

Корінь рівняння – це розв'язок рівняння.

Наприклад: $x + 2 = 5$.

$x = 3$ – корінь рівняння $x + 2 = 5$,
тому що $3 + 2 = 5$ – правильна числова рівність.

Завдання 2. Прочитайте та обчисліть за моделлю.

| | |
|---------------|---|
| <i>Модель</i> | $2x + 10 = 6, x = -2$
Два ікс плюс десять дорівнює (чому? Д. в.) шести;
ікс дорівнює (чому? Д. в.) мінус двом.
$x = -2$ – корінь рівняння $2x + 10 = 6$, тому що
$2(-2) + 10 = 6$ – правильна числова рівність |
|---------------|---|

1) $7x - 15 = 6; x = 3;$

2) $11x = 121; x = 11;$

3) $\frac{1}{9}x = \frac{1}{18}; x = \frac{1}{2};$

4) $\frac{4}{7}x - \frac{1}{14} = \frac{15}{14}; x = 2;$

5) $0,5x - 1,5 = 8,5; x = 20;$

6) $\frac{2}{9}(x + 9) = 7; x = 22,5.$

Розв'язати рівняння означає знайти всі його корені (розв'язки) або довести, що їх немає.

Область визначення рівняння

Область визначення рівняння (або область допустимих значень) – це множина значень невідомої, за яких рівняння має сенс.

| | | |
|--------------------------------|---|-------------------------------------|
| Область визначення
рівняння | = | Область допустимих значень
(ОДЗ) |
|--------------------------------|---|-------------------------------------|

Приклад. Область визначення рівняння:
для рівняння $21 + 3x = 81$ ОДЗ x – будь-яке дійсне число;

для рівняння $x^2 - 4x + 3 = 0$ ОДЗ x – будь-яке дійсне число;

для рівняння $2x^2 + 5x - 1 = 0$ ОДЗ x – будь-яке дійсне число;

для рівняння $\frac{x+1}{x-1} + \frac{x-1}{x+1} = \frac{10}{3}$ ОДЗ $x \neq -1, x \neq 1$;

для рівняння $(x+7)^2 = x^2 + 14x + 49$ ОДЗ x – будь-яке дійсне число.

Під час розв'язання будь-якого рівняння спочатку знаходять область допустимих значень (ОДЗ).

Рівняння називають **рівносильними (еквівалентними)** рівняннями, якщо вони мають однакові корені (розв'язки).

рівносильні рівняння = еквівалентні рівняння

Рівняння можна записати як рівносильне рівняння так:

1) поміняти місцями його ліву й праву частини.

Наприклад:

$$x + 4 = 2x + 9 \Leftrightarrow 2x + 9 = x + 4;$$

2) перенести доданок з однієї частини рівняння в іншу та змінити його знак на протилежний.

Наприклад:

$$2x + 7 = x - 3 \Leftrightarrow 2x - x = -7 - 3;$$

3) обидві частини рівняння помножити або розділити на те саме число, відмінне від нуля.

Наприклад:

$$\frac{x+1}{4} = x \Leftrightarrow x+1 = 4x;$$

4) додати до обох частин рівняння або відняти від обох частин те саме число.

Наприклад:

$$x + 2 = 5x \Leftrightarrow x + 2 + 3 = 5x + 3.$$

Рівняння першого степеня з одною невідомою

Рівняння $ax + b = 0$ називають *рівнянням першого степеня з одною невідомою*;

a і b – дані числа, x – невідома, a – коефіцієнт при x , b – вільний член рівняння.

Рівняння першого степеня ще називають *лінійними*.

У лінійному рівнянні старший степінь невідомої дорівнює одиниці.

У лінійному рівнянні область допустимих значень невідомої – це всі дійсні числа.

Значення невідомої x , при підставленні якої в рівняння одержують правильну числову рівність, називають *розв'язком*, або *коренем рівняння*.

Якщо $a \neq 0$, то лінійне рівняння має *єдиний корінь* (єдиний розв'язок):

$$x = -\frac{b}{a}.$$

Якщо $a = 0, b \neq 0$, то лінійне рівняння *не має розв'язків*.

Якщо $a = 0, b = 0$, то x – будь-яке дійсне число. Це число – *розв'язок* рівняння, і рівняння має *нескінченну множину розв'язків*: $x \in R$ [читаємо так: *ікс належить ер*].

| Рівняння | a | b | Корінь |
|--------------|------------|----------------|----------------------|
| $ax + b = 0$ | $a \neq 0$ | будь-яке число | $x = -\frac{b}{a}$ |
| | $a = 0$ | $b \neq 0$ | розв'язків немає |
| | $a = 0$ | $b = 0$ | x – будь-яке число |

Завдання 3. Читайте за моделлю.

| | |
|--------|---|
| Модель | $7x + 19 = 0$ – це лінійне рівняння з невідомою x . Коефіцієнт при невідомій $a = 7$. Вільний член $b = 19$ |
| | $-2x - 11 = 0$ – це лінійне рівняння з невідомою x . Коефіцієнт при невідомій $a = -2$. Вільний член $b = -11$ |

- 1) $9x - 19 = 0$; 2) $15x - 225 = 0$;
- 3) $\frac{5}{9}x + \frac{4}{18} = 0$; 4) $\frac{5}{21}x - \frac{3}{21} = 0$;
- 5) $7,5x - 2,5 = 0$; 6) $\frac{2}{17}x + 17 = 0$.

Завдання 4. Читайте й розв'язуйте за моделлю.

| | |
|---------------|--|
| <i>Модель</i> | <p>Розв'яжіть рівняння $2x - 3 + 4(x - 1) = 5$.</p> <p>Розкриємо дужки: $\underline{2x} - \underline{3} + \underline{4x} - \underline{4} = \underline{5}$.</p> <p>Зведемо подібні члени:</p> $2x + 4x = 5 + 3 + 4.$ <p>Знайдемо невідому x:</p> $6x = 12$ $x = 2.$ <p>Відповідь: $x = 2$.</p> |
| | <p>Розв'яжіть рівняння $2x - 3 + 2(x - 1) = 4(x - 1) - 7$.</p> <p>Розкриємо дужки: $\underline{2x} - \underline{3} + \underline{2x} - \underline{2} = \underline{4x} - \underline{4} - \underline{7}$.</p> <p>Зведемо подібні члени:</p> $2x + 2x - 4x = -4 - 7 + 3 + 2.$ <p>Знайдемо невідому x:</p> $0 \cdot x = -6.$ <p>$0 = -6$ – неправильна числова рівність. Рівняння не має розв'язків.</p> <p>Відповідь: немає розв'язків</p> |
| | <p>Розв'яжіть рівняння $2x + 3 - 6(x - 1) = 4(1 - x) + 5$.</p> <p>Розкриємо дужки: $\underline{2x} + \underline{3} - \underline{6x} + \underline{6} = \underline{4} - \underline{4x} + \underline{5}$.</p> <p>Зведемо подібні члени:</p> $-4x + 4x = 9 - 9.$ <p>Знайдемо невідому x:</p> $0 \cdot x = 0$ – правильна числова рівність. <p>x – будь-яке число.</p> <p>Відповідь: x – будь-яке число</p> |

- 1) $5x - (x + 3) = 5$;
- 2) $7 - 2(x - 4,5) = 6 - 4x$;
- 3) $11x + 5 = 5x - 12 - 4 - x$;
- 4) $\frac{3x - 11}{4} - \frac{3 - 5x}{8} = \frac{x + 6}{2}$;
- 5) $\frac{x - 3}{6} + x = \frac{2x - 1}{3} - \frac{4 - x}{2}$;
- 6) $\frac{2}{3}(x + 3) = \frac{6 + 2x}{3}$.

Завдання 5. Вивчіть приклад розв'язання лінійного рівняння.

$$\frac{3x - 2}{6} + x = \frac{1}{2} - \frac{x}{3}.$$

Знаходимо ОДЗ лінійного рівняння.

ОДЗ рівняння: x – будь-яке число.

Помножимо рівняння на 6:

$$\frac{3x - 2}{6} + x = \frac{1}{2} - \frac{x}{3} \quad \left| \times 6 \right.,$$

$$6 \frac{3x - 2}{6} + 6x = \frac{6}{2} - \frac{6x}{3}.$$

Скоротимо дріб:

$$3x - 2 + 6x = 3 - 2x.$$

Зведемо подібні:

$$3x + 6x + 2x = 3 + 2.$$

Знайдемо x :

$$11x = 5,$$

$$x = \frac{5}{11}.$$

$$\text{Відповідь: } x = \frac{5}{11}.$$

Завдання 6. Розв'яжіть лінійні рівняння:

1) $3x = 60$;

2) $3x - 5 = 16$;

3) $1 - 2x = 15$;

4) $0,5 + 2x = 1,5 + 3x$;

5) $\frac{1}{3}x + 4 = 0$;

6) $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} = 2$;

7) $\frac{3}{5}x - \frac{x}{2} = 0,2$.

Завдання 7. Розв'яжіть лінійні рівняння:

1) $6 - (t + 3)^2 + 5(t + 2) = 9 \cdot (3 - t) - (t + 4) \cdot (t - 5)$;

2) $0,3 - \frac{5 - 2t}{5} = \frac{3(t - 6)}{2} - \frac{1}{5}(t - 1)$;

3) $7 - 2x - \frac{1 - 3x}{7} = 2 - \frac{2x - 1}{3}$;

4) $2x + \frac{3x - 1}{2} - \frac{5x - 2}{3} = 2$;

5) $(x + 2)^2 - 5(x - 4) = (x + 6) \cdot (x - 6)$;

6) $6 - \frac{x - 1}{2} = \frac{3 - x}{2} + \frac{x - 2}{3}$;

7) $\frac{3}{4}x + \frac{25}{4} + \frac{4}{3}x = 0$;

8) $3(-0,5 + 2x^2 - (x + 2)(2x - 4)) = 5x - 20$.

Теоретичні питання й завдання з теми «Алгебраїчна рівність. Лінійні рівняння»

1. Що таке числова рівність?
2. Що таке алгебраїчна рівність?
3. Що таке тотожність?
4. Що таке рівняння?
5. Яке рівняння називають лінійним рівнянням?

6. Як називають змінну величину в рівнянні?
7. Що таке корінь рівняння?
8. Які рівняння називаються рівносильними?
9. Що означає розв'язати рівняння?
10. Що таке область визначення рівняння?
11. Запишіть лінійне рівняння з одною невідомою.
12. Що називають коренем лінійного рівняння з одною невідомою?
13. Коли лінійне рівняння з одною невідомою має єдиний розв'язок?
14. Коли лінійне рівняння з одною невідомою не має розв'язків?
15. Коли лінійне рівняння з одною невідомою має нескінченну кількість розв'язків?

Домашнє завдання

Розв'яжіть рівняння:

- 1) $2x + 3 = 0$;
- 2) $25x - 6 = 44$;
- 3) $37x + 16 = 53$;
- 4) $2x = \frac{1}{30}$;
- 5) $5x = \frac{1}{25}$;
- 6) $\frac{x}{2} + \frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{20} + \frac{x}{30} + \frac{x}{42} = -6$;
- 7) $(x - 3)^2 - x(x + 4) = 15 - 10x$;

ТЕСТИ

1. Знайдіть правильну числову рівність.

| А | Б | В | Г | Д |
|--|--|--------------------------------------|--|------------------------------|
| $(5 + 6) \cdot 7 =$
$= 5 \cdot 7 + 6 \cdot 7$ | $4 \cdot (6 + 3) =$
$= 4 \cdot 4 + 4 \cdot 3$ | $9 + (5 + 2) =$
$= 9 + 5 + 9 + 2$ | $8 \cdot (3 + 2) =$
$= 8 \cdot 3 - 8 \cdot 2$ | Усі відповіді
неправильні |

2. Знайдіть **неправильну** числову рівність.

| А | Б | В | Г | Д |
|--|--|--|------------------------------------|------------------------------|
| $3 \cdot (2 + 5) =$
$= 3 \cdot 2 + 5 \cdot 3$ | $(9 + 8) \cdot 4 =$
$= 9 \cdot 4 + 8 \cdot 4$ | $4 \cdot (3 + 7) =$
$= 4 \cdot 4 + 4 \cdot 7$ | $3 + (5 + 7) =$
$= (3 + 5) + 7$ | Усі відповіді
неправильні |

3. Знайдіть **неправильну** числову рівність.

| А | Б | В | Г | Д |
|--|--|------------------------------------|--|-------------------------------------|
| $6 \cdot (2 + 3) =$
$= 6 \cdot 2 + 6 \cdot 3$ | $2 \cdot (2 + 6) =$
$= 2 \cdot 2 + 2 \cdot 6$ | $2 + (4 + 3) =$
$= (2 + 4) + 3$ | $4 \cdot (3 + 7) =$
$= 4 \cdot 4 + 4 \cdot 7$ | Усі відпо-
віді непра-
вильні |

4. Знайдіть лінійне рівняння з одною невідомою.

| А | Б | В | Г | Д |
|-----------------|--------------|-------------------|---------------------------|-------------------------------------|
| $9x^2 - 81 = 0$ | $7x - 6 = 0$ | $6a - 3 = 4b + 5$ | $\frac{x + 9}{y - 6} = 8$ | Усі відпо-
віді непра-
вильні |

5. Знайдіть лінійне рівняння з одною невідомою.

| А | Б | В | Г | Д |
|-----------------|---------------------------|--------------|-------------------|------------------------------|
| $3x^2 - 12 = 0$ | $\frac{x - 5}{y + 3} = 4$ | $9x - 6 = 0$ | $4a + 2 = 2b - 4$ | Усі відповіді
неправильні |

6. Знайдіть рівняння з коренем $x = 5$.

| А | Б | В | Г | Д |
|---------------|----------------|-----------------------|---------------|------------------------------|
| $9x - 54 = 0$ | $x^2 + 25 = 0$ | $\frac{x - 5}{3} = 1$ | $5x - 25 = 0$ | Усі відповіді
неправильні |

7. Знайдіть рівняння з коренем $x = 9$.

| А | Б | В | Г | Д |
|----------------|-----------------------|---------------|-----------------|------------------------------|
| $x^2 + 81 = 0$ | $\frac{x - 9}{3} = 5$ | $9x - 54 = 8$ | $11x - 62 = 37$ | Усі відповіді
неправильні |

8. Знайдіть корінь лінійного рівняння $\frac{4}{7}(x + 9) = \frac{5 + 3x}{7}$.

| А | Б | В | Г | Д |
|----------|----------|----------------|----------|------------------------------|
| -7 | -21 | $\frac{5}{14}$ | -31 | Усі відповіді
неправильні |

9. Знайдіть корінь лінійного рівняння $\frac{9}{15}x + \frac{8}{9} = 1$.

| А | Б | В | Г | Д |
|-----|----|-----------------|---------------|---------------------------|
| -15 | 15 | $\frac{17}{15}$ | $\frac{1}{9}$ | Усі відповіді неправильні |

10. Знайдіть корінь лінійного рівняння $\frac{7}{13}(x - 5) = \frac{5 - 3x}{13}$.

| А | Б | В | Г | Д |
|---------------|----|---|----|---------------------------|
| $\frac{1}{3}$ | 15 | 3 | -3 | Усі відповіді неправильні |

8.2. Системи лінійних рівнянь

Словник

| Українська | Російська | Англійська | Французька |
|--|---------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|
| розв'язок;
єдиний
розв'язок | решение;
единственное
решение | solution;
the only
solution | solution ;
solution unique |
| коефіцієнт | коэффициент | coefficient | coefficient |
| вільний член | свободный член | free member | membre libre |
| система
рівнянь | система уравнений | system of
equations | système
d'équations |
| система
лінійних
рівнянь | система линейных
уравнений | system of
linear
equations | système
d'équations
linéaires |
| спосіб
алгебраїчного
додавання | способ
алгебраического
сложения | method of
algebraic
addition | méthode
d'addition
algébrique |
| спосіб
підставлення/
підстанов(к)и | способ подстановки | substitution
method | méthode de
substitution |
| виражати/
виразити | выражать/выразить | to express | exprimer |
| вихідний | исходный | initial | initiale, de base |
| існування | существование | existence | existence |

**Система двох лінійних рівнянь із двома невідомими
(або змінними)**

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases},$$

де x і y – невідомі (або змінні);

a_1 і a_2 – коефіцієнти при x ;

b_1 і b_2 – коефіцієнти при y ;

c_1 і c_2 – вільні члени.

Розв’язок системи рівнянь із двома невідомими – це два числа x_0, y_0 , за яких кожне рівняння стає правильною числовою рівністю.

**Способи розв’язання систем лінійних рівнянь
із двома невідомими**

Спосіб підставлення (або підстанов(к)и)

1. З одного рівняння виразити невідому x або y .
2. Підставити цю невідому в інше рівняння.
3. Розв’язати рівняння з однією невідомою.
4. Підставити це число у вихідне рівняння та знайти другу невідому.

Приклад 1.

Розв’яжіть систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 2x + y = 3; \\ 4x + 7y = 11. \end{cases}$$

Виразимо невідому y з першого рівняння системи:

$$y = 3 - 2x.$$

Підставимо її в друге рівняння системи:

$$\begin{cases} y = 3 - 2x; \\ 4x + 7(3 - 2x) = 11. \end{cases}$$

$4x + 7(3 - 2x) = 11$ – це лінійне рівняння.

Розкриємо дужки та зведемо подібні:

$$4x + 21 - 14x = 11,$$

$$-10x = -10,$$

$$x = 1.$$

Підставимо $x = 1$ в рівняння $y = 3 - 2x$,

$$y = 3 - 2 \cdot 1 = 1.$$

Відповідь: $x = 1$, $y = 1$. Можна записати так: $(1; 1)$.

Приклад 2

Розв'яжіть систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ 7x + 5y = 16. \end{cases}$$

Виразимо невідому x з першого рівняння системи:

$$2x = 3 - 3y,$$

$$x = \frac{3 - 3y}{2}.$$

Підставимо цей вираз у друге рівняння системи:

$$\begin{cases} x = \frac{3 - 3y}{2}; \\ 7 \frac{3 - 3y}{2} + 5y = 16. \end{cases}$$

$$7 \frac{3 - 3y}{2} + 5y = 16.$$

Помножимо на 2:

$$\frac{21 - 21y}{2} + 5y = 16 \quad \Big| \times 2;$$

$$21 - 21y + 10y = 32;$$

$$-11y = 11;$$

$$y = -1.$$

Знайдемо x :

$$x = \frac{3 - 3y}{2};$$

$$x = \frac{3 - 3 \cdot (-1)}{2} = \frac{6}{2} = 3.$$

Відповідь: $x = 3$, $y = -1$, або $(3; -1)$.

Спосіб алгебраїчного додавання

Лінійні рівняння можна додавати одне до одного або віднімати одне від одного. Можна помножити лінійне рівняння на число й потім додати до іншого рівняння.

Приклад 1.

Розв'яжіть систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 7; \\ 2x - 3y = 5. \end{cases}$$

Додамо рівняння:

$$+\begin{cases} 2x + 3y = 7; \\ 2x - 3y = 5; \end{cases}$$

$$2x + 3y + 2x - 3y = 7 + 5;$$

$$\underline{2x} + \cancel{3y} + \underline{2x} - \cancel{3y} = 7 + 5;$$

$$4x = 12;$$

$$x = 3.$$

Віднімемо рівняння:

$$-\begin{cases} 2x + 3y = 7; \\ 2x - 3y = 5; \end{cases}$$

$$2x + 3y - (2x - 3y) = 7 - 5;$$

$$\cancel{2x} + \underline{3y} - \cancel{2x} + \underline{3y} = 7 - 5;$$

$$6y = 2;$$

$$y = \frac{1}{3}.$$

Відповідь: $x = 3$, $y = \frac{1}{3}$, або $\left(3; \frac{1}{3}\right)$.

Приклад 2

Розв'яжіть систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 6; \\ 3x + 2y = 11. \end{cases}$$

Помножимо всі члени першого рівняння на -3 , а всі члени другого рівняння помножимо на 2 :

$$\begin{cases} 2x + 3y = 6 \mid \times (-3); \\ 3x + 2y = 11 \mid \times 2. \end{cases}$$

Додамо рівняння:

$$\begin{array}{r} \begin{cases} -6x - 9y = -18 \\ 6x + 4y = 22 \end{cases} + \\ \hline -5y = 4. \end{array}$$

Знайдемо y :

$$y = -\frac{4}{5}.$$

Виразимо x із першого рівняння:

$$\begin{cases} 2x = 6 - 3y; \\ y = -\frac{4}{5}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 - \frac{3}{2}y; \\ y = -\frac{4}{5}. \end{cases}$$

Підставимо в перше рівняння значення y :

$$\begin{cases} x = 3 - \frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right); \\ y = -\frac{4}{5}; \end{cases}$$

Знайдемо x :

$$\begin{cases} x = 3 + \frac{12}{12} = \frac{42}{10} = \frac{21}{5}; \\ y = -\frac{4}{5}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{21}{5} \\ y = -\frac{4}{5} \end{cases}.$$

Відповідь: $x = \frac{21}{5}$, $y = -\frac{4}{5}$, або $\left(\frac{21}{5}; -\frac{4}{5}\right)$.

Завдання 1. Розв'яжіть системи лінійних рівнянь:

1) $\begin{cases} x + y = 4; \\ x - y = 2; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 2x + 5y = 15; \\ x - 2y = 3; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 3x + 5y = 21; \\ 2x - y = 1; \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2x - 3y = -1; \\ 0,75x - y = 0; \end{cases}$

5) $\begin{cases} -x + 3y = -17; \\ 5x + 3y = -5; \end{cases}$

6) $\begin{cases} 11x - 5y = 37; \\ -x + 4y = 25; \end{cases}$

7) $\begin{cases} -2x + 5y = 12; \\ 11x + 4y = -3; \end{cases}$

8) $\begin{cases} 2x + 5y = 15; \\ 3x + 8y = -1. \end{cases}$

Завдання 2. Розв'яжіть системи лінійних рівнянь:

1) $\begin{cases} 12x - 7y = 2; \\ 3x + 18y = -4; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 4x - 3y = -4; \\ -10x + 4y = 3. \end{cases}$

3) $\begin{cases} -16x - 8y = -1; \\ 3x + 2y = 5; \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2x + 5y = 1; \\ 4x + 3y = 9; \end{cases}$

5) $\begin{cases} 6x + 5y = -8; \\ 4x + 7y = 2. \end{cases}$

6) $\begin{cases} 3x - 14y = 2; \\ -2x + 13y = -9. \end{cases}$

Завдання 3. Розв'яжіть системи лінійних рівнянь:

$$1) \begin{cases} \frac{1}{4}x - y = -5; \\ \frac{1}{2}x - \frac{1}{7}y = 3; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x - 2y = \frac{1}{2}; \\ -x + 4y = \frac{2}{3}; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \frac{x + y + 4}{5} + \frac{x - y - 4}{7} = 9; \\ \frac{x + y + 4}{5} - \frac{x - y - 4}{7} = 1; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y = 1; \\ 3x - 5y = -3; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{5}y = \frac{34}{15}; \\ \frac{1}{3}x - \frac{1}{5}y = \frac{16}{15}; \end{cases}$$

Теоретичні питання й завдання з теми «Системи лінійних рівнянь»

1. Напишіть систему двох лінійних рівнянь із двома невідомими.

2. Що є розв'язком системи двох лінійних рівнянь із двома невідомими?

3. Які способи розв'язання систем лінійних рівнянь із двома невідомими ви знаєте?

4. Що таке спосіб підставлення (підстанов(к)и)?

5. Що таке спосіб алгебраїчного додавання?

6. Чи можна додавати рівняння?

7. Чи можна множити рівняння на число?

8. Чи можна ділити рівняння на число?

9. Чи можна ділити одне рівняння на інше?

Домашнє завдання

Розв'яжіть системи лінійних рівнянь:

- 1)
$$\begin{cases} 2x + y = 7; \\ 3x - y = -2; \end{cases}$$
- 2)
$$\begin{cases} x + y = 3; \\ 2x - 3y = -4; \end{cases}$$
- 3)
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y = 14; \\ \frac{1}{18}x + \frac{1}{12}y = 3; \end{cases}$$
- 4)
$$\begin{cases} \frac{2}{3}x - \frac{3}{4}y = -2; \\ \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}y = 5; \end{cases}$$
- 5)
$$\begin{cases} 6x + y = 10; \\ -13x + 2y = -11; \end{cases}$$
- 6)
$$\begin{cases} \frac{2x - y}{3} - \frac{x - 2y}{2} = \frac{3}{2}; \\ \frac{2x + y}{2} - \frac{x + 2y}{3} = \frac{1}{3}. \end{cases}$$

ТЕСТИ

1. Знайдіть систему лінійних рівнянь із двома невідомими.

| А | Б | В | Г | Д |
|---|--|--|---|--------------------------------------|
| $\begin{cases} 3x + 7 = 1 \\ -9 + 5y = 0 \end{cases}$ | $\begin{cases} x + 3y = 4 \\ -2x + 5y = 6 \end{cases}$ | $\begin{cases} xy^2 - 3y = 5 \\ x + 5x^2y = 8 \end{cases}$ | $\begin{cases} 4x^2 - 3y = 4 \\ 6x + 5xy = 6 \end{cases}$ | Усі
відповіді
непра-
вильні |

2. Коефіцієнти при x системи $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ -2x + 5y = 4 \end{cases} - \dots$

| А | Б | В | Г | Д |
|----------|----------|----------|----------|---------------------------|
| 1 й -2 | 2 й 5 | 3 й 4 | 0 й -2 | Усі відповіді неправильні |

3. Коефіцієнти при y системи $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ -2x + 5y = 4 \end{cases} - \dots$

| А | Б | В | Г | Д |
|----------|----------|----------|----------|---------------------------|
| 1 й -2 | 2 й 5 | 3 й 4 | 0 й -2 | Усі відповіді неправильні |

4. Вільні члени системи $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ -2x + 5y = 4 \end{cases} - \dots$

| А | Б | В | Г | Д |
|----------|----------|----------|----------|---------------------------|
| 1 й -2 | 2 й 5 | 3 й 4 | 0 й -2 | Усі відповіді неправильні |

5. $x = 1, y = 1$ – це розв’язки системи \dots

| А | Б | В | Г | Д |
|---|--|--|---|---------------------------|
| $\begin{cases} 12x + 3y = 9 \\ 5x + 11y = 16 \end{cases}$ | $\begin{cases} x + 3y = 4 \\ -2x + 5y = 4 \end{cases}$ | $\begin{cases} 7x - 3y = 4 \\ x + 9y = 12 \end{cases}$ | $\begin{cases} 12x - 3y = 9 \\ 5x + 11y = 16 \end{cases}$ | Усі відповіді неправильні |

6. З першого рівняння $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ x + 5y = 6 \end{cases} \dots$

| А | Б | В | Г | Д |
|----------|--------------|-------------|--------------|---------------------------|
| $y = 8x$ | $y = 5 - 3x$ | $y = 6 - x$ | $y = 5 + 3x$ | Усі відповіді неправильні |

7. Із другого рівняння $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x + 5y = 6 \end{cases} \dots$

| А | Б | В | Г | Д |
|-------------|-------------|--------------|--------------|---------------------------|
| $x = 5 - y$ | $x = 5 + y$ | $x = 6 - 5y$ | $x = 6 + 5y$ | Усі відповіді неправильні |

8. Для розв'язання системи $\begin{cases} 2x - 3y = 6 \\ 3x + 3y = 5 \end{cases}$ потрібно ...

| А | Б | В | Г | Д |
|--------|---------|-----------|--------------------------|---------------------------|
| додати | відняти | розділити | помножити на -5 і додати | Усі відповіді неправильні |

9. Розв'язки системи $\begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ 4x + 2y = 8 \end{cases}$ - ...

| А | Б | В | Г | Д |
|--|--|--|--|---------------------------|
| $\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ | $\left(-\frac{9}{4}; \frac{1}{2}\right)$ | $\left(\frac{9}{4}; -\frac{1}{2}\right)$ | $\left(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$ | Усі відповіді неправильні |

10. Розв'язки системи $\begin{cases} 2x - 3y = 3 \\ 3x + 2y = 3 \end{cases}$ - ...

| А | Б | В | Г | Д |
|---|---|---|---|---------------------------|
| $\left(-\frac{15}{13}; \frac{3}{13}\right)$ | $\left(\frac{15}{13}; -\frac{3}{13}\right)$ | $\left(\frac{3}{13}; -\frac{15}{13}\right)$ | $\left(\frac{58}{13}; -\frac{3}{13}\right)$ | Усі відповіді неправильні |

Відповіді на завдання з теми «Рівняння й системи рівнянь першого степеня»

8.1. Алгебраїчна рівність. Лінійні рівняння

Завдання 4

1. 2. 2. - 5. 3. -3. 4. 7. 5. Немає розв'язків 6. x - будь-яке число

Завдання 6

1. 20. 2. 7. 3. -7. 4. -1. 5. -12. 6. 12. 7. 2.

Завдання 7

1. $5\frac{5}{7}$. 2. 9. 3. 5. 4. 1. 5. 60. 6. 11. 7. -3. 8. 8,5.

Домашнє завдання

1) -1,5; 2) 2; 3) 1; 4) $\frac{1}{60}$; 5) 125; 6) -7; 7) немає розв'язків;

8.2. Системи лінійних рівнянь

Завдання 1

1. $(3; 1)$. 2. $(5; 1)$. 3. $(2; 3)$. 4. $(4; 3)$. 5. $(2; -5)$. 6. $(7; 8)$.
7. $(-1; 2)$. 8. $(125; -47)$.

Завдання 2

1. $\left(\frac{8}{195}; -\frac{14}{65}\right)$. 2. $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$. 3. $(-4,75; 9,625)$. 4. $(3; -1)$.
5. $(-3; 2)$. 6. $\left(-\frac{100}{11}; -\frac{23}{11}\right)$

Завдання 3

1. $(8; 7)$ 2. $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{4}\right)$ 3. $(26,5; -5,5)$ 4. $(4; 3)$ 5. $(5; 3)$

Домашнє завдання

1. $(1; 5)$. 2. $(3; 1)$. 3. $(36; 12)$. 4. $(6; 8)$. 5. $(1,24; 2,56)$. 6. $(1; 2)$.

Відповіді на тести з теми «Рівняння й системи рівнянь першого степеня»

8.1. Алгебраїчна рівність. Лінійні рівняння

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| А | В | Г | Б | В | Г | Г | Г | Б | Г |

8.2. Системи лінійних рівнянь

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Б | А | Б | В | Г | Б | В | А | В | Б |

9. Квадратні рівняння й рівняння, що зводяться до них

9.1. Квадратні рівняння

Словник

| <i>Українська</i> | <i>Російська</i> | <i>Англійська</i> | <i>Французька</i> |
|--|---|---|---|
| зводити/звести до (чого?) | приводить/привести к (чому?) | to reduce to | reduire à |
| коефіцієнт старший коефіцієнт | коэффициент старший коэффициент | coefficient leading coefficient | coefficient premier coefficient |
| дискримінант | дискриминант | discriminant | discriminant |
| двочлен | двучлен | binomial | binôme |
| квадратне рівняння | квадратное уравнение | quadratic equation | équation quadratique |
| корінь комбінація коренів | корень комбинация корней | root combination of roots | racine combinaison de racines |
| лінійний множник | линейный множитель | linear factor | facteur linéaire |
| (не)повне квадратне рівняння | (не)полное квадратное уравнение | (in)complete quadratic equation | quation quadratique (in)complète |
| теорема пряма теорема обернена теорема | теорема прямая теорема обратная теорема | theorem direct theorem converse theorem | theoreme theoreme direct theoreme inverse |
| повне квадратне рівняння | полное квадратное уравнение | complete quadratic equation | équation quadratique complète |
| зведене квадратне рівняння | приведенное квадратное уравнение | reduced quadratic equation | équation quadratique réduite |
| вільний член | свободный член | free member | membre libre |
| наслідок | следствие | corollary | corollaire |
| старший коефіцієнт | старший коэффициент | leading coefficient | premier coefficient |
| сума коренів | сумма корней | sum of roots | somme des racines |
| тричлен | трехчлен | trinomial | trinôme |
| належати порожній множині | принадлежать пустому множеству | belong to the empty set | appartenir à l'ensemble vide |

Квадратне рівняння – це рівняння вигляду

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

де $a \neq 0$, a, b, c – числа, x – змінна.

a – коефіцієнт при x^2 (або перший коефіцієнт),

b – коефіцієнт при x (або другий коефіцієнт),

c – вільний член.

У квадратному рівнянні старший степінь невідомої дорівнює двом. Перший коефіцієнт a називають *старшим коефіцієнтом*.

Область визначення невідомої x у квадратному рівнянні – ОДЗ: x – будь-яке число.

Завдання 1. Читайте за моделлю.

| | |
|---------------|--|
| <i>Модель</i> | $3x^2 + 4x - 3 = 0.$
Три ікс квадрат плюс чотири ікс мінус три дорівнює нулю.
Це квадратне рівняння з невідомою x .
Перший (старший) коефіцієнт a дорівнює трьом,
другий коефіцієнт b дорівнює чотирьом,
вільний член c дорівнює мінус трьом. |
|---------------|--|

1) $5x^2 + 7x - 9 = 0;$

2) $x^2 + 11x + 7 = 0;$

3) $2x^2 + 8x + 5 = 0;$

4) $x^2 - 12x + 5 = 0;$

5) $x^2 - 9x - 6 = 0;$

6) $\frac{1}{13}x^2 + \frac{1}{26}x - \frac{1}{39} = 0;$

7) $\frac{1}{12}x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{24} = 0;$

8) $\frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} = 0.$

Неповні квадратні рівняння

Неповне квадратне рівняння – це квадратне рівняння, у якому $b = 0$ або $c = 0$ (другий коефіцієнт або вільний член дорівнюють нулю). Це такі рівняння:

$$1) \quad ax^2 + bx = 0;$$

$$2) \quad ax^2 + c = 0;$$

$$3) \quad ax^2 = 0.$$

Неповне квадратне рівняння легко розв'язати. Можна винести спільний множник за дужки й розкласти його на множники.

Види неповних квадратних рівнянь і їх розв'язання

| | Неповне квадратне рівняння | Розв'язки неповного квадратного рівняння | Корінь рівняння |
|---|--|--|--|
| 1 | $ax^2 + bx = 0,$
$a \neq 0, \quad b \neq 0,$
$c = 0$ | Винесемо x за дужки:
$x(ax + b) = 0;$
$x = 0$ або $ax + b = 0;$
$x_1 = 0$ або $x_2 = -\frac{b}{a}.$
Рівняння має два корені | $x_1 = 0,$
$x_2 = -\frac{b}{a}$ |
| 2 | $ax^2 + c = 0,$
$a \neq 0, \quad b = 0,$
$c \neq 0$ | Перенесемо c праворуч;
$ax^2 = -c$; розділимо ліву та праву частини рівняння на a :
$x^2 = -\frac{c}{a}.$
Перший випадок: $-\frac{c}{a} > 0$
$x_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}.$
Рівняння має два корені.
Другий випадок: $-\frac{c}{a} < 0.$
Рівняння не має коренів | 1) $-\frac{c}{a} > 0$
$x_1 = \sqrt{-\frac{c}{a}},$
$x_2 = -\sqrt{-\frac{c}{a}},$
два корені;
2) $-\frac{c}{a} < 0,$
коренів немає |
| 3 | $ax^2 = 0,$
$a \neq 0, \quad b = 0,$
$c = 0$ | Розділимо ліву і праву частини рівняння на a :
$x^2 = 0, \quad x = 0.$
Рівняння має один корінь | $x = 0$ |

Приклад 1. Розв'яжіть квадратне рівняння:

$$2x^2 + 15x = 0,$$

де $a = 2$, $b = 15$, $c = 0$.

$c = 0$, тому це неповне квадратне рівняння.

Винесемо спільний множник за дужки:

$$x(2x + 15) = 0.$$

Знайдемо x із рівняння:

$$x = 0 \text{ або } 2x + 15 = 0,$$

$$x_1 = 0 \text{ або } x_2 = -\frac{15}{2}.$$

Відповідь: $x_1 = 0$, $x_2 = -\frac{15}{2}$.

Приклад 2. Розв'яжіть квадратне рівняння:

$$5x^2 - 20 = 0,$$

де $a = 5$, $b = 0$, $c = -20$.

$b = 0$, тому це неповне квадратне рівняння.

Перенесемо -20 праворуч із протилежним знаком:

$$5x^2 = 20.$$

Розділимо на 5:

$$x^2 = \frac{20}{5},$$

$$x^2 = 4.$$

Знайдемо x :

$$x = \pm \sqrt{4},$$

$$x_1 = 2 \text{ або } x_2 = -2.$$

Відповідь: $x_1 = 2$, $x_2 = -2$.

Приклад 3. Розв'яжіть квадратне рівняння:

$$9x^2 = 0,$$

де $a = 9$, $b = 0$, $c = 0$.

$b = 0, c = 0$, тому це неповне квадратне рівняння.

$9x^2 = 0$. Розділимо на 9:

$$x^2 = 0,$$

$$x = 0.$$

Відповідь: $x = 0$.

Завдання 2. Розв'яжіть неповні квадратні рівняння:

1) $9x^2 + 7x = 0$;

2) $9x^2 - 81 = 0$;

3) $17x^2 = 0$;

4) $-4x^2 + 12x = 0$;

5) $25x^2 - 256 = 0$;

6) $-\frac{11}{27}x^2 = 0$.

Повні квадратні рівняння. Формула коренів

Повне квадратне рівняння – це квадратне рівняння, у якого коефіцієнти й вільний член не дорівнюють нулю.

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

де $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$.

Щоб знайти корені квадратного рівняння, використовують **дискримінант**:

$$D = b^2 - 4ac.$$

Формула коренів квадратного рівняння:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}.$$

Значення дискримінанта й кількість коренів квадратного рівняння

| Дискримінант | Корені
квадратного
рівняння | Пояснення |
|-----------------------------|---|---|
| $D = b^2 - 4ac,$
$D > 0$ | $x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$
$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$ | Рівняння має два різні дійсні корені |
| $D = b^2 - 4ac,$
$D = 0$ | $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$ | Рівняння має два однакові дійсні корені |
| $D = b^2 - 4ac,$
$D < 0$ | Під коренем від'ємний вираз, дійсних коренів немає:
$x \in \emptyset$.
(Читаємо так:
<i>Ікс належить порожній множині</i>) | Рівняння не має дійсних коренів |

Приклад 1. Розв'яжіть квадратне рівняння:

$$2x^2 - 5x - 3 = 0,$$

де $a = 2$, $b = -5$, $c = -3$.

Знайдемо дискримінант квадратного рівняння:

$$D = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \cdot 2(-3) = 25 + 24 = 49,$$

$$D = 49 > 0.$$

Знайдемо x_1 і x_2 за формулою коренів квадратного рівняння для випадку $D > 0$:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm 7}{4};$$

$$x_1 = \frac{5+7}{4} = 3; \quad x_2 = \frac{5-7}{4} = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{Відповідь: } x_1 = 3, \quad x_2 = -\frac{1}{2}.$$

Приклад 2. Розв'яжіть квадратне рівняння:

$$2x^2 + 5x - 1 = 0,$$

де $a = 2$, $b = 5$, $c = -1$.

Знайдемо дискримінант квадратного рівняння:

$$D = b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) = 25 + 8 = 33, \quad D = 33 > 0.$$

Знайдемо x_1 і x_2 за формулою коренів квадратного рівняння для випадку $D > 0$:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-5 \pm \sqrt{33}}{2 \cdot 2} = \frac{-5 \pm \sqrt{33}}{4};$$

$$x_1 = \frac{-5 + \sqrt{33}}{4}, \quad x_2 = \frac{-5 - \sqrt{33}}{4}.$$

$$\text{Відповідь: } x_1 = \frac{-5 + \sqrt{33}}{4}, \quad x_2 = \frac{-5 - \sqrt{33}}{4}.$$

Приклад 3. Розв'яжіть квадратне рівняння:

$$9x^2 - 6x + 1 = 0,$$

де $a = 9$, $b = -6$, $c = 1$.

Знайдемо дискримінант квадратного рівняння:

$$D = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 1 = 36 - 36 = 0,$$

$$D = 0.$$

Знайдемо x_1 і x_2 за формулою коренів квадратного рівняння для випадку $D = 0$:

$$x_{1,2} = \frac{-b}{2a} = \frac{6}{2 \cdot 9} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}.$$

Відповідь: $x = \frac{1}{3}$.

Приклад 4. Розв'яжіть квадратне рівняння:

$$8x^2 + 9x + 5 = 0,$$

де $a = 8$, $b = 9$, $c = 5$.

Знайдемо дискримінант квадратного рівняння:

$$D = b^2 - 4ac = 9^2 - 4 \cdot 8 \cdot 5 = 81 - 160 = -79, \quad D = -79 < 0.$$

Знайдемо x_1 і x_2 за формулою коренів квадратного рівняння для випадку $D < 0$:

$$D = -79 < 0.$$

Дійсних коренів немає: $x \in \emptyset$.

Відповідь: дійсних коренів немає: $x \in \emptyset$.

Завдання 3. Розв'яжіть квадратні рівняння:

1) $6x^2 - 7x - 3 = 0$;

2) $\frac{1}{32}x^2 + \frac{1}{2}x + 2 = 0$;

3) $13x^2 - 15x + 7 = 0$;

4) $2x^2 + 9x + 9 = 0$;

5) $7x^2 - 6x + 1 = 0$.

Зведені квадратні рівняння

Зведене квадратне рівняння – це квадратне рівняння, у якому **перший коефіцієнт** (коефіцієнт при x^2) **дорівнює одиниці**:

$$x^2 + px + q = 0,$$

де $a = 1$, $p \neq 0$, $q \neq 0$.

Дискримінант зведеного квадратного рівняння знаходять за формулою

$$D = p^2 - 4q.$$

Формула коренів для зведеного квадратного рівняння має вигляд

$$x_{1,2} = \frac{-p \pm \sqrt{D}}{2}.$$

Приклад 1. Розв'яжіть зведене квадратне рівняння:

$$x^2 - 5x + 6 = 0,$$

де $p = -5$, $q = 6$.

Знайдемо дискримінант квадратного рівняння:

$$D = p^2 - 4q = (-5)^2 - 4 \cdot 6 = 25 - 24 = 1, \quad D = 1 > 0.$$

Знайдемо x_1 і x_2 за формулою коренів зведеного квадратного рівняння:

$$x_{1,2} = \frac{-p \pm \sqrt{D}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2};$$

$$x_1 = \frac{5+1}{2} = 3; \quad x_2 = \frac{5-1}{2} = 2.$$

Відповідь: $x_1 = 3$, $x_2 = 2$.

Приклад 2. Розв'яжіть квадратне рівняння:

$$x^2 - 4x + 4 = 0,$$

де $p = -4$, $q = 4$.

Знайдемо дискримінант зведеного квадратного рівняння:

$$D = p^2 - 4q = (-4)^2 - 4 \cdot 4 = 16 - 16 = 0, \quad D = 0.$$

Знайдемо x_1 і x_2 за формулою коренів зведеного квадратного рівняння:

$$x_{1,2} = \frac{-p \pm \sqrt{D}}{2} = \frac{4}{2} = 2.$$

Відповідь: $x = 2$.

Приклад 3. Розв'яжіть квадратне рівняння:

$$x^2 - 2x + 5 = 0,$$

де $p = -2$, $q = 5$.

Знайдемо дискримінант зведеного квадратного рівняння:

$$D = p^2 - 4q = (-2)^2 - 4 \cdot 5 = 4 - 20 = -16, \quad D = -16 < 0.$$

$D = -16 < 0$, тому дійсних коренів немає.

Відповідь: дійсних коренів немає ($x \in \emptyset$).

Завдання 4. Розв'яжіть зведені квадратні рівняння:

1) $x^2 - 3x - 40 = 0$;

2) $x^2 - 7x + 12 = 0$;

3) $x^2 + 7x + 12 = 0$;

4) $x^2 - 3x + 2 = 0$;

5) $x^2 - 8x + 7 = 0$;

6) $x^2 - 7x + 15 = 0$;

7) $x^2 + 2x - 2 = 0$.

Запам'ятайте!

Корені зведеного квадратного рівняння можна знайти за формулами коренів повного квадратного рівняння при $a = 1$.

Запам'ятайте!

Якщо у квадратному рівнянні $ax^2 + bx + c = 0$ коефіцієнт b – **парне** число, то корені квадратного рівняння можна знайти за формулою половинного аргументу:

$$x_{1,2} = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4} - ac}}{a} = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{D}{4}}}{a}.$$

Домашнє завдання

1. Розв'яжіть неповні квадратні рівняння:

1) $4x^2 - 12x = 0;$

2) $-18x^2 = 0;$

3) $3x^2 - 27 = 0;$

4) $7x^2 + 63x = 0;$

5) $11x^2 - 13x = 0.$

2. Розв'яжіть повні та зведені квадратні рівняння:

1) $3x^2 - 4x - 7 = 0;$

2) $6x^2 - 12x + 6 = 0;$

3) $-3x^2 + 4x - 4 = 0;$

4) $x^2 - x - 2 = 0;$

5) $x^2 - 4x - 5 = 0;$

6) $x^2 - 4x + 4 = 0;$

7) $x^2 - 14x + 49 = 0;$

8) $x^2 + 3x + 6 = 0;$

9) $x^2 - x - 1 = 0.$

9.2. Теорема Вієта

Словник

| Українська | Російська | Англійська | Французька |
|-----------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| комбінація
коренів | комбинация
корней | combination of
roots | combinaison de
racines |
| теорема
пряма | теорема
прямая теорема | theorem
direct theorem | théorème
~ direct |
| теорема
обернена | обратная
теорема | converse theorem | ~ inverse |
| наслідок | следствие | corollary | corollaire |
| існувати | существовать | to exist | exister |

Пряма теорема Вієта: якщо x_1 і x_2 – корені повного квадратного рівняння $ax^2 + bx + c = 0$, то

$$\text{сума коренів } x_1 + x_2 = -\frac{b}{a},$$

$$\text{добуток коренів } x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}.$$

Обернена теорема Вієта: якщо для деяких постійних a , b , c існують такі числа x_1 і x_2 , що виконуються співвідношення

$$\text{сума чисел } x_1 + x_2 = -\frac{b}{a},$$

$$\text{добуток чисел } x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a},$$

то ці числа x_1 і x_2 є коренями повного квадратного рівняння $ax^2 + bx + c = 0$.

Приклад 1. Знайдіть суму й добуток коренів квадратного рівняння за теоремою Вієта:

$$4x^2 + 5x - 3 = 0,$$

де $a = 4$, $b = 5$, $c = -3$.

Знайдемо дискримінант квадратного рівняння:

$$D = b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \cdot 4(-3) = 25 + 48 = 73.$$

$D = 73 > 0$, тому рівняння має два різні корені.

За теоремою Вієта знайдемо суму й добуток коренів:

$$\text{сума коренів } x_1 + x_2 = -\frac{5}{4};$$

$$\text{добуток коренів } x_1 \cdot x_2 = \frac{-3}{4}.$$

$$\text{Відповідь: } x_1 + x_2 = -\frac{5}{4}, x_1 \cdot x_2 = -\frac{3}{4}.$$

Приклад 2. Знайдіть суму й добуток коренів квадратного рівняння за теоремою Вієта:

$$6x^2 - 8x + 5 = 0,$$

де $a = 6$, $b = -8$, $c = 5$.

Знайдемо дискримінант квадратного рівняння:

$$D = b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4 \cdot 6 \cdot 5 = 64 - 120 = -56.$$

$D = -56 < 0$, тому рівняння не має дійсних коренів. Знайти суму й добуток коренів неможливо.

Відповідь: сума й добуток коренів не існують.

Зверніть увагу!

Якщо повне квадратне рівняння має два однакові корені $x_1 = x_2 = x$, то

$$\text{сума коренів } x_1 + x_2 = 2x = -\frac{b}{a},$$

$$\text{добуток коренів } x_1 \cdot x_2 = x^2 = \frac{c}{a}.$$

Зверніть увагу!

Формули теореми Вієта можна використовувати, якщо є корені квадратного рівняння, тобто коли $D > 0$ або $D = 0$.

Приклад 3. Знайдіть суму й добуток коренів квадратного рівняння за теоремою Вієта:

$$9x^2 - 6x + 1 = 0,$$

де $a = 9$, $b = -6$, $c = 1$.

Знайдемо дискримінант квадратного рівняння:

$$D = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 1 = 36 - 36 = 0.$$

$D = 0$, тому рівняння має два однакові корені.

Знайдемо суму й добуток коренів:

$$\text{сума коренів } x_1 + x_2 = 2x = -\frac{b}{a} = -\frac{-6}{9} = \frac{2}{3};$$

$$\text{добуток коренів } x_1 \cdot x_2 = x^2 = \frac{c}{a} = \frac{1}{9}.$$

$$\text{Відповідь: } x_1 + x_2 = 2x = \frac{2}{3}; \quad x_1 \cdot x_2 = x^2 = \frac{-3}{4}.$$

Завдання 1. Знайдіть суму й добуток коренів квадратного рівняння за теоремою Вієта.

1. $16x^2 - 20x + 6 = 0;$
2. $35x^2 - 87x + 52 = 0;$
3. $162x^2 - 171x + 44 = 0;$
4. $125x^2 - 145x + 38 = 0;$
5. $-3x^2 + 18x - 27 = 0.$

Запам'ятайте формули, корисні для обчислення різних комбінацій коренів квадратного рівняння. (Корені квадратного рівняння знаходити **не потрібно**.)

$$(x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 = \frac{b^2}{a^2};$$

$$(x_1 + x_2)^3 = x_1^3 + 3x_1^2x_2 + 3x_1x_2^2 + x_2^3 = -\frac{b^3}{a^3};$$

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = \frac{b^2}{a^2} - 2\frac{c}{a} = \frac{b^2 - 2ac}{a^2};$$

$$\begin{aligned} x_1^3 + x_2^3 &= (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2) = \\ &= (x_1 + x_2)\left((x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2\right) = -\frac{b}{a}\left(\frac{b^2}{a^2} - \frac{3c}{a}\right). \end{aligned}$$

Читаємо так (четвертий і п'ятий рядки):

Ікс один у третьому степені плюс ікс два в третьому степені дорівнює добутку двох дужок. Перша дужка – ікс один

плюс ікс два; друга дужка – ікс один у другому степені мінус ікс один помножити на ікс два, плюс ікс два в другому степені.

Дорівнює добутку двох дужок. Перша дужка – ікс один плюс ікс два, друга дужка – (це) перша дужка в другому степені, мінус три (помножити на) ікс один помножити на ікс два.

Дорівнює мінус бе поділити на а, помножити на, відкрити круглу дужку, бе квадрат поділити на а квадрат мінус три це поділити на а, закрити круглу дужку.

$$x_1^4 + x_2^4 = \left(\left((x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 \right) \right)^2 - 2(x_1x_2)^2 = \left(\frac{b^2}{a^2} - 2\frac{c}{a} \right)^2 - 2\frac{c^2}{a^2};$$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1x_2} = -\frac{b}{c};$$

$$\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1^2x_2^2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2}{(x_1x_2)^2} = \frac{\frac{b^2}{a^2} - 2\frac{c}{a}}{\frac{c^2}{a^2}} = \frac{b^2 - 2ac}{c^2};$$

$$\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1x_2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2}{x_1x_2} = \frac{\frac{b^2}{a^2} - 2\frac{c}{a}}{\frac{c}{a}} = \frac{b^2 - 2ac}{ac}.$$

| | |
|--|--|
| $(x_1 + x_2)^2 = \frac{b^2}{a^2}$ | $x_1^2 + x_2^2 = \frac{b^2 - 2ac}{a^2}$ |
| $(x_1 + x_2)^3 = -\frac{b^3}{a^3}$ | $x_1^3 + x_2^3 = -\frac{b}{a} \left(\frac{b^2}{a^2} - \frac{3c}{a} \right)$ |
| $x_1^4 + x_2^4 = \left(\frac{b^2}{a^2} - \frac{2c}{a} \right)^2 - \frac{2c^2}{a^2}$ | $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{b}{c}$ |
| $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{b^2 - 2ac}{c^2}$ | $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{b^2 - 2ac}{ac}$ |

Приклад. Знайдіть $x_1^2 + x_2^2$ та $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ для квадратного рівняння:

$$3x^2 - 5x + 1 = 0,$$

де $a = 3$, $b = -5$, $c = 1$.

Знаходимо дискримінант квадратного рівняння.

$$D = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = 25 - 12 = 13.$$

$D = 13 > 0$, тому рівняння має два різні корені.

Знаходимо суму й добуток коренів:

$$\text{сума коренів } x_1 + x_2 = -\frac{-5}{3} = \frac{5}{3};$$

$$\text{добуток коренів } x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{3}.$$

Записуємо суму квадратів у вигляді:

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2.$$

$$\text{Підставляємо } x_1 + x_2 = \frac{5}{3} \text{ та } x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{3}.$$

Знаходимо

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = \left(\frac{5}{3}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{25}{9} - \frac{2}{3} = \frac{25 - 6}{9} = \frac{19}{9}.$$

Записуємо $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ у вигляді

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1x_2}.$$

$$\text{Підставляємо } x_1 + x_2 = \frac{5}{3} \text{ і } x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{3}.$$

Знаходимо

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1x_2} = \frac{\frac{5}{3}}{\frac{1}{3}} = \frac{5}{3} \cdot \frac{3}{1} = 5.$$

Відповідь: $x_1^2 + x_2^2 = \frac{19}{9}$, $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 5$.

Завдання 2. Знайдіть $x_1^2 + x_2^2$ та $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ для квадратних рівнянь:

1) $3x^2 - 8x + 5 = 0$;

2) $4x^2 - 3x - 1 = 0$;

3) $6x^2 - x - 1 = 0$;

4) $0,5x^2 - x - 1 = 0$;

5) $36x^2 - 12x + 1 = 0$.

Для зведеного квадратного рівняння більш доцільно використовувати формули прямої й оберненої теореми Вієта.

Пряма теорема Вієта:

якщо x_1 і x_2 – корені квадратного рівняння $x^2 + px + q = 0$, то

$$\text{сума коренів } x_1 + x_2 = -p,$$

$$\text{добуток коренів } x_1 \cdot x_2 = q.$$

Зверніть увагу!

Якщо зведене квадратне рівняння має два однакові корені $x_1 = x_2 = x$, то

$$\text{сума коренів } x_1 + x_2 = 2x = -p;$$

$$\text{добуток коренів } x_1 \cdot x_2 = x^2 = q.$$

Приклад 1. Знайдіть корені зведеного квадратного рівняння за теоремою Вієта:

$$x^2 + 2x - 48 = 0,$$

де $a = 1$, $p = 2$, $q = -48$.

Знайдемо дискримінант квадратного рівняння:

$$D = p^2 - 4q = 2^2 - 4(-48) = 4 + 192 = 196.$$

$D = 196 > 0$, тому рівняння має два різні корені.

За теоремою Вієта

$$\text{сума коренів } x_1 + x_2 = -p = -2,$$

$$\text{добуток коренів } x_1 \cdot x_2 = q = -48.$$

З добутку коренів випливає

$$(-48) = (-6) \cdot 8 = 6 \cdot (-8).$$

Сума коренів $x_1 = 6$ і $x_2 = -8$ – це від'ємне число.

Відповідь: $x_1 = 6$, $x_2 = -8$.

Приклад 2. Знайдіть корені зведеного квадратного рівняння за теоремою Вієта:

$$x^2 - 16x + 64 = 0,$$

де $a = 1$, $p = -16$, $q = 64$.

Знайдемо дискримінант квадратного рівняння:

$$D = p^2 - 4q = (-16)^2 - 4 \cdot 64 = 256 - 256 = 0.$$

$D = 0$, тому рівняння має два однакові корені.

За теоремою Вієта

$$\text{сума коренів } x_1 + x_2 = -p = -(-16) = 16,$$

$$\text{добуток коренів } x_1 \cdot x_2 = q = 64.$$

З добутку коренів випливає $64 = 8 \cdot 8 = (-8)(-8)$.

Сума коренів $x_1 = x_2 = x = 8$ – це додатне число.

Відповідь: $x_1 = x_2 = 8$.

Завдання 3. Знайдіть корені зведених квадратних рівнянь за теоремою Вієта:

1) $x^2 - 7x + 12 = 0$;

2) $-x^2 + 4x + 5 = 0$;

3) $x^2 + 7x + 12 = 0$;

4) $x^2 + 8x - 65 = 0$;

5) $x^2 - 8x + 15 = 0$.

Обернена теорема Вієта

Якщо сума чисел x_1 і x_2 дорівнює $x_1 + x_2 = -p$
і добуток чисел x_1 і x_2 дорівнює $x_1 \cdot x_2 = q$,

то числа x_1 і x_2 – це корені **зведеного** квадратного рівняння $x^2 + px + q = 0$.

Приклад. Запишіть зведене квадратне рівняння за його коренями $x_1 = 2$ і $x_2 = -4$.

Сума коренів $x_1 + x_2 = 2 + (-4) = -2 = -p$. Тоді $p = 2$.

Добуток коренів $x_1 \cdot x_2 = 2(-4) = -8 = q$.

Зведене квадратне рівняння:

$$x^2 + px + q = 0.$$

Підставляємо p і q . Маємо $x^2 + 2x - 8 = 0$.

Відповідь: $x^2 + 2x - 8 = 0$.

Завдання 4. Напишіть зведені квадратні рівняння за їхніми коренями за оберненою теоремою Вієта:

- 1) $x_1 = 3, x_2 = 5$;
- 2) $x_1 = 4, x_2 = -6$;
- 3) $x_1 = 7, x_2 = 9$;
- 4) $x_1 = -5, x_2 = 8$;
- 5) $x_1 = 15, x_2 = 10$.

Запам'ятайте нерівності для коренів **зведеного** квадратного рівняння за умови $D = p^2 - 4q > 0$:

1. Якщо коефіцієнти рівняння $p > 0, q > 0$, то $x_1 < x_2 < 0$.
2. Якщо коефіцієнти рівняння $p < 0, q > 0$, то $0 < x_1 < x_2$.
3. Якщо коефіцієнти рівняння $p > 0, q < 0$, то $x_1 < 0 < x_2$.
4. Якщо коефіцієнти рівняння $p < 0, q < 0$, то $x_1 < 0 < x_2$.
5. Якщо коефіцієнти рівняння $p > 0, q = 0$, то $x_1 < x_2 = 0$.
6. Якщо коефіцієнти рівняння $p < 0, q = 0$, то $0 = x_1 < x_2$.
7. Якщо коефіцієнти рівняння $p = 0, q < 0$, то $x_1 < 0 < x_2$.

Розкладання квадратного тричлена на лінійні множники

Розкладання квадратного тричлена на лінійні множники має вигляд

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2),$$

де x_1 і x_2 – корені квадратного рівняння $ax^2 + bx + c = 0$, якщо $D \geq 0$.

Якщо $D = 0$, то

$$x_1 = x_2, \quad ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_1) = a(x - x_1)^2.$$

Приклад 1. Розкладіть на лінійні множники:

$$x^2 - 10x + 21.$$

Знайдемо корені квадратного рівняння за теоремою Вієта:

$$x^2 - 10x + 21 = 0,$$

де $a = 1$, $p = -10$, $q = 21$.

Знайдемо дискримінант квадратного рівняння.

$$D = p^2 - 4q = (-10)^2 - 4 \cdot 21 = 100 - 84 = 16.$$

$D = 16 > 0$, тому рівняння має два різні корені.

За теоремою Вієта

$$\text{сума коренів } x_1 + x_2 = -p = -(-10) = 10,$$

$$\text{добуток коренів } x_1 \cdot x_2 = q = 21.$$

З добутку коренів випливає $21 = 3 \cdot 7 = (-3) \cdot (-7)$.

Сума коренів $x_1 = 3$ і $x_2 = 7$ – додатне число.

Розкладемо квадратний тричлен на лінійні множники:

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2).$$

Підставимо $a = 1$, $x_1 = 3$, $x_2 = 7$.

$$\text{Одержимо } x^2 - 10x + 21 = (x - 3)(x - 7).$$

$$\text{Відповідь: } x^2 - 10x + 21 = (x - 3)(x - 7).$$

Приклад 2. Розкладіть на лінійні множники:

$$3x^2 - 4x - 7.$$

Знайдемо корені квадратного рівняння:

$$3x^2 - 4x - 7 = 0,$$

де $a = 3$, $b = -4$, $c = -7$.

Знайдемо дискримінант квадратного рівняння:

$$D = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-7) = 16 + 84 = 100.$$

$D = 100 > 0$, тому рівняння має два різні корені.

Знайдемо x_1 і x_2 за формулою коренів квадратного рівняння для випадку $D > 0$:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{100}}{2 \cdot 3} = \frac{4 \pm 10}{6};$$
$$x_1 = \frac{4+10}{6} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3}; \quad x_2 = \frac{4-10}{6} = \frac{-6}{6} = -1.$$

Розкладемо квадратний тричлен на лінійні множники:

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2).$$

Підставимо $a = 3$, $x_1 = \frac{7}{3}$, $x_2 = -1$ та одержимо

$$3x^2 - 4x - 7 = 3\left(x - \frac{7}{3}\right)(x + 1).$$

Відповідь: $3x^2 - 4x - 7 = 3\left(x - \frac{7}{3}\right)(x + 1)$.

Завдання 5. Розкладіть на лінійні множники:

- 1) $2x^2 + 3x + 1$;
- 2) $2x^2 - 3x + 1$;
- 3) $2x^2 + 5x + 3$;
- 4) $2x^2 - 3x + 1$;
- 5) $x^2 + 2x - 63$.

Теоретичні питання й завдання з теми «Квадратні рівняння й рівняння, що зводяться до них»

1. Що таке квадратне рівняння?
2. Що таке неповне квадратне рівняння?
3. Що таке повне квадратне рівняння?
4. Що таке зведене квадратне рівняння?
5. Запишіть формулу дискримінанта квадратного рівняння.
6. Запишіть формулу коренів квадратного рівняння.
7. Скільки коренів має рівняння, якщо дискримінант $D > 0$?
8. Скільки коренів має рівняння, якщо дискримінант $D = 0$?
9. Скільки коренів має рівняння, якщо дискримінант $D < 0$?
10. Запишіть формулу коренів квадратного рівняння, якщо коефіцієнт b – парне число.
11. Запишіть теорему Вієта для повного квадратного рівняння.
12. Запишіть обернену теорему Вієта для повного квадратного рівняння.
13. Запишіть теорему Вієта для зведеного квадратного рівняння.
14. Запишіть обернену теорему Вієта для зведеного квадратного рівняння.
15. Запишіть формулу розкладання квадратного тричлена на множники.

Домашнє завдання

1. Знайдіть суму й добуток коренів квадратних рівнянь за теоремою Вієта:

1) $3x^2 - 5x - 2 = 0$;

2) $5x^2 + 6x + 1 = 0$;

3) $3x^2 - 4x + 1 = 0$;

4) $12x^2 + 4x - 1 = 0$;

5) $-15x^2 + 2x + 1 = 0$.

2. Знайдіть $x_1^2 + x_2^2$ та $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ для квадратних рівнянь:

1) $3x^2 + 5x - 2 = 0$;

- 2) $5x^2 - 6x + 1 = 0$;
- 3) $3x^2 + 4x + 1 = 0$;
- 4) $12x^2 - 4x - 1 = 0$;
- 5) $-15x^2 - 2x + 1 = 0$.

3. Знайдіть корені зведених квадратних рівнянь за теоремою Вієта:

- 1) $x^2 + 3x - 28 = 0$;
- 2) $x^2 - 4x - 12 = 0$;
- 3) $x^2 + 3x - 18 = 0$;
- 4) $x^2 - 4x - 32 = 0$;
- 5) $x^2 + 5x - 176 = 0$.

4. Запишіть зведені квадратні рівняння за їхніми коренями за оберненою теоремою Вієта:

- 1) $x_1 = 13, x_2 = 25$;
- 2) $x_1 = 3, x_2 = 11$;
- 3) $x_1 = 6, x_2 = -8$;
- 4) $x_1 = -4, x_2 = 7$;
- 5) $x_1 = 5, x_2 = -10$.

5. Розкладіть на лінійні множники:

- 1) $9x^2 - 16x + 8$;
- 2) $x^2 + x - 12$;
- 3) $x^2 - 24x + 143$;
- 4) $x^2 - 8x - 65$;
- 5) $9x^2 + 36x + 32$.

ТЕСТИ

1. Неповне квадратне рівняння – це

| А | Б | В | Г | Д |
|---------------------|-------------|--------------|-----------------|---------------------------|
| $4x^2 + 7x + 5 = 0$ | $3x^2 + 8x$ | $9x - 3 = 0$ | $7x^2 + 5x = 0$ | Усі відповіді неправильні |

2. Повне квадратне рівняння – це

| А | Б | В | Г | Д |
|--------------------|-----------------|---------------|----------------|---------------------------|
| $x^2 - 5x + 6 = 0$ | $2x^2 + 7x + 4$ | $x^2 + 7 = 0$ | $3x^2 + x = 0$ | Усі відповіді неправильні |

3. Зведене квадратне рівняння – це

| А | Б | В | Г | Д |
|--------------------|-----------------|--------------------|---------------|---------------------------|
| $7x^2 - x + 5 = 0$ | $2x^2 - 7x = 0$ | $x^2 - 5x + 2 = 0$ | $x^2 - 9 = 0$ | Усі відповіді неправильні |

4. Дискримінант D квадратного рівняння $x^2 + 12x + 36 = 0$ –

| А | Б | В | Г | Д |
|-----------|---------|----------|---------|---------------------------|
| $D = 144$ | $D = 0$ | $D = 16$ | $D < 0$ | Усі відповіді неправильні |

5. Дискримінант D квадратного рівняння $x^2 + 12x + 11 = 0$ –

| А | Б | В | Г | Д |
|-----------|----------|---------|---------|---------------------------|
| $D = 100$ | $D = 81$ | $D < 0$ | $D = 0$ | Усі відповіді неправильні |

6. Дискримінант D квадратного рівняння $x^2 + 12x + 37 = 0$ –

| А | Б | В | Г | Д |
|---------|---------|-----------|---------|---------------------------|
| $D = 0$ | $D = 4$ | $D = 121$ | $D < 0$ | Усі відповіді неправильні |

7. Яке квадратне рівняння має корені $x_1 = 2$, $x_2 = 4$?

| А | Б | В | Г | Д |
|------------|--------------------|--------------------|----------------|---------------------------|
| $x^2 = 16$ | $x^2 + 6x + 8 = 0$ | $x^2 - 6x + 8 = 0$ | $x^2 - 2x = 0$ | Усі відповіді неправильні |

8. Яке квадратне рівняння має корені $x_1 = 4$, $x_2 = 4$?

| А | Б | В | Г | Д |
|----------------|---------------------|------------|---------------------|---------------------------|
| $x^2 - 4x = 0$ | $x^2 - 8x + 16 = 0$ | $x^2 = 16$ | $x^2 - 8x + 15 = 0$ | Усі відповіді неправильні |

9. Яке квадратне рівняння не має коренів?

| А | Б | В | Г | Д |
|---------------------|----------------------|----------------|------------|---------------------------|
| $x^2 - 6x + 10 = 0$ | $x^2 - 10x + 21 = 0$ | $x^2 + 2x = 0$ | $x^2 = 11$ | Усі відповіді неправильні |

10. Квадратний тричлен $x^2 + x - 2$ можна розкласти на множники ...

| А | Б | В | Г | Д |
|---------------|--------------|--------------|--------------|---------------------------|
| $2(x-1)(x+2)$ | $(x+1)(x-2)$ | $(x+1)(x+2)$ | $(x-1)(x+2)$ | Усі відповіді неправильні |

Відповіді на завдання з теми «Квадратні рівняння й рівняння, що зводяться до них»

9.1. Квадратні рівняння

Завдання 2

1. $x_1 = 0$, $x_2 = -\frac{7}{9}$;

2. $x_1 = 3$, $x_2 = -3$;

3. $x = 0$;

4. $x_1 = 0$, $x_2 = 3$;

5. $x_1 = \frac{16}{5}$, $x_2 = -\frac{16}{5}$;

6. $x = 0$.

Завдання 3

1) $x_1 = -\frac{1}{3}$, $x_2 = \frac{3}{2}$;

2) $x = -8$;

3) дійсних коренів немає;

4) $x_1 = -3$, $x_2 = -\frac{3}{2}$;

5) $x_1 = \frac{3 + \sqrt{2}}{7}$, $x_2 = \frac{3 - \sqrt{2}}{7}$.

Завдання 4

- 1) $x_1 = 8, x_2 = -5$;
- 2) $x_1 = 3, x_2 = 4$;
- 3) $x_1 = -3, x_2 = -4$;
- 4) $x_1 = 1, x_2 = 2$;
- 5) $x_1 = 1, x_2 = 7$;
- 6) дійсних коренів немає;
- 7) $x_1 = -1 + \sqrt{3}, x_2 = -1 - \sqrt{3}$.

Домашнє завдання

1.

- 1) $x_1 = 0, x_2 = 3$;
- 2) $x = 0$;
- 3) $x_1 = -3, x_2 = 3$;
- 4) $x_1 = 0, x_2 = -9$;
- 5) $x_1 = 0, x_2 = \frac{13}{11}$.

2.

- 1) $x_1 = -1, x_2 = \frac{2}{3}$;
- 2) $x = 1$;
- 3) дійсних коренів немає;
- 4) $x_1 = -1, x_2 = 2$;
- 5) $x_1 = -1, x_2 = 5$;
- 6) $x = 2$;
- 7) $x = 1$;
- 8) дійсних коренів немає;
- 9) $x_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}; x_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$.

9.2. Теорема Вієта

Завдання 1

- 1) $x_1 + x_2 = \frac{5}{4}, x_1 \cdot x_2 = \frac{3}{8}$;
- 2) $x_1 + x_2 = \frac{87}{35}, x_1 \cdot x_2 = \frac{52}{35}$;
- 3) $x_1 + x_2 = \frac{19}{18}, x_1 \cdot x_2 = \frac{22}{81}$;
- 4) $x_1 + x_2 = \frac{29}{25}, x_1 \cdot x_2 = \frac{38}{125}$;
- 5) $x_1 + x_2 = 6, x_1 \cdot x_2 = 9$.

Завдання 2

- 1) $x_1^2 + x_2^2 = \frac{34}{9}, \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{8}{5}$;
- 2) $x_1^2 + x_2^2 = \frac{17}{16}, \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -3$;
- 3) $x_1^2 + x_2^2 = \frac{13}{36}, \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -1$;
- 4) $x_1^2 + x_2^2 = 8, \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -1$;
- 5) $x_1^2 + x_2^2 = \frac{1}{18}, \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 12$.

Завдання 3

1) $x_1 = 4, x_2 = 3;$

3) $x_1 = -3, x_2 = -4;$

5) $x_1 = 5, x_2 = 3.$

2) $x_1 = -1, x_2 = 5;$

4) $x_1 = 5, x_2 = -13;$

Завдання 4

1) $x^2 - 8x + 15 = 0;$

3) $x^2 - 16x + 63 = 0;$

5) $x^2 - 25x + 150 = 0.$

2) $x^2 + 2x - 24 = 0;$

4) $x^2 - 3x - 40 = 0;$

Завдання 5

1) $2x^2 + 3x + 1 = 2\left(x + \frac{1}{2}\right)(x + 1);$

2) $2x^2 - 3x + 1 = 2(x - 1)\left(x - \frac{1}{2}\right);$

3) $2x^2 + 5x + 3 = 2\left(x + \frac{3}{2}\right)(x + 1);$

4) $2x^2 - 5x + 3 = 2(x - 1)\left(x - \frac{3}{2}\right);$

5) $x^2 + 2x - 63 = (x - 7)(x + 9).$

Домашнє завдання

1.

1) $x_1 + x_2 = \frac{5}{3}, x_1 \cdot x_2 = -\frac{2}{3};$

2) $x_1 + x_2 = -\frac{6}{5}, x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{5};$

3) $x_1 + x_2 = \frac{4}{3}, x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{3};$

4) $x_1 + x_2 = -\frac{1}{3}, x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{12};$

5) $x_1 + x_2 = \frac{2}{15}, x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{15}.$

2.

1) $x_1^2 + x_2^2 = \frac{37}{9}, \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{5}{2};$

$$2) x_1^2 + x_2^2 = \frac{26}{25}, \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 6;$$

$$3) x_1^2 + x_2^2 = \frac{10}{9}, \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -4;$$

$$4) x_1^2 + x_2^2 = \frac{5}{18}, \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -4;$$

$$5) x_1^2 + x_2^2 = \frac{34}{225}, \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{2}{15}.$$

3.

$$1) x_1 = -7, x_2 = 4; \quad 2) x_1 = -2, x_2 = 6;$$

$$3) x_1 = -6, x_2 = 3; \quad 4) x_1 = -4, x_2 = 8;$$

$$5) x_1 = 11, x_2 = -16.$$

4.

$$1) x^2 - 38x + 325 = 0; \quad 2) x^2 - 14x + 33 = 0;$$

$$3) x^2 + 2x - 48 = 0; \quad 4) x^2 - 3x - 28 = 0;$$

$$5) x^2 + 5x - 50 = 0.$$

5.

$$1) 9x^2 - 16x + 8 = 9\left(x - \frac{4}{3}\right)\left(x - \frac{2}{3}\right);$$

$$2) x^2 + x - 12 = (x - 3)(x + 4);$$

$$3) x^2 - 24x + 143 = (x - 11)(x - 13);$$

$$4) x^2 - 8x - 65 = (x + 5)(x - 13);$$

$$5) 9x^2 + 36x + 32 = 9\left(x + \frac{4}{3}\right)\left(x + \frac{8}{3}\right).$$

**Відповіді на тести з теми «Квадратні рівняння й рівняння,
що зводяться до них»**

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Г | А | В | Б | А | Г | В | Б | А | Г |

10. Цілі раціональні рівняння. Дробові алгебраїчні рівняння

10.1. Біквadratні рівняння

Словник

| <i>Українська</i> | <i>Російська</i> | <i>Англійська</i> | <i>Французька</i> |
|--|--|---------------------------------------|--|
| алгебраїчний,
алгебраїчне
рівняння | алгебраический,
алгебраическое
уравнение | algebraic,
algebraic
equation | algébrique,
équation
algébrique |
| рівняння,
квадратне
біквadratне | уравнение,
квадратное
биквadratное | equation,
square ~
biquadratic~ | équation,
~quadratique
~bicarrée |
| коментар | комментарий | comment | commentaire |
| дійсний корінь | действительный
корень | real root | racine réel |
| заміняти/
замінити | заменять/
заменить | to substitute,
to replace | substituer,
remplacer |
| заміна змінної | замена переменной | substitution
of variable | substitution
variable |
| задовольняти
(чому?) | удовлетворяют
(чему?) | to satisfy | satisfaire |
| схема | схема | scheme | schema |
| виконувати
умову | выполняют условие | to satisfy a
condition | satisfaire une
condition |

Біквadratне рівняння – це рівняння вигляду

$$ax^4 + bx^2 + c = 0,$$

де a , b , c – коефіцієнти рівняння.

Щоб одержати квадратне рівняння з біквadratного рівняння, необхідно зробити **заміну змінної**:

$$x^2 = t, \quad t > 0.$$

Тоді одержуємо

$$at^2 + bt + c = 0.$$

Формула коренів цього квадратного рівняння:

$$t_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad t_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Кількість коренів біквдратного рівняння

| Значення t | Корені біквдратного рівняння | Коментар |
|-------------------------|--|---|
| $t_1 > 0, t_2 > 0$ | $x_{1,2} = \pm \sqrt{t_1}$
$x_{3,4} = \pm \sqrt{t_2}$ | Рівняння має чотири різні дійсні корені |
| $t_1 > 0,$
$t_2 < 0$ | $x_{1,2} = \pm \sqrt{t_1}$ | Рівняння має два різні дійсні корені |
| $t_1 < 0, t_2 < 0$ | Дійсних коренів немає | |

Приклад 1. Розв'яжіть рівняння:

$$x^4 - 5x^2 + 4 = 0.$$

Замінімо $x^2 = t, t > 0$ й одержимо:

$$t^2 - 5t + 4 = 0.$$

Розв'яжемо квадратне рівняння, де $a = 1, b = -5, c = 4$:

$$t_{1,2} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2};$$

$$t_1 = \frac{5 + 3}{2} = 4. \text{ Умова } t > 0 \text{ виконується;}$$

$$t_2 = \frac{5 - 3}{2} = 1. \text{ Умова } t > 0 \text{ виконується.}$$

Підставимо t_1 і t_2 в заміну $x^2 = t$ і знайдемо корені даного рівняння:

$$x^2 = 4 \text{ та } x^2 = 1.$$

Знайдемо $x_{1,2}$:

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{4}, \quad x_1 = 2, \quad x_2 = -2.$$

Знайдемо $x_{3,4}$:

$$x_{3,4} = \pm \sqrt{1}, \quad x_3 = -1, \quad x_4 = 1.$$

Відповідь: $-2; -1; 1; 2$.

Приклад 2. Розв'яжіть рівняння

$$x^4 + 4x^2 - 5 = 0.$$

Замінімо $x^2 = t$, $t > 0$ та одержимо

$$t^2 + 4t - 5 = 0.$$

Розв'яжемо квадратне рівняння, де $a = 1$, $b = 4$, $c = -5$:

$$t_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5)}}{2 \cdot 1} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 20}}{2} = \frac{-4 \pm 6}{2};$$

$$t_1 = \frac{-4 + 6}{2} = 1. \text{ Умова } t > 0 \text{ виконується;}$$

$$t_2 = \frac{-4 - 6}{2} = -5. \text{ Умова } t > 0 \text{ не виконується;}$$

$x^2 = -5$. Дійсних коренів немає.

Підставимо t_1 у заміну $x^2 = t$ і знайдемо корені рівняння:

$$x^2 = 1.$$

Знайдемо $x_{1,2}$:

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{1}, \quad x_1 = 1, \quad x_2 = -1.$$

Відповідь: $x_1 = 1$, $x_2 = -1$, або $(-1; 1)$.

Приклад 3. Розв'яжіть рівняння

$$x^4 + 5x^2 + 4 = 0.$$

Замінімо $x^2 = t$, $t > 0$ та одержимо

$$t^2 + 5t + 4 = 0.$$

Розв'яжемо квадратне рівняння, де $a = 1$, $b = 5$, $c = 4$:

$$t_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{-5 \pm 3}{2};$$

$t_1 = \frac{-5+3}{2} = -1$. Умова $t > 0$ не виконується; $x^2 = -1$ – дійсних коренів немає;

$t_2 = \frac{-5-3}{2} = -4$. Умова $t > 0$ не виконується; $x^2 = -4$ – дійсних коренів немає.

Відповідь: рівняння не має дійсних коренів.

Завдання 1. Розв'яжіть біквадратні рівняння:

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| 1) $x^4 - 26x^2 + 25 = 0$; | 2) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$; |
| 3) $x^4 + 5x^2 + 4 = 0$; | 4) $x^4 - 25x^2 + 144 = 0$; |
| 5) $x^4 + 21x^2 - 100 = 0$; | 6) $x^4 + 10x^2 + 21 = 0$; |
| 7) $9x^4 - 10x^2 + 1 = 0$. | |

Домашнє завдання

Розв'яжіть біквадратні рівняння:

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| 1) $x^4 - 29x^2 + 100 = 0$; | 2) $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$; |
| 3) $x^4 + 25x^2 + 144 = 0$; | 4) $x^4 - 73x^2 + 576 = 0$; |
| 5) $x^4 - 48x^2 - 49 = 0$; | 6) $x^4 + 82x^2 + 81 = 0$; |
| 7) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$; | 8) $x^4 - 2x^2 - 8 = 0$. |

10.2 Алгебраїчні рівняння вищих степенів

Словник

| <i>Українська</i> | <i>Російська</i> | <i>Англійська</i> | <i>Французька</i> |
|---------------------------------|------------------------------------|------------------------------|------------------------------------|
| серед (чого?) | среди (чего?) | between, among | parmi |
| схема | схема | scheme | schéma |
| спиратися | опираться | to be based | être basé |
| спосіб | способ | method | méthode |
| ціле
раціональне
рівняння | целое
рациональное
уравнение | integer rational
equation | équation
rationnelle
entière |
| будь-який | какой-либо | any | tout |
| інший | остальной | the rest | le reste |

| | | | |
|---|--|------------------------------------|------------------------------------|
| прирівнювати /
прирівняти до
нуля | приравнивать /
приравнять к
нулю | equate / equate
zero | égaler à
zero |
| відношення
можливі
відношення | отношение
возможные
отношения | ratio
possible
relationships | relation
relations
possibles |

Рівняння $a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0$, де $a_0 \neq 0$, n – натуральне число, – це **алгебраїчне рівняння степеня n** .

Якщо $n = 1$, то $a_0x + a_1 = 0$ – це лінійне рівняння.

Якщо $n = 2$, то $a_0x^2 + a_1x + a_2 = 0$ – це квадратне рівняння.

Якщо $n > 2$, то це **рівняння вищого степеня**.

Алгебраїчне рівняння степеня n має не більше, ніж n дійсних коренів.

Рівняння $x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0$, де $a_0 = 1$, n – натуральне число, – це **зведене алгебраїчне рівняння степеня n** .

Для розв'язання зведених алгебраїчних рівнянь застосовують теорему Безу або схему Горнера.

Ці способи спираються на таку **теорему**: якщо алгебраїчне рівняння з цілими коефіцієнтами має цілі корені, то вони є дільниками вільного члена рівняння.

Під час розв'язання алгебраїчних рівнянь степеня вище за 2 використовують **узагальнену теорему Вієта**: добуток коренів зведеного алгебраїчного рівняння степеня вище за 2 дорівнює вільному члену цього рівняння.

Теорема Безу: многочлен $P_n(x)$ ділиться без остачі на двочлен $(x - a)$ тоді й лише тоді, коли a – корінь многочлена $P_n(x)$.

Приклад 1. Розв'яжіть рівняння:

$$x^3 + x^2 - x + 1 = 0.$$

Одним із дільників вільного члена рівняння буде 1.

Підставимо цей дільник у рівняння й одержимо, що корінь дорівнює 1.

Розділимо многочлен на двочлен за правилом ділення: $x^3 + x^2 - x - 1$ на $(x - 1)$:

$$\begin{array}{r}
 x^3 + x^2 - x - 1 \Big| x - 1 \\
 \underline{x^3 - x^2} \\
 2x^2 - x \\
 \underline{2x^2 - 2x} \\
 x - 1 \\
 \underline{x - 1} \\
 0.
 \end{array}$$

Одержимо $x^3 + x^2 - x - 1 = (x - 1) \cdot (x^2 + 2x + 1) = 0$.

Розв'яжемо це рівняння:

$$x_1 = 1 \text{ або } x^2 + 2x + 1 = 0.$$

Розв'яжемо квадратне рівняння:

$$x_{2,3} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4}}{2} = -1.$$

Відповідь: $-1; 1$.

Коренями рівняння $x^3 + x^2 - x - 1$ є числа 1 і -1 .

Запам'ятайте!

Степінь частки завжди на одиницю менше за степінь діленого.

Схема Горнера

(ділення цілого раціонального многочлена на лінійний двочлен $x - a$)

Під час ділення многочлена степеня n на двочлен $x - a$ в частці одержимо многочлен степеня $n - 1$, а в остачі буде лише число. Тоді

$$a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_n = (b_0 x^{n-1} + b_1 x^{n-2} + \dots + b_{n-1}) \cdot (x - a) + R.$$

Обчислення коефіцієнтів $b_0, b_1, b_2, \dots, b_{n-1}, b_n = R$ зручно записувати у вигляді таблиці, яку називають схемою Горнера.

Схема Горнера

| | | | | | |
|-----|-------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------|
| | a_0 | a_1 | a_2 | a_3 | \dots |
| a | $b_0 = a_0$ | $b_1 = a_1 + b_0 a$ | $b_2 = a_2 + b_1 a$ | $b_3 = a_3 + b_2 a$ | \dots |

| | | |
|---------|---------------------------------|-----------------------------|
| \dots | a_{n-1} | a_n |
| \dots | $b_{n-1} = a_{n-1} + b_{n-2} a$ | $b_n = a_n + b_{n-1} a = R$ |

Приклад 2. Розв'яжіть рівняння:

$$f(x) = x^4 - 4x^3 - 13x^2 + 28x + 12 = 0.$$

Випишемо дільники вільного члена 12:

$$\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 6; \pm 12.$$

Перевіряємо, який із дільників буде коренем рівняння $f(x) = 0$. З них підбираємо корінь:

$$f(1) = 1 - 4 - 13 + 28 + 12 \neq 0;$$

$$f(-1) = 1 + 4 - 13 - 28 + 12 \neq 0;$$

$$f(2) = 16 - 32 - 52 + 56 + 12 = 0, \text{ тому } x = 2 \text{ є коренем.}$$

Ділимо $x^4 - 4x^3 - 13x^2 + 28x + 12$ на $x - 2$.

Щоб знайти коефіцієнти многочлена частки, застосуємо схему Горнера:

$$a = 2, a_0 = 1, a_1 = -4, a_2 = -13, a_3 = 28, a_4 = 12.$$

| | | | | | |
|---|---|----|-----|----|----|
| | 1 | -4 | -13 | 28 | 12 |
| 2 | 1 | -2 | -17 | -6 | 0 |

Рівняння $x^4 - 4x^3 - 13x^2 + 28x + 12 = 0$ можна записати як добуток двочлена $(x - 2)$ і многочлена третього степеня:

$$(x - 2) \cdot (x^3 - 2x^2 - 17x - 6) = 0.$$

Добуток дорівнює 0, коли будь-який із множників дорівнює 0.

Тому перший корінь рівняння $x - 2 = 0$, $x_1 = 2$.

Знайдемо інші корені рівняння. Прирівняємо до нуля многочлен у дужках і позначимо його як $p(x) = x^3 - 2x^2 - 17x - 6 = 0$.

Від рівняння 4-го степеня ми перейшли до рівняння 3-го степеня, тобто знизили степінь.

Застосуємо схему Горнера до рівняння

$$p(x) = x^3 - 2x^2 - 17x - 6 = 0.$$

Числа ± 1 не можуть бути коренями рівняння $p(x) = 0$, тому що вони не були коренями рівняння $f(x) = (x - 2) \cdot p(x) = 0$.

Дільники вільного члена -6 :

$$\pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 6.$$

Перевіримо, який із дільників буде коренем рівняння $p(x) = 0$:

$$p(2) = 8 - 4 - 34 - 6 \neq 0;$$

$$p(-2) = -8 - 4 + 34 - 6 \neq 0;$$

$$p(3) = 27 - 18 - 51 - 6 \neq 0;$$

$$p(-3) = -27 - 18 + 51 - 6 = 0; \quad x = -3 \text{ є коренем.}$$

Застосуємо схему Горнера:

$$a = -3, \quad a_0 = 1, \quad a_1 = -2, \quad a_2 = -17, \quad a_3 = -6.$$

| | | | | |
|----|---|----|-----|----|
| -3 | 1 | -2 | -17 | -6 |
| | 1 | -5 | -2 | 0 |

$$p(x) = (x + 3)(x^2 - 5x - 2) = 0.$$

Корінь рівняння $x + 3 = 0$, $x_2 = -3$.

Від рівняння 3-го степеня ми перейшли до рівняння 2-го степеня, тобто ще раз знизили степінь.

Розв'яжемо квадратне рівняння:

$$x^2 - 5x - 2 = 0,$$

$$x_{3,4} = \frac{5 \pm \sqrt{33}}{2}.$$

Запишемо у відповідь усі знайдені корені.

$$\text{Відповідь: } -3; \frac{5 - \sqrt{33}}{2}; 2; \frac{5 + \sqrt{33}}{2}.$$

Незведені раціональні рівняння

Рівняння $a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_{n-1}x + a_n$, де n – натуральне число, $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n$ – постійні коефіцієнти, – це **незведене раціональне рівняння**.

Коренями незведеного раціонального рівняння можуть бути числа, одержані з можливого відношення дільника вільного члена до дільників старшого коефіцієнта.

одержаний = який одержали

Приклад. Розв'яжіть рівняння:

$$f_1(x) = 6x^4 + 19x^3 - 7x^2 - 26x + 12 = 0.$$

Випишемо дільники вільного члена й старшого коефіцієнта:

$$12: \pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 6; \pm 12;$$

$$6: \pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6.$$

Коренями даного рівняння можуть бути числа:

$$\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 6; \pm 12; \pm \frac{1}{2}; \pm \frac{1}{3}; \pm \frac{1}{6}; \pm \frac{2}{3}; \pm \frac{3}{2}; \pm \frac{4}{3}.$$

Щоб перевірити, підставляємо ці числа та знаходимо, що $x = -3$ – це корінь рівняння $f_1(x)$.

Застосовуємо схему Горнера:

$$a = -3, a_0 = 6, a_1 = 19, a_2 = -7, a_3 = -26, a_4 = -12.$$

| | | | | | |
|----|---|----|-----|-----|-----|
| -3 | 6 | 19 | -7 | -26 | -12 |
| | 6 | 1 | -10 | 4 | 0 |

Рівняння $f_1(x) = 6x^4 + 19x^3 - 7x^2 - 26x + 12 = 0$ можна записати як добуток двочлена $(x + 3)$ на многочлен третього степеня:

$$(x + 3) \cdot (6x^3 + x^2 - 10x + 4) = 0.$$

Добуток дорівнює нулю, коли будь-який із множників дорівнює нулю, тому перший корінь рівняння $x + 3 = 0$, $x_1 = -3$.

Знаходимо інші корені рівняння. Прирівнюємо до нуля многочлен у дужках і позначимо його як

$$p_1(x) = 6x^3 + x^2 - 10x + 4 = 0.$$

Застосуємо схему Горнера до $p_1(x) = 6x^3 + x^2 - 10x + 4 = 0$.

Дільники 4 [читаємо так: *дільники чотирьох* = *дільники числа чотири*]:

$$\pm 1; \pm 2; \pm 4.$$

Дільники 6 [читаємо так: *дільники шести* = *дільники числа шість*]:

$$\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6.$$

Коренями можуть бути числа $\pm 1; \pm 2; \pm 4; \pm \frac{1}{2}; \pm \frac{1}{3}; \pm \frac{1}{6}; \pm \frac{2}{3}; \pm \frac{4}{3}$.

Щоб перевірити, підставляємо ці числа та знаходимо, що $x = \frac{1}{2}$ – це корінь рівняння $p_1(x) = 0$.

Схема Горнера:

$$a = \frac{1}{2}, a_0 = 6, a_1 = 1, a_2 = -10, a_3 = 4.$$

| | | | | |
|---------------|---|---|-----|---|
| $\frac{1}{2}$ | 6 | 1 | -10 | 4 |
| | 6 | 4 | -8 | 0 |

$$p_1(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot (6x^2 + 4x - 8) = 0.$$

Добуток дорівнює нулю, коли будь-який із множників дорівнює нулю, тому корінь цього рівняння $x - \frac{1}{2} = 0$, $x_2 = \frac{1}{2}$.

Знаходимо інші корені рівняння. Для цього прирівнюємо до нуля тричлен у дужках і розв'яжемо квадратне рівняння:

$$6x^2 + 4x - 8 = 0.$$

Ділимо обидві частини рівняння на 2:

$$3x^2 + 2x - 4 = 0.$$

Знаходимо корені квадратного рівняння:

$$x_{3,4} = \frac{-2 \pm \sqrt{4+48}}{6} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 \cdot 13}}{6} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{13}}{6};$$
$$x_{3,4} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{3}.$$

Запишемо у відповідь усі корені.

Відповідь: $-3; \frac{-1-\sqrt{13}}{3}; \frac{-1+\sqrt{13}}{3}; \frac{1}{2}$.

Зверніть увагу!

Схему Горнера краще застосовувати у випадках, коли немає більш легких способів розв'язання рівнянь, наприклад, немає можливості відомими способами (групуванням, винесенням спільного множника за дужки, застосуванням формул скороченого множення) розкласти на множники многочлен, який входить у рівняння.

Завдання 1. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0$;
- 2) $x^3 + 9x^2 + 23x + 15 = 0$;
- 3) $x^3 - 3x^2 + 4x - 12 = 0$;
- 4) $x^3 + 3x^2 + 4 = 0$;
- 5) $x^4 + 5x^3 + 4x^2 - 24x - 24 = 0$;
- 6) $x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 6x + 4 = 0$.

Завдання 2. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $x^6 + 2x^5 - 5x^4 - 20x^3 - 25x^2 - 14x - 3 = 0$;
- 2) $x^5 - x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 4x - 4 = 0$.

Завдання 3. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $2x^4 - 21x^3 + 74x^2 - 105x + 50 = 0$;
- 2) $12x^4 - 7x^3 + 52x^2 + 28x - 15 = 0$.

Домашнє завдання

Розв'яжіть рівняння:

- 1) $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$;
- 2) $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$;
- 3) $x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0$;
- 4) $x^3 - 3x^2 + x + 1 = 0$;
- 5) $x^3 + 6x + 4x^2 + 3 = 0$;
- 6) $x^4 - 4x^3 - 19x^2 + 106x - 120 = 0$;
- 7) $4x^4 + 8x^3 - 3x^2 - 7x + 3 = 0$;
- 8) $24x^5 - 52x^4 + 30x^3 - 47x^2 + 33x + 36 = 0$.

10.3. Дробові алгебраїчні рівняння

Словник

| Українська | Російська | Англійська | Французька |
|---|--|------------------------------|---------------------------------|
| розкласти/
розкласти на
множники | раскладывать/
разложить на
множители | to factor out
multipliers | factoriser à
multiplicateurs |
| знаходити/знайти | находить / найти | to find | trouver |
| підставляти/
підставити (що?
куди?) | подставляют/
подставит (что?
Куда?) | to substitute | substituer |
| відносно (чого?) | относительно
(чего?) | relatively | par rapport à |

Дробовим алгебраїчним рівнянням називають рівняння, ліва частина якого є сумою многочлена й одного або декількох дробів, чисельники та знаменники яких є многочленами.

Наприклад, $\frac{1}{x-3} - 5 = 0$, $x + \frac{2x^2 - 1}{x+3} = 0$.

Схема розв'язання дробових алгебраїчних рівнянь:

- 1) знайти область допустимих значень рівняння (ОДЗ);
- 2) перенести всі члени рівняння в ліву частину рівняння;

3) звести дріб до найменшого спільного знаменника, додати дробу;

4) звести подібні в чисельнику дробу;

5) прирівняти чисельник до нуля;

6) розв'язати отримане рівняння;

7) зробити перевірку.

Приклад 1. Розв'яжіть рівняння:

$$\frac{1}{x-2} = 7.$$

Знаходимо ОДЗ:

$$x - 2 \neq 0,$$

$$x \neq 2.$$

Переносимо 7 у ліву частину рівняння:

$$\frac{1}{x-2} - 7 = 0.$$

Зводимо до спільного знаменника:

$$\frac{1 - 7(x-2)}{x-2} = 0;$$

$$1 - 7(x-2) = 0.$$

Розкриваємо дужки:

$$1 - 7x + 14 = 0;$$

$$-7x = -15;$$

$$x = \frac{15}{7} \neq 2. \text{ Корінь задовольняє ОДЗ.}$$

$$\text{Відповідь: } x = \frac{15}{7}.$$

Приклад 2. Розв'яжіть рівняння:

$$\frac{x^3 - 64}{x - 4} = 61.$$

Знаходимо ОДЗ:

$$x - 4 \neq 0;$$

$$x \neq 4.$$

Розкладаємо чисельник дробу на множники за формулою різниці кубів (куб - число або вираз у третьому степені):

$$\frac{(x-4)(x^2+4x+16)}{x-4} = 61.$$

Скорочуємо чисельник і знаменник дробу на двочлен $(x-4)$, тому що знаменник дробу $x-4 \neq 0$, $x \neq 4$:

$$\frac{\cancel{(x-4)}(x^2+4x+16)}{\cancel{x-4}} = 61.$$

Одержуємо рівняння:

$$x^2 + 4x + 16 = 61.$$

Переносимо 61 у ліву частину рівняння:

$$x^2 + 4x + 16 - 61 = 0.$$

Розв'язуємо зведене квадратне рівняння:

$$x^2 + 4x - 45 = 0, \text{ де } p = 4, q = -45.$$

Знаходимо дискримінант квадратного рівняння:

$$D = p^2 - 4q = 4^2 - 4 \cdot (-45) = 16 + 180 = 196, D = 196 > 0.$$

Знаходимо x_1 і x_2 за формулою коренів зведеного квадратного рівняння:

$$x_{1,2} = \frac{-p \pm \sqrt{D}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{196}}{2} = \frac{-4 \pm 14}{2};$$

$$x_1 = \frac{-4 + 14}{2} = 5. \text{ Корінь задовольняє ОДЗ;}$$

$$x_2 = \frac{-4 - 14}{2} = -9. \text{ Корінь задовольняє ОДЗ.}$$

Відповідь: $x_1 = 5$, $x_2 = -9$.

Приклад 3. Розв'яжіть рівняння

$$\frac{2x^2 - 1}{x^2 - 9} - \frac{x + 1}{x + 3} = \frac{3x + 1}{3x - 9}.$$

Знаходимо ОДЗ:

$$3(x-3) \cdot (x+3) \neq 0;$$

$$x-3 \neq 0, x+3 \neq 0;$$

$$x \neq 3, x \neq -3.$$

Переносимо в ліву частину рівняння вираз, який знаходиться у правій частині:

$$\frac{2x^2-1}{x^2-9} - \frac{x+1}{x+3} - \frac{3x+1}{3x-9} = 0.$$

Зводимо до спільного знаменника:

$$\frac{3(2x^2-1) - 3(x-3)(x+1) - (x+3)(3x+1)}{3(x-3)(x+3)} = 0.$$

Розкриваємо дужки:

$$\frac{6x^2-3-3x^2+6x+9-3x^2-x-9x-3}{3(x-3)(x+3)} = 0;$$

$$\frac{-4x+3}{3(x-3)(x+3)} = 0.$$

Дріб дорівнює нулю, коли чисельник дорівнює нулю, а знаменник не дорівнює нулю. Тому

$$-4x+3=0.$$

Розв'язуємо лінійне рівняння:

$$x = \frac{3}{4} - \text{корінь задовольняє ОДЗ.}$$

Можна зробити перевірку.

$$\text{Підставимо } x = \frac{3}{4} \text{ у рівняння } \frac{2x^2-1}{x^2-9} - \frac{x+1}{x+3} = \frac{3x+1}{3x-9};$$

$$\frac{2\left(\frac{3}{4}\right)^2-1}{\left(\frac{3}{4}\right)^2-9} - \frac{\frac{3}{4}+1}{\frac{3}{4}+3} = \frac{3 \cdot \frac{3}{4}+1}{3 \cdot \frac{3}{4}-9};$$

$$-\frac{13}{27} = -\frac{13}{27} - \text{правильна числова рівність.}$$

$$\text{Відповідь: } x = \frac{3}{4}.$$

Зверніть увагу!

У деяких дробових алгебраїчних рівняннях зручно спочатку зробити заміну змінної. Тоді отримане рівняння буде або квадратним, або рівнянням вищих степенів щодо нової змінної.

Приклад 4. Розв'яжіть рівняння

$$\frac{x^2 + x - 5}{x} - \frac{3x}{x^2 + x - 5} = 4.$$

Знаходимо ОДЗ:

$$\begin{cases} x^2 + x - 5 \neq 0; \\ x \neq 0; \\ x_{2,3} \neq \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 1 \cdot (-5)}}{2 \cdot 1} \neq \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2}; \\ x_1 \neq 0; \\ x \neq \frac{-1 + \sqrt{21}}{2}, x \neq \frac{-1 - \sqrt{21}}{2}; \\ x \neq 0. \end{cases}$$

Робимо заміну змінної $t = \frac{x^2 + x - 5}{x}$ та одержуємо рівняння

$$t + \frac{3}{t} = 4.$$

Переносимо 4 в ліву частину рівняння:

$$t + \frac{3}{t} - 4 = 0.$$

Зводимо до спільного знаменника:

$$\frac{t^2 - 4t + 3}{t} = 0.$$

Дріб дорівнює нулю, коли чисельник дорівнює нулю, а знаменник не дорівнює нулю. Тому

$$\begin{cases} t^2 - 4t + 3 = 0; \\ t \neq 0. \end{cases}$$

Розв'язуємо квадратне рівняння:

$$\begin{cases} t_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2}; \\ t \neq 0. \end{cases}$$

Знаходимо корені:

$$\begin{cases} t_1 = 3, t_2 = 1; \\ t \neq 0. \end{cases}$$

Підставляємо знайдені значення в заміну $t_1 = 3, t_2 = 1$ та одержуємо дві системи:

$$1) \begin{cases} t = \frac{x^2 + x - 5}{x}; \\ t_1 = 3 \end{cases} \quad \text{і} \quad 2) \begin{cases} t = \frac{x^2 + x - 5}{x}; \\ t_2 = 1. \end{cases}$$

Розв'язуємо першу систему:

$$\begin{cases} \frac{x^2 + x - 5}{x} = 3; \\ t_1 = 3. \end{cases}$$

Переносимо 3 в ліву частину рівняння:

$$\frac{x^2 + x - 5}{x} - 3 = 0.$$

Зводимо рівняння до спільного знаменника:

$$\frac{x^2 + x - 5 - 3x}{x} = 0.$$

Зводимо подібні:

$$\frac{x^2 + \cancel{x} - 5 - 3\cancel{x}}{x} = 0;$$

$$\frac{x^2 - 2x - 5}{x} = 0.$$

Дріб дорівнює нулю, коли чисельник дорівнює нулю, а знаменник не дорівнює нулю. Тому

$$\begin{cases} x^2 - 2x - 5 = 0 \\ x \neq 0. \end{cases}$$

Розв'язуємо квадратне рівняння:

$$\begin{cases} x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5)}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm \sqrt{24}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{6}}{2}; \\ x \neq 0. \end{cases}$$

Знаходимо корені:

$$\begin{cases} x_1 = 1 + \sqrt{6} - \text{корінь задовольняє ОДЗ}; \\ x_2 = 1 - \sqrt{6} - \text{корінь задовольняє ОДЗ}; \\ x \neq 0. \end{cases}$$

Розв'язуємо другу систему:

$$\begin{cases} \frac{x^2 + x - 5}{x} = 1; \\ t_2 = 1. \end{cases}$$

Переносимо 1 у ліву частину рівняння:

$$\frac{x^2 + x - 5}{x} - 1 = 0.$$

Зводимо до спільного знаменника:

$$\frac{x^2 + x - 5 - x}{x} = 0.$$

Зводимо подібні:

$$\frac{x^2 + \cancel{x} - 5 - \cancel{x}}{x} = 0;$$

$$\frac{x^2 - 5}{x} = 0.$$

Дріб дорівнює нулю, коли чисельник дорівнює нулю, а знаменник не дорівнює нулю. Тому

$$\begin{cases} x^2 - 5 = 0; \\ x \neq 0. \end{cases}$$

Розв'язуємо неповне квадратне рівняння:

$$\begin{cases} x_{3,4} = \pm \sqrt{5}; \\ x \neq 0. \end{cases}$$

Знаходимо корені:

$$\begin{cases} x_3 = \sqrt{5} - \text{корінь задовольняє ОДЗ}; \\ x_4 = -\sqrt{5} - \text{корінь задовольняє ОДЗ}; \\ x \neq 0. \end{cases}$$

Відповідь: $x_1 = 1 + \sqrt{6}$, $x_2 = 1 - \sqrt{6}$, $x_3 = \sqrt{5}$, $x_4 = -\sqrt{5}$.

Приклад 5. Розв'яжіть рівняння:

$$4x^2 + 12x + \frac{12}{x} + \frac{4}{x^2} = 47.$$

Знаходимо ОДЗ:

$$x \neq 0.$$

Групуємо доданки:

$$\underline{4x^2} + \frac{4}{\underline{x^2}} + \underline{12x} + \frac{12}{\underline{x}} = 47;$$

$$4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 12\left(x + \frac{1}{x}\right) = 47.$$

Робимо заміну $x + \frac{1}{x} = t$, маємо

$$t^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + 2x \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = \underline{x^2} + \underline{2} + \frac{1}{\underline{x^2}}.$$

Одержуємо вираз $x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 - 2$ і рівняння для нової змінної t

$$4(t^2 - 2) + 12t = 47.$$

Переносимо 47 у ліву частину рівняння й розкриваємо дужки в лівій частині рівняння:

$$4t^2 - 8 + 12t - 47 = 0.$$

Зводимо подібні:

$$4t^2 + 12t - 55 = 0.$$

Розв'язуємо квадратне рівняння:

$$t_{1,2} = \frac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-55)}}{2 \cdot 4} = \frac{-12 \pm \sqrt{144 + 880}}{8} = \frac{-12 \pm \sqrt{1024}}{8}.$$

Знаходимо корені:

$$t_1 = \frac{-12 + 32}{8} = \frac{20}{8} = \frac{5}{2},$$

$$t_2 = \frac{-12 - 32}{8} = -\frac{44}{8} = -\frac{11}{2}.$$

Підставляємо знайдені значення $t_1 = \frac{5}{2}$, $t_2 = -\frac{11}{2}$ в заміну та одержуємо дві системи:

$$1) \begin{cases} t = x + \frac{1}{x}; \\ t_1 = \frac{5}{2} \end{cases} \quad \text{і} \quad 2) \begin{cases} t = x + \frac{1}{x}; \\ t_2 = -\frac{11}{2}. \end{cases}$$

Розв'язуємо першу систему:

$$\begin{cases} x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2}; \\ t_1 = \frac{5}{2}. \end{cases}$$

Переносимо $\frac{5}{2}$ у ліву частину рівняння:

$$x + \frac{1}{x} - \frac{5}{2} = 0.$$

Зводимо до спільного знаменника:

$$\frac{2x^2 - 5x + 2}{2x} = 0.$$

Дріб дорівнює нулю, коли чисельник дорівнює нулю, а знаменник не дорівнює нулю. Тому

$$\begin{cases} 2x^2 - 5x + 2 = 0; \\ x \neq 0. \end{cases}$$

Розв'язуємо квадратне рівняння:

$$\begin{cases} x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{4} = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{4}; \\ x \neq 0. \end{cases}$$

Знаходимо корені:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{5+3}{4} = 2 - \text{корінь задовольняє ОДЗ}; \\ x_2 = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2} - \text{корінь задовольняє ОДЗ}; \\ x \neq 0. \end{cases}$$

Розв'язуємо другу систему:

$$\begin{cases} x + \frac{1}{x} = -\frac{11}{2}; \\ t_2 = -\frac{11}{2}. \end{cases}$$

Переносимо $-\frac{11}{2}$ у ліву частину рівняння:

$$x + \frac{1}{x} + \frac{11}{2} = 0.$$

Зводимо рівняння до спільного знаменника:

$$\frac{2x^2 + 11x + 2}{2x} = 0.$$

Дріб дорівнює нулю, коли чисельник дорівнює нулю, а знаменник не дорівнює нулю. Тому

$$\begin{cases} 2x^2 + 11x + 2 = 0; \\ x \neq 0. \end{cases}$$

Розв'язуємо квадратне рівняння:

$$\begin{cases} x_{1,2} = \frac{-11 \pm \sqrt{11^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2}}{2 \cdot 2} = \frac{-11 \pm \sqrt{121 - 16}}{4} = \frac{-11 \pm \sqrt{105}}{4}; \\ x \neq 0 \end{cases}$$

і знаходимо корені:

$$\begin{cases} x_3 = \frac{-11 + \sqrt{105}}{4} - \text{корінь задовольняє ОДЗ}; \\ x_4 = \frac{-11 - \sqrt{105}}{4} - \text{корінь задовольняє ОДЗ}; \\ x \neq 0. \end{cases}$$

$$\text{Відповідь: } x_1 = 2, x_2 = \frac{1}{2}, x_3 = \frac{-11 + \sqrt{105}}{4}, x_4 = \frac{-11 - \sqrt{105}}{4}.$$

Завдання 1. Розв'яжіть алгебраїчні рівняння:

1) $\frac{17}{5x} = 2 - \frac{7}{x}$;

2) $\frac{17x + 26}{4x + 3} - 3 = 0$;

3) $\frac{1}{2x - 3} - \frac{3}{x(2x - 3)} = \frac{5}{x}$;

4) $\frac{4 + x}{4x - 2} + \frac{3}{4} = 0$;

5) $\frac{5}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$;

6) $\frac{x}{2x + 3} = \frac{1}{x}$;

7) $\frac{x^2 - 16}{x + 3} = 0$;

8) $\frac{x}{x + 1} - \frac{x + 2}{x - 2} = 1$;

$$9) \frac{x-3}{x^2+4x+9} + \frac{x^2+4x+9}{x-3} = -2;$$

$$10) x^2 + \frac{1}{x^2} + x + \frac{1}{x} - 4 = 0.$$

Завдання 2. Розв'яжіть рівняння:

$$1) \frac{2}{x-1} + 1 = \frac{3}{x-1};$$

$$2) \frac{1}{x-5} + 5 = \frac{x-4}{x-5};$$

$$3) \frac{3}{x+2} + \frac{4}{x-5} = \frac{28}{(x+2)(x-5)};$$

$$4) \frac{1}{x-1} = \frac{2}{x+1};$$

$$5) \frac{9x-5}{3x+1} + \frac{108x-9-36x^2}{4(9x^2-1)} = \frac{12x+1}{6x-2};$$

$$6) \frac{2}{x+2} - 1 + \frac{x+3}{x} = 0.$$

Теоретичні питання й завдання з теми «Цілі раціональні рівняння. Дробові алгебраїчні рівняння»

1. Яке рівняння називають біквдратним?
2. Як розв'язати біквдратне рівняння?
3. Що таке заміна змінної?
4. Яке рівняння називають алгебраїчним рівнянням степеня n ?
5. При якому n рівняння називають алгебраїчним рівнянням вищого степеня?
6. Скільки дійсних коренів має алгебраїчне рівняння степеня n ?
7. Яке рівняння називають зведеним цілим раціональним рівнянням?
8. Що використовують для розв'язання зведених цілих раціональних рівнянь?

9. У чому полягає теорема Безу?
10. Для чого потрібна схема Горнера?
11. Яке рівняння називають незведеним раціональним рівнянням?
12. Для яких рівнянь більш зручно застосовувати схему Горнера?
13. Яке рівняння називають дробовим алгебраїчним рівнянням?
14. Напишіть загальну схему розв'язання дробового алгебраїчного рівняння.

Домашнє завдання

Розв'яжіть алгебраїчні рівняння:

- 1) $\frac{2x - 8}{6x - 24} = \frac{1}{3}$;
- 2) $\frac{7}{x + 4} + x = 4$;
- 3) $x + \frac{1}{x} = 2,5$;
- 4) $\frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 3x + 2} = 0$;
- 5) $\frac{x^2 - 25}{x + 1} = 0$;
- 6) $\frac{1}{x} + \frac{2}{x + 2} = 1$;
- 7) $\frac{6}{x^2 - 1} + \frac{2}{x - 1} = 2 - \frac{x + 4}{x + 1}$;
- 8) $\frac{4}{x + 2} - \frac{3}{x - 2} - \frac{12}{4 - x^2} = \frac{1}{7}$;
- 9) $\frac{3}{x + 2} - \frac{2x - 1}{x + 1} = \frac{2x + 1}{x^2 + 3x + 2}$;
- 10) $\frac{4}{x} + 5 = \frac{1}{x^2}$.

ТЕСТИ

1. Біквдратне рівняння – це

| А | Б | В | Г | Д |
|----------------------|----------------|----------------------|------------------|---------------------------|
| $x^3 + 3x^2 + 2 = 0$ | $x^2 + 5x = 0$ | $x^4 + 5x^2 - 6 = 0$ | $x^6 + 4x^3 = 0$ | Усі відповіді неправильні |

2. Заміна змінної в біквдратному рівнянні $x^4 + 4x^2 + 4 = 0$ має вигляд

| А | Б | В | Г | Д |
|-----------|-----------|---------|-----------|---------------------------|
| $x^2 = t$ | $x = t^3$ | $x = t$ | $x^4 = t$ | Усі відповіді неправильні |

3. Дільниками вільного члена рівняння $x^3 + 6x + 4x^2 + 3 = 0$ будуть

| А | Б | В | Г | Д |
|---------|----------------|--------------|----------------|---------------------------|
| 1; 2; 3 | $\pm 1; \pm 3$ | $-1; -2; -3$ | $-1; 1; -2; 2$ | Усі відповіді неправильні |

4. Дільниками вільного члена рівняння $5x^3 + 7x + 8x^2 + 6 = 0$ будуть

| А | Б | В | Г | Д |
|-------------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------|---------------------------|
| $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 6$ | $\pm 1; \pm 2; \pm 4; \pm 6$ | $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6$ | 1; 2; 3; 6 | Усі відповіді неправильні |

5. Дільниками старшого коефіцієнта рівняння $4x^3 + 8x^2 + 3x + 9 = 0$ будуть

| А | Б | В | Г | Д |
|----------------|-----------------------|--------------|-----------------------|---------------------------|
| $\pm 1; \pm 2$ | $\pm 1; \pm 2; \pm 3$ | $-1; -2; -4$ | $\pm 1; \pm 2; \pm 4$ | Усі відповіді неправильні |

6. Дільниками старшого коефіцієнта рівняння $9x^3 + 8x^2 + 7x + 6 = 0$ будуть

| А | Б | В | Г | Д |
|-----------------------|-----------------------|------------------------------|------------|---------------------------|
| $\pm 1; \pm 2; \pm 3$ | $\pm 1; \pm 3; \pm 9$ | $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 9$ | 1; 2; 3; 9 | Усі відповіді неправильні |

7. Раціональний корінь рівняння $4x^4 + 8x^3 + x^2 - 3x - 1 = 0$ може знаходитися серед чисел

| А | Б | В | Г | Д |
|---|---|---|-------------------------------|---------------------------|
| $\pm 1; \pm \frac{1}{2}; \pm \frac{1}{4}$ | $\pm 1; \pm \frac{1}{3}; \pm \frac{1}{4}$ | $\pm 1; \pm \frac{1}{4}; \pm \frac{1}{8}$ | $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}$ | Усі відповіді неправильні |

8. Раціонального кореня рівняння $6x^4 + 18x^3 + 3x^2 - 4x - 1 = 0$ немає серед чисел

| А | Б | В | Г | Д |
|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|---------------------------|
| $\pm \frac{1}{2}; \pm \frac{1}{3}$ | $\pm \frac{1}{3}; \pm \frac{1}{6}$ | $\pm \frac{1}{4}; \pm \frac{1}{8}$ | $\pm \frac{1}{2}; \pm \frac{1}{6}$ | Усі відповіді неправильні |

9. Дробове алгебраїчне рівняння – це

| А | Б | В | Г | Д |
|---------------------------|-----------------------------|-------------------------------------|---------------------------------|---------------------------|
| $\frac{3x^2 + 7x}{2} = 0$ | $\frac{3x^6 + 8x^3}{4} = 0$ | $\frac{x^3 + 21}{12} = \frac{1}{2}$ | $\frac{x}{3x+5} = \frac{1}{2x}$ | Усі відповіді неправильні |

10. Корінь дробового алгебраїчного рівняння $\frac{x^2 - 25}{x + 4} = 0$ – це

| А | Б | В | Г | Д |
|--------------------------|--------------------------|---------------------------|----------------------------|---------------------------|
| $x_1 = -4,$
$x_2 = 5$ | $x_1 = -5,$
$x_2 = 5$ | $x_1 = -4,$
$x_2 = 25$ | $x_1 = -25,$
$x_2 = 25$ | Усі відповіді неправильні |

Відповіді на завдання з теми «Цілі раціональні рівняння. Дробові алгебраїчні рівняння»

10.1. Бікватратні рівняння

Завдання 1

- 1) $-5; -1; 1; 5;$
- 2) $-3; 3;$
- 3) дійсних коренів немає;
- 4) $-4; -3; 3; 4;$
- 5) $-2; 2;$
- 6) дійсних коренів немає;

$$7) -1; -\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; 1.$$

Домашнє завдання

- 1) $-5; -2; 2; 5;$
- 2) $-3; 3;$
- 3) дійсних коренів немає;
- 4) $-8; -3; 3; 8;$
- 5) $-7; 7;$
- 6) дійсних коренів немає;
- 7) $-3; -2; 2; 3;$
- 8) $-2; 2.$

10.2. Цілі раціональні рівняння вищих степенів

Завдання 1:

- | | |
|----------------|---------------------------------------|
| 1) $-1; 2; 3;$ | 2) $-1; -3; -5;$ |
| 3) $3;$ | 4) $-1;$ |
| 5) $-1; 2;$ | 6) $-1-\sqrt{3}; -2; -1+\sqrt{3}; 1.$ |

Завдання 2

- 1) $-1; 3;$
- 2) $-2; -1; 1; 2.$

Завдання 3

- 1) $1; 2; 2, 5; 5;$
- 2) $-\frac{3}{4}; \frac{1}{3}.$

Домашнє завдання

- | | |
|---|---------------------------------|
| 1) $1; 2; 3;$ | 2) $-2; -1; 1;$ |
| 3) $-1; 2; 3;$ | 4) $1-\sqrt{2}; 1; 1+\sqrt{2};$ |
| 5) $-1;$ | 6) $-5; 2; 3; 4;$ |
| 7) $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}; \frac{-1+\sqrt{5}}{2}; -\frac{3}{2}; \frac{1}{2}.$ | 8) $-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}.$ |

10.3. Дробові алгебраїчні рівняння

Завдання 1

- | | |
|------------|-------------|
| 1) $5, 2;$ | 2) $-3, 4;$ |
|------------|-------------|

3) $\frac{4}{3}$;

5) $-0,2$;

7) $-4; 4$;

9) $-3; -2$;

4) $-0,625$;

6) $3; -1$;

8) $-4; 0$;

10) $\frac{-3-\sqrt{5}}{2}, \frac{-3+\sqrt{5}}{2}$.

Завдання 2

1. 2. 2. \emptyset . 3. \emptyset . 4. 3. 5. 0,5. 6. $-\frac{6}{5}$.

Домашнє завдання

1) $x \in R, x \neq 4$;

3) 0,5; 2;

5) 5; -5;

7) 2;

9) 1;

2) $-3; 3$;

4) -1 ;

6) $3; -1$;

8) 5;

10) $-1; \frac{1}{5}$.

**Відповіді на тести з теми «Цілі раціональні рівняння.
Дробові алгебраїчні рівняння»**

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| В | А | Б | В | Г | Б | А | В | Г | Б |

Бібліографічний список

1. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Алгебра: підруч. для 7 класу загальноосвітніх навчальних закладів. Харків: ТОВ ТО «Гімназія», 2015. 256 с.
2. Бевз Г. П., Бевз В. Г. Алгебра: підручник для 8 класу ЗНЗ. Харків: ТОВ «Фоліо», 2016. 256 с.
3. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Алгебра: підруч. для 9 класу загальноосвітніх навчальних закладів. Харків, 2017. 272 с.
4. Вишенський В. А., Дороговцев А. Я., Єжов І. І. та ін. Вибрані питання елементарної математики: практ. посібник; за ред. А. В. Скорохода. Вид. 3-тє, перероб. і доп. К.: Вища школа, 1982. 456 с.
5. Гальперіна А. ЗНО 2019. Математика. Комплексне видання. ДПА+ЗНО. К.: Літера ЛТД, 2018. 448 с.
6. Гальперіна А. Математика. Типові тестові завдання. ЗНО 2018. К.: Літера ЛТД 2017. 128 с.
7. Гальперіна А. Р. Забелишинська М. Я., Захарійченко Ю. О. Математика: комплексне видання. ЗНО 2015. К.: Літера ЛТД, 2015. 416 с.
8. Захарійченко Ю. О., Ренета В. К., Маркова І. С. та ін. Математика. Тренажер. ДПА + ЗНО 2017. К.: Літера ЛТД 2016. 192 с.
9. Забелишинська М. Я. Математика. 5–11 класи: довідник: навч. посібник. Харків: Факт, 2008. 152 с.
10. Істер О. С. Математика. ЗНО 2020. Довідник + тести. Кам'янець-Подільський: ФОП Сисин О.В., Абетка 2019. 576 с.
11. Ключко І. Я. Математика. Тестові завдання. Частина І. ЗНО 2017. Тернопіль: Богдан, 2017. 304 с.
12. Єгерев В. К., Зайцев В. В., Кордемський Б. А. та ін. Збірник задач з математики для вступників до втузів / за ред. М. І. Скнаві. К.: Вища школа, 1992. 445 с.
13. Харік О. Ю., Шаповал О. Г., Сімонова Н. Д. Зовнішнє оцінювання з математики: комплексний універсальний довідник. Харків: Белкар-книга, 2008. 384 с.

14. Лукьянова В. А. Математика: учеб. пособие для студентов-иностранцев подготовительных факультетов. Харьков: ХНУРЭ, 2007. 288 с.
15. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Математика. 5 клас. Харків: ТОВ ТО «Гімназія», 2018. 272 с.
16. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Математика. 6 клас. Харків: ТОВ ТО «Гімназія», 2014. 400 с.
17. Богданович М. В., Лишенко Г. П. Математика: підруч. для 4 класу ЗНЗ. К.: ТОВ «Видавництво «Генеза», 2016. 176 с.
18. Титаренко О. М. 5700 задач з математики з відповідями. Вид. 2-ге, випр. Харків: ГОРСІНГ ПЛЮС, 2007. 336 с.
19. Нелін, Є. П. Математика. Експрес-підготовка до ЗНО. К.: Літера ЛТД, 2017. 352 с.
20. Симонов А. Я., Бакаев Д. С., Эпельман А. Г. и др. Система тренировочных задач и упражнений по математике. М.: Просвещение, 1991. 208 с.

Відмінювання іменників, прикметників та кількісних числівників

Таблиця Д.1.1

Відмінювання прикметників та іменників

| Відмінок | Питання | Однина, ч.р. (ВІН) | Однина, с.р. (ВОНО) | Однина, ж.р. (ВОНА) | Множина (ВОНИ) |
|-----------|---------|---|--|--|--|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1. Н.в. | Що? | перший#останній
приклад
знак
дріб
модуль | перше#останнє
число
місце
рівняння | перша#остання
цифра
таблиця
чверть
лінія | перш#останні
знаки, дробИ, модулі,
цифрИ, таблиці,
числа, місця |
| 2. Р. в. | Чого? | першого#останнього
прикладу
знака
дробу
модуля | першого#останнього
числа
місця
рівняння | першої#останньої
цифри
таблиці
чверті
лінії | перших#останніх
знаків, дробів,
модулів, чвертей,
ліній, цифр, таблиць,
місць, рівнянь |
| 3. Д. в. | Чому? | першому#останньому
прикладу
знаку
дробу
модулю | першому#останньому
числу
місцю
рівнянню | першій#останній
цифрі
таблиці
чверті
лінії | першим#останнім
знакам, дробам,
модулям,
цифрам, таблицям,
числам, місцям |
| 4. Зн. в. | Що? | перший#останній
приклад
знак
дріб
модуль | перше#останнє
число
місце
рівняння | першУ#останню
цифру
таблицю
чверть
лінію | перш#останні
знаки, дробИ, модулі,
цифрИ, таблиці,
числа, місця |
| 5. Ор. в. | Чим? | першим#останнім
прикладом
знаком
дробом
модулем | першим#останнім
числом
місцем
рівнянням | першоЮ#останньоЮ
цифроЮ
таблицеЮ
чвертЮ
лініеЮ | першим#останнімИ
знакамИ, дробамИ,
модулямИ,
цифрамИ,
таблицямИ,
числамИ, місцямИ |

Продовження табл. Д.1.1

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-----------|--|--------------------|--|---|--|
| 6. М. в. | На чому?
прикладі дробу
знаку модулі | першОМУ#останньОМУ | першОМУ#останньОМУ
числі
місці
рівнянні | першЙ#останній
цифрі
таблиці
чверті
лінії | першИХ#останніх
знакАХ, дробАХ,
модульАХ,
цифрАХ, таблицьАХ,
числАХ, місцьАХ |
| 7. Кл. в. | | | | | |

Таблиця Д.1.2

Відмінювання кількісних числівників та іменників тисяча, мільйон

а)

| Відмінок | Питання | ч. р. | с. р. | ж. р. | ч. р., с. р. | ж. р. | |
|-----------|--------------------------|------------------|------------------|------------------|--------------|-------|--------|
| 1. Н. в. | Що?
Скільки? | один | одне/
одно | одна | два | дві | три |
| 2. Р. в. | Чого?
Скількох? | одного | одного | одної/
однієї | двох | двох | трьох |
| 3. Д. в. | Чому?
Скільком? | одному | одному | одній | двом | двом | трьом |
| 4. Зн. в. | Що?
Скільки? | один | одне | одну | два | дві | три |
| 5. Ор. в. | Чим?
Скількома? | одним | одним | одною/
однією | двома | двома | трьома |
| 6. М. в. | На чому?
На скількох? | одному/
однім | одному/
однім | одній | двох | двох | трьох |

Продовження табл. Д.1.2

б)

| Відмінок | Питання | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----------------|--------------------------|---------|---------|-------|--------|--------------|--------|------------|-----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| 1. Н. в. | Що? Скільки? | п'ять | шість | сім | вісім | п'ятдесят | сорок | дев'яносто | сто | | | | | | | | | |
| 2. Р. в. | Чого?
Скількох? | п'яти | шести | семи | восьми | п'ятдесяти | сорока | дев'яноста | ста | | | | | | | | | |
| 3. Д. в. | Чому?
Скільком? | п'яти | шести | семи | восьми | п'ятдесяти | сорока | дев'яноста | ста | | | | | | | | | |
| 4. Зн. в. | Що?
Скільки? | п'ять | шість | сім | вісім | п'ятдесят | сорок | дев'яносто | сто | | | | | | | | | |
| 5. Ор. в. | Чим?
Скількома? | п'ятьма | шістьма | сьома | вісьма | п'ятдесятьма | сорока | дев'яноста | ста | | | | | | | | | |
| 6. М. в. | На чому?
На скількох? | п'яти | шести | семи | восьми | п'ятдесяти | сорока | дев'яноста | ста | | | | | | | | | |

в)

| Відмінок | Питання | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----------------|--------------------------|------------|-------------|--------------|--------------|---------|-----------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| 1. Н. в. | Що? Скільки? | двісті | триста | чотириста | п'ятсот | тисяча | мільйон | | | | | | | | | | | |
| 2. Р. в. | Чого?
Скількох? | двохсот | трьохсот | чотирьохсот | п'ятисот | тисячі | мільйона | | | | | | | | | | | |
| 3. Д. в. | Чому?
Скільком? | двомастам | трьомстам | чотирьомстам | п'ятистам | тисячі | мільйону | | | | | | | | | | | |
| 4. Зн. в. | Що?
Скільки? | двісті | триста | чотириста | п'ятсот | тисячу | мільйон | | | | | | | | | | | |
| 5. Ор. в. | Чим?
Скількома? | двомастами | трьомастами | чотирмастами | п'ятьмастами | тисячею | мільйоном | | | | | | | | | | | |
| 6. М. в. | На чому?
На скількох? | двохстах | трьохстах | чотирьохстах | п'ятистах | тисячі | мільйоні | | | | | | | | | | | |

Предметний покажчик

Арифметика 11

Арифметична дія 35

- $-$, віднімання 37
- $:$, ділення 41
- $+$, додавання 36
- \cdot , множення 39

Величина

- змінна 162
- постійна 162

Вираз

- алгебраїчний 162
- дробовий алгебраїчний 163
- ірраціональний алгебраїчний 189
- ірраціональний 155
- раціональний алгебраїчний 163
- тотожний 166
- цілий алгебраїчний 163
- числовий 21

Відношення чисел 123

Відсоток 127

Властивості арифметичних дій 48

Дискримінант

- зведеного квадратного рівняння 227
- квадратного рівняння 222

Дільник 57

- найбільший спільний 61
- спільний 61

Добуток 39

Дріб

- десятковий 103
- звичайний 74
- мішаний 82
- неправильний 81
- періодичний 115
- правильний 81

- Дробова частина 82
- Дужки 20
- Знак
- арифметичної дії 16
 - нерівності 18
 - протилежний 23
- Знаменник 75
- Коефіцієнт
- числовий 167
- Корінь
- алгебраїчний 151
 - арифметичний 154
 - рівняння 198
- Кратне 58
- найменше спільне 65
- Математичні знаки 16
- нерівностей 18
- Многочлен 170
- Модуль числа 27
- Напрям
- додатний 25
 - від'ємний 25
- Область визначення
- алгебраїчного виразу 165
 - рівняння 199
- Одночлен 167
- подібний 171
- Ознака подільності 69
- Пропорція 125
- , крайні члени 125
 - , основна властивість 126
 - , середні члени 125
- Рівність
- алгебраїчна 198
 - числова 197

Рівняння 198

- алгебраїчне 250
- бікватратне 246
- дробове алгебраїчне 257
- зведене алгебраїчне 250
- зведене квадратне 225
- квадратне 219
- лінійне 201
- незведене раціональне 254
- неповне квадратне 219
- першого степеня з одною невідомою 201
- повне квадратне 222

Різниця 38

Розкладання

- квадратного тричлена на лінійні множники 237
- многочлена на множники 185
- числа на прості множники 60

Система лінійних рівнянь 208

Стандартний вигляд

- додатного дійсного числа 147
- многочлена 172
- одночлена 168

Степінь

- многочлена 172
- непарний 144
- одночлена 169
- парний 144
- числа із дробовим показником 158
- – із натуральним показником 142
- – із цілим показником 145

Сума 36

Схема Горнера 251

Теорема Безу 250

Теорема Вієта

- обернена 235
- –, для зведеного квадратного рівняння 235

- пряма 229
- $-$, для зведеного квадратного рівняння 234
- узагальнена 250

Тотожність 198

Формула

- квадрата різниці двох чисел 182
- $,$ $-$, $-$ неповний 183
- квадрата суми двох чисел 183
- $,$ $-$, $-$ неповний 183
- куба різниці двох чисел 183
- куба суми двох чисел 183
- різниці квадратів двох чисел 183
- різниці кубів двох чисел 183
- суми кубів двох чисел 183

Цифра 11

Частка 41

Чисельник 75

Число 11

- багатоцифрове 14
- від'ємне 22
- двоцифрове 13
- дійсне 136
- додатне 22
- ірраціональне 135
- натуральне 14
- непарне 43
- одноцифрове 13
- парне 43
- просте 59
- протилежне 23
- раціональне 135
- складене 59
- трицифрове 14
- ціле 24