

# СУЧАСНІ МЕТОДИ КОМП'ЮТЕРНИХ ОБЧИСЛЕНЬ

## I семестри 2023-2024 навч. рік, силабус дисципліни

Освітня програма

Інтелектуальні інформаційні технології

Спеціальність

123 – Комп'ютерна інженерія

Рівень освіти

другий (магістерський)

### **Мета:**

- ознайомлення студентів з основними базовими поняттями, ідеями і методами подання та обробки дискретної інформації;
- надання положень дискретної математики як інструментарію при обробці інформації з використанням сучасної комп'ютерної техніки;
- навчання студентів використанню формальних методів дискретної математики, пов'язаних з розробкою та експлуатацією інформаційних управляючих систем, систем штучного інтелекту, зокрема, їхнього математичного і програмного забезпечення;
- навчання студентів засобам подання дискретних математичних об'єктів і вирішенню типових задач дискретної математики.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен:

### **знати:**

- історію розвитку математичного апарату, орієнтованого на формалізацію дискретних процесів;
- методи та засоби дискретної математики в галузі опису та формалізації дискретних процесів (мову теорії множин, відношень, комбінаторного аналізу, елементи булевої алгебри, алгебри висловлювань, алгебри предикатів, теорії графів, основи кодування інформації, основні положення мов і граматики, основи скінченних автоматів, основи теорії чисел);
- основні положення дискретної математики в сфері побудови сучасних пристроїв і систем для обробки дискретної інформації

### **вміти:**

- аналізувати логічну та алгоритмічну структуру фізичних і технологічних процесів, процесів обробки інформації в природі та суспільстві;
- використовувати апарат дискретної математики для формалізації та математичного опису задач, що виникають у сфері науки та виробництва;
- виконувати аналіз, синтез і перетворення дискретних об'єктів та процесів, використовуючи поняття і закони теорії множин і теорії відношень, реляційної алгебри, теорії комбінаторного аналізу, математичної логіки, теорії чисел;
- використовувати мову графів для опису програмних моделей в інформаційних системах та інформаційних технологіях;
- виконувати синтез та аналіз графових структур та алгоритмів на них;
- вирішувати типові задачі теорії множин і теорії відношень, комбінаторного аналізу, теорії графів, булевої алгебри та математичної логіки.

## Модуль 1

**Змістовий модуль 1.** *Введення в дисципліну. Основи теорії множин.*

*Алгебра множин. Відношення та їх властивості. Алгебри (алгебраїчні структури).*

**Тема 1. Мета і задачі дисципліни, її місце в системі підготовки фахівців з комп'ютерних наук. Основні поняття і позначення теорії множин.** Інтуїтивне поняття множини. Елементи множини. Скінченні та нескінченні множини. Універсальна і порожня множини. Способи задання множин. Потужність множин. Множина і підмножини.

**Тема 2. Алгебра множин. Геометрична інтерпретація.** Геометрична інтерпретація множин: кола Ейлера та діаграми Венна. Операції на множинах. Загальне визначення алгебри. Поняття алгебри множин. Аксиоми алгебри множин. Принцип двоїстості. Тотожні перетворення формул алгебри множин.

**Тема 3. Історія зародження, розвитку і становлення дискретної математики.**

Внесок вчених у її розвиток.

**Тема 4. Відношення та операції над ними.** Декартів добуток множин. Поняття відношення. Бінарні та  $n$ -арні відношення. Область визначення та область значень відношення. Способи задання відношень. Операції над відношеннями.

**Тема 5. Властивості бінарних відношень.** Рефлексивність, антирефлексивність, симетричність, антисиметричність, асиметричність, транзитивність, антитранзитивність відношень. Класи бінарних відношень. Відношення еквівалентності. Класи еквівалентності. Відношення порядку. Відношення толерантності.

**Тема 6. Функціональні відношення.** Области визначення і значень. Функції і відображення. Типи відображень: сюр'єкція, ін'єкція, бієкція.

**Тема 7. Елементи реляційної алгебри.** Реляційна модель даних. Поняття реляційної алгебри. Операції реляційної алгебри.

**Тема 8. Алгебраїчні операції та їх властивості.** Унарна, бінарна,  $n$ -арна операція. Способи записів операцій. Основні властивості операцій. Операції додавання та множення за модулем.

**Тема 9. Поняття алгебраїчної структури.** Підструктура. Морфізми (гомоморфізм, ізоморфізм). Найпростіші алгебраїчні структури. Кільця й поля. Гратки.

**Змістовий модуль 2.** *Основи комбінаторного аналізу.*

**Тема 1. Історія розвитку комбінаторики.** Класичні задачі комбінаторного аналізу.

Сучасні задачі, які вирішуються комбінаторними методами.

**Тема 2. Загальні визначення комбінаторики. Моделі типових комбінаторних конфігурацій.** Поняття  $r$ -вибірки. Загальні правила і задачі комбінаторики. Правила суми і добутку. Перестановки, розміщення, сполучення

(без повторень та з повтореннями).

**Тема 3. Задачі про розподіл предметів за урнами (урнові схеми вирішення комбінаторних задач).** Розподіл однакових об'єктів за урнами. Розподіл неоднакових об'єктів за урнами. Числа Стирлінга. Числа Моргана. Числа Белла. Композиції і розбиття.

**Тема 4. Принцип включення і виключення.** Теорема та формула включень і виключень.

**Тема 5. Властивості сполучень. Біном Ньютона.** Біноміальні коефіцієнти.

Трикутник Паскаля. Поліноміальна теорема.

**Тема 6. Задачі з обмеженнями. Комбінаторика композиції і розбиття.** Підходи до вивчення комбінаторних об'єктів і чисел. Поняття про продуктивні функції.

**Тема 7. Метод рекурентних співвідношень.** Числа Фібоначчі.

**Тема 8. Генерація комбінаторних об'єктів.**

**Тема 9. Булеві функції (основні поняття).** Булеві змінні та функції. Область визначення та область значень булевих функцій. Способи задання булевих функцій. Реалізація булевих функцій формулами. Елементарні функції алгебри логіки.

**Тема 10. Булева алгебра.** Закони і тотожності булевої алгебри. Еквівалентні перетворення формул булевої алгебри. Двоїстість. Двоїсті та самодвоїсті булеві функції. Принцип двоїстості.

## Модуль 2

**Змістовий модуль 3. Двійкова логіка. Булеві функції та перетворення.**  
*Нормальні форми булевих функцій.*

**Тема 1. Нормальні форми булевих функцій.** Основні поняття. Нормальні форми: диз'юнктивна нормальна форма (ДНФ), кон'юнктивна нормальна форма (КНФ). Досконалі нормальні форми (ДДНФ, ДКНФ). Диз'юнктивні та кон'юнктивні розкладання булевих функцій. Перехід від таблиці булевої функції до формули алгебри логіки і навпаки.

**Тема 2. Мінімізація булевих функцій.** Основні поняття. Критерії мінімізації.

Основні методи мінімізації булевих функцій. Метод мінімізуючих карт (діаграми Карно-Вейча).

**Тема 3. Алгебра Жегалкіна.** Структура і тотожності алгебри Жегалкіна. Поліном Жегалкіна та правило його побудови. Лінійні булеві функції.

**Тема 4. Функціональна повнота наборів булевих функцій.** Типи булевих функцій. Замкнені класи булевих функцій. Поняття повноти набору булевих функцій. Теореми Поста про функціональну повноту набору булевих функцій.

**Тема 5. Логічні схеми.** Синтез комбінаційних схем. Перемикальні ланцюги; двох-ібагатоступінчасті комбінаційні схеми.

**Тема 6. Багатозначна логіка.** Основні поняття і функції  $k$ -значної логіки.

**Тема 7. Висловлення. Алгебра висловлень.** Висловлення (основні поняття). Логічні зв'язки і формули логіки висловлень. Побудова складних формул. Алгебра логіки і логіка висловлень. Інтерпретація формул логіки висловлень. Правильні міркування. Логічна еквівалентність і логічний наслідок.

**Тема 8. Обчислення висловлень.** Аксиоми та повнота обчислення логіки висловлень. Висновки в обчисленні висловлень. Дедуктивні висновки у логіці висловлень. Несуперечність, незалежність. Різні аксіоматизації обчислення висловлень.

**Тема 9. Предикати. Алгебра предикатів.** Основні поняття логіки предикатів. Операції логіки предикатів. Кванторні операції. Формули та їх інтерпретація у логіці предикатів. Закони і тотожності логіки предикатів. Випереджені нормальні форми.

**Тема 10. Обчислення предикатів.** Логічний висновок у логіці предикатів.

**Тема 11.** Алфавітне кодування. Кодування з мінімальною надлишковістю. Алгоритм Фано. Алгоритм Хаффмена. Завадостійке кодування. Стиснення даних. Криптографія.

**Змістовий модуль 4. Основні поняття теорії графів.**

**Тема 1. Зародження теорії графів як математичної дисципліни.** Типові задачі теорії графів.

**Тема 2. Походження графів. Визначення графів.**

Різновиди графів. Неорієнтовані та орієнтовані графи. Основні терміни для неорієнтованих та орієнтованих графів. Способи задання графів. Геометрична реалізація графів. Матриця суміжності. Матриця інциденцій. Число вершин і ребер графа.

**Тема 3. Операції над графами.**

Операції вилучення ребер та вершин. Операція введення ребра, операція введення вершини у ребро. Операція об'єднання графів. Операції додавання і множення графів.

**Тема 4. Ізоморфізм графів. Плоскі та планарні графи.**

Підграфи. Алгебраїчний критерій ізоморфізму графів. Зв'язок з відношеннями. Ізоморфізм як відношення еквівалентності. Гомеоморфні графи.

Теорема Понтрягіна-Куратовського. Теорема Жордана. Жорданова крива. Побудова плоского зображення графа.

### **Тема 5. Зв'язність графів. Ейлерові та гамільтонові графи.**

Поняття зв'язності графів, компонента зв'язності,  $n$ -зв'язний граф. Властивості зв'язних графів. Метричні характеристики зв'язних графів. Ейлерові та гамільтонові графи. Теорема Ейлера. Алгоритм знаходження ейлерова цикла (теорема Флері). Ознаки існування гамільтонових циклів, шляхів і контурів.

### **Тема 6. Цикломатика графів.**

Цикломатичне число та його властивості. Цикломатична матриця. Базис циклів. Алгоритм побудови базису циклів.

### **Тема 7. Задача комівояжера.**

Приклади практичних задач, що зводяться до задачі комівояжера.

### **Тема 8. Деревя.**

Визначення дерева, властивості дерев, ліс. Перелічення графів і дерев. Остови графа. Орієнтовані й бінарні дерева. Правила обходу бінарних дерев. Еквівалентні бінарні дерева.

**Тема 9. Розфарбування графів.** Фарбування вершин та ребер. Хроматичне число, теорема про біхроматичний граф. Хроматичний клас. Теорема Брукса. Гіпотеза чотирьох фарб. Теорема про п'ять фарб. Прикладні задачі, що зв'язані з розфарбуванням графів.

### **Тема 10. Двудольні та $k$ -дольні графи.**

**Тема 11. Транспортні мережі та течії. Їх властивості. Найкоротші відстані та шляхи у мережах.**

Алгоритм визначення відстані між вершинами на графі з одиничними довжинами ребер. Алгоритм Дейкстри (Форда) визначення відстані між вершинами на графі з довільними довжинами ребер.

**Тема 12. Алгоритми Флойда і Данцига пошуку найкоротших шляхів між всіма парами вершин графа.**

### **Тема 13. Течії у мережах.**

Задача про максимальну течію у мережі. Розріз мережі. Теорема про максимальну течію та мінімальний розріз. Алгоритм Форда-Фалкерсона.

**Тема 14. Задачі формалізації мов і перекладу. Задання мов за допомогою грамастик. Типиграмастик.**

### **Змістовий модуль 9. Елементи теорії скінченних автоматів.**

**Тема 15. Основні поняття. Універсальна машина Тюрінга. Детерміновані та не детерміновані скінченні автомати Регулярна алгебра. Автомати Мура та Мілі.**

### **Змістовий модуль 10. Основи теорії чисел.**

**Тема 16. Пошук НОД. Прості числа. Порівняння, властивості порівнянь. Повна система виліків. Функція Ейлера. Функція Мьобіуса. Цепні дроби дійсних чисел. Модифікований алгоритм Евкліда. Цепні дроби іраціональних чисел. Найкращі наближення.**

### Лабораторні заняття

№з/п	Назва теми
1	ЛР-1 Генерація комбінаторних об'єктів
2	ЛР-2 Булеві функції. побудова таблиць значень булевих функцій
3	ЛР-3 Побудова матриць суміжності та інцидентів графів
4	ЛР-4 Найкоротші шляхи. алгоритм Дейкстри
5	ЛР-5 Реалізація алгоритму Форда-Фалкерсона для мереж

### Самостійна робота

№ з/п	Назва теми
1	Логічні схеми. <i>Синтез комбінаційних схем. Перемикальні ланцюги; двох- і багатоступінчасті комбінаційні схеми</i>
2	Елементи теорії скінченних автоматів. <i>Основні поняття. Універсальна машина Тюрінга. Детермінована та недетермінована скінченні автомати Регулярна алгебра. Автомати Мура та Мілі.</i>
3	Основи теорії чисел. <i>Пошук НОД. Прості числа. Порівняння, властивості порівнянь. Повна система виліків. Функція Ейлера. Функція М'юбіуса. Целі дроби дійсних чисел. Модифікований алгоритм Евкліда. Целі дроби ірраціональних чисел. Найкращі наближення.</i>

### Правила оцінювання

При заповненні заліково-екзаменаційної відомості та залікової книжки (індивідуального навчального плану) студента, оцінка, виставлена за 100-бальною шкалою, повинна бути переведена до національної шкали (5, 4, 3,) та шкали ECTS (A, B, C, D, E)

Визначення назви за державною шкалою(оцінка)	Визначення назви за шкалою ECTS	За 100 бальною шкалою	ECTS оцінка
ВІДМІННО – 5	<b><u>Відмінно</u></b> – відмінне виконання лишез незначною кількістю помилок	90-100	A
ДОБРЕ – 4	<b><u>Дуже добре</u></b> – вище середнього рівняз кількома помилками	82-89	B
	<b><u>Добре</u></b> – в загальному правильна робота з певною кількістю грубихпомилки	75-81	C
ЗАДОВІЛЬНО – 3	<b><u>Задовільно</u></b> - непогано, але зі значною кількістю недоліків	69-74	D
	<b><u>Достатньо</u></b> – виконання задовольняємінімальні критерії	60-68	E
НЕЗАДОВІЛЬНО – 2	<b><u>Незадовільно</u></b> – потрібно попрацювати перед тим як отриматизалік (без повторного вивчення модуля)	35-59	FX
	<b><u>Незадовільно</u></b> - необхідна серйозна подальша робота (повторне вивченнямодуля)	<35	F