

УДК 629.083

**ВЛИЯНИЕ ОСТАТОЧНЫХ ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ НА УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА КОМПОЗИТОВ И ТОЧНОСТЬ МЕТОДИКИ РАСЧЁТА**

Д-р техн. наук С. С. Тимофеев

**ВПЛИВ ЗАЛИШКОВИХ ПЛАСТИЧНИХ ДЕФОРМАЦІЙ НА ПРУЖНЬОПЛАСТИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ КОМПОЗИТІВ І ТОЧНІСТЬ МЕТОДИКИ РОЗРАХУНКУ**

Д-р техн. наук С. С. Тимофеев

**EFFECT OF RESIDUAL PLASTIC DEFORMATION ON ELASTIC-PLASTIC PROPERTIES OF COMPOSITE AND PRECISION CALCULATION METHOD**

Doct. of techn. sciences S. S. Timofeyev

*В статье представлено математическое описание влияния остаточных пластических деформаций на упругопластические свойства композита и проверена точность методики расчета в комплексе решения задачи проектирования поверхностей трения с композиционными покрытиями. Ранее было доказано, что моделируя физико-механические свойства и варьируя составом покрытия, можно добиться благоприятного сочетания свойств поверхности и основы. Из приведенных расчетов и полученных зависимостей видно, что за пределом упругости рассматриваемый композиционный материал ведет себя так же, как упругопластическое тело с линейным кинетическим упрочнением.*

**Ключевые слова:** упругопластические свойства, композиционный материал покрытия, остаточные напряжения, пластическое течение.

*У статті представлено математичний опис впливу залишкових пластичних деформацій на пружньопластичні властивості композиту і перевірена точність методики розрахунку в комплексі вирішення завдання проектування поверхонь тертя з композиційними покриттями. Раніше було доведено, що моделюючи фізико-механічні властивості і варіюючи складом покриття, можна домогтися сприятливого поєднання властивостей поверхні і основи. З розрахунків та отриманих залежностей видно, що за межею пружності розглянутий композиційний матеріал поводить себе так само, як пружньопластичне тіло з лінійним кінетичним зміцненням.*

**Ключові слова:** пружньопластичні властивості, композиційний матеріал покриття, залишкові деформації, пластична течія.

*Simulation macroscopic constitutive relations and calculating effective characteristics of composite surfaces allows to accurately determine the deformation properties, and limit state bearing capacity surfaces with different coatings for construction materials, composites derived from the use of different powders. It is proved that the modeling of physical and mechanical properties, and varying the coating composition can achieve a favorable combination of properties of the surface and the substrate.*

*Proposed of designing friction surface with composite coating, development an adequate model of the interaction of surfaces, which makes it possible to judge which components need to enter into the coating to obtain the desired properties.*

*The paper presents a mathematical description of the effect of residual plastic deformation on elastic-plastic properties of the composite and verify the accuracy of calculation methods to solve complex design problems of friction surfaces with composite coatings.*

**Keywords:** elastoplastic properties, composite coatings, residual stresses, plastic flow.

### Постановка проблемы.

Моделирование макроскопических, определяющих соотношений и вычисление, эффективных характеристик композиционных поверхностей позволяет достаточно точно определить деформационные свойства, предельное состояние и несущую способность поверхностей с покрытиями для различных конструкционных материалов, полученных из композитов с применением различных порошков. Многие материалы на диаграммах растяжения не имеют явно выраженные площадки текучести, что существенно затрудняет решения технологических задач. Упругоэластические свойства подобных материалов обычно описывают соотношениями деформационной теории пластичности. Практика показала, что, моделируя физико-механические свойства и варьируя составом покрытия, можно добиться благоприятного сочетания свойств поверхности и основы. Проектирование поверхностей трения с композиционными покрытиями весьма сложная задача, которую можно решить, например, способом разработки адекватной модели взаимодействия поверхностей, что даёт возможность судить о том, какие компоненты необходимо ввести в покрытие для получения требуемых свойств.

**Анализ последних исследований и публикаций.** До настоящего времени не проводилось детальное исследование упругоэластических свойств покрытия для медьсодержащего материала с различной концентрацией ультрадисперсных добавок меди, никеля, дисульфида молибдена. Поэтому построение адекватной модели механического поведения композиционного слоя, дающего возможность достаточно точно оценивать его деформационные свойства, прочностные характеристики, несущую способность и т.д., является актуальной и важной задачей. В рамках представленной статьи рассматривается

математически обоснованное определение характера влияния остаточных пластических деформаций на упругоэластические свойства композитов и проверяется точность методики расчёта.

**Цель исследования.** Определить характер влияния остаточных пластических деформаций на упругоэластические свойства композитов и подтвердить точность методики математического расчёта.

**Основной материал исследования.** Технологические остаточные напряжения оказывают существенное влияние на макроскопическое поведение упругоэластических микронеоднородных сред. Их эффективные свойства зависят не только от основных механических свойств материала основы и покрытия, но и в какой последовательности входящие компоненты переходят из упругого состояния в пластическое течение.

Поскольку в теории течения тензор полных деформаций представляется в виде суммы упругой и пластической составляющей, то исходное уравнение  $\sigma_{ij}(r) = E_{ijkl}(r, \varepsilon_{pq}(r)) \varepsilon_{kl}(r)$  заменяется локальным законом Гука:

$$\sigma(r) = E_{ijkl}(r) \cdot (\varepsilon(r) - \varepsilon_{kl}^p(r)), \quad (1)$$

где  $\varepsilon_{kl}^p(r)$  – тензор пластических деформаций.

Используя локальную поверхность текучести с ассоциированным законом течения получим:

$$F(\sigma(r), \varepsilon(r)) = 0,$$

а тензор пластических деформаций принимает вид:

$$\varepsilon_{kl}^p(r) = \lambda(r) \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}(r).$$

Искомое макроскопическое уравнение  $\langle \sigma_{ij} \rangle = E_{ijke}^* \langle \varepsilon_{ij} \rangle$  будет состоять из макроскопического закона Гука:

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = E_{ijke}^* (\langle \varepsilon_{kl} \rangle) - \langle \varepsilon_{kl}^* \rangle$$

и эффективного закона течения:

$$\varepsilon_{kl}^{**P}(r) = \lambda^*(r) \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}$$

Изотропная среда для первого компонента (основа) – упругая

$$\sigma_{jj} = 2\mu_1 \varepsilon_{ij} + \delta_{ij} \lambda_1 \varepsilon_{pp}$$

Для второго компонента

$$\sigma_{jj} = 2\mu_2 (\varepsilon_{ij} - e_{ij}^P) + \delta_{ij} \lambda_2 \varepsilon_{pp}$$

параметры Ламе изотропных компонентов. Пластические деформации удовлетворяют

$$\sigma_{jj}(r) = 2\mu_1 \varepsilon_{ij}(r) + \delta_{ij} \lambda_1 \varepsilon_{pp}(r) + (2[\mu_1] \varepsilon_{ij}(r) + \delta_{ij} [\lambda] \varepsilon_{pp} - 2\mu_2 e_{ij}^P(r)) k_2(r). \quad (2)$$

Следуя работе [1-3] (граничные условия  $f(r)|_{r \in S} = \langle f \rangle$ , и использование тензора Грина), определим эффективный закон Гука,

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = 2\mu_1 \langle \varepsilon_{ij} \rangle + \delta_{ij} \lambda_1 \langle \varepsilon_{pp} \rangle + c_2 (2[\mu_1] \langle \varepsilon_{ij} \rangle_2 + \delta_{ij} [\lambda] \langle \varepsilon_{pp} \rangle - 2\mu_2 \langle \varepsilon_{ij}^P \rangle). \quad (3)$$

Вычислим деформации, средние по объёму  $V_2$  с учётом  $\varepsilon_{ij}(r) = \int_V G_{ik,ej}(r-r_1) \tau'_{ke}(r_1) dr_1$  и используя свойство изотропной функции  $K(r)$  находим

$$\langle \varepsilon_{ij} \rangle_2 = \frac{1}{1 + \alpha_1 c_1 (m-1)} \left[ \langle \varepsilon_{ij} \rangle + \frac{m c_1 \alpha_1}{c_2} \langle e_{ip} \rangle \right], \quad (4)$$

$$\langle \varepsilon_{pp} \rangle_2 = \frac{1}{1 + \gamma_1 c_1 (q-1)},$$

где  $\alpha = \frac{1}{15} \frac{(4-5\nu_1)}{1-\nu_1}$ ,  $\gamma_1 = \frac{1}{3} \frac{1+\nu_1}{1-\nu_1}$ ,  $\nu_1 = \frac{\lambda_1}{2(\lambda_1 + \mu_1)}$ ,  $m = \frac{\mu_2}{\mu_1}$ ,  $q = \frac{K_2}{K_1}$ .

Подставляя в уравнение получим новый вид зависимости  $\Delta_{ij} = 2\mu_S(e)e_{ij}$ ,  $\sigma_{pp} = 3K_S \varepsilon_{pp}$  (1.2) и выделяя девиаторную и объёмные части,

условиям несжимаемости  $\varepsilon_{ki}^P = 0$  для первого компонента. Пластические свойства второго компонента задаются поверхностью текучести Мизеса с соответствующим ассоциированным законом течения.

С помощью индикаторных функций  $k_1(r)$ ,  $k_2(r)$  закон Гука принимает вид:

рассматриваемого компонента и его остаточные макроскопические деформации, после осреднения по объёму получим:

уравнение относительно  $\langle \varepsilon_{ij} \rangle$ , решая которое получаем:

$$x(r) = \sum_{\Delta=1}^n x_S(r):$$

$$\Delta_{ij} = 2\mu^* (\langle e_{ij} - e_{ij}^* \rangle), \quad \langle \sigma_{pp} \rangle = 3K^* \langle \varepsilon_{pp} \rangle, \quad (5)$$

где  $\mu^* = \mu_1 \left( 1 + \frac{c_2(m-1)}{1 + \alpha_1 c_1 (m-1)} \right)$ ,

$$K^* = K_1 \left( 1 + \frac{c_2(q-1)}{1 + \gamma_1 c_1 (q-1)} \right),$$

$\mu^*$ ,  $K^*$  – эффективные модули сдвига и объёмного растяжения,

$e_{ij}^*$  – остаточные деформации после снятия нагрузки.

Выражения для определения  $\mu^*$ ,  $K^*$  совпадают с результатами, полученными в работах [4]. Представленные зависимости показывают, что первый компонент играет роль основного материала, а второй – отдельных включений, так как при

$\mu_1 = 0, K_1 = 0$ , численные значения  $\mu^* = K^* = 0$  для любых соотношений  $c_1$  и  $c_2$ . В работе [4] показано хорошее соотношение для  $\mu^*$  и  $K^*$  экспериментальных данных по измерению модуля Юнга.

Закон нагружения рассматриваемого композиционного материала после нагрузки можно представить в виде:

$$\langle \Delta_{ij} \rangle = K^* \frac{e_{ij}^{**}}{\sqrt{e^{**} + \varepsilon}} + Ne_{ij}^*, \quad (6)$$

где  $K^* = \frac{K_2}{m} [1 + (\alpha_1 c_1 + c_2)(m-1)]$  – эффективный предел текучести,

$$2N = 2\mu^* \left( \frac{K^*}{K_2 c_2} (1 - c_1 \alpha_1) - 1 \right) -$$

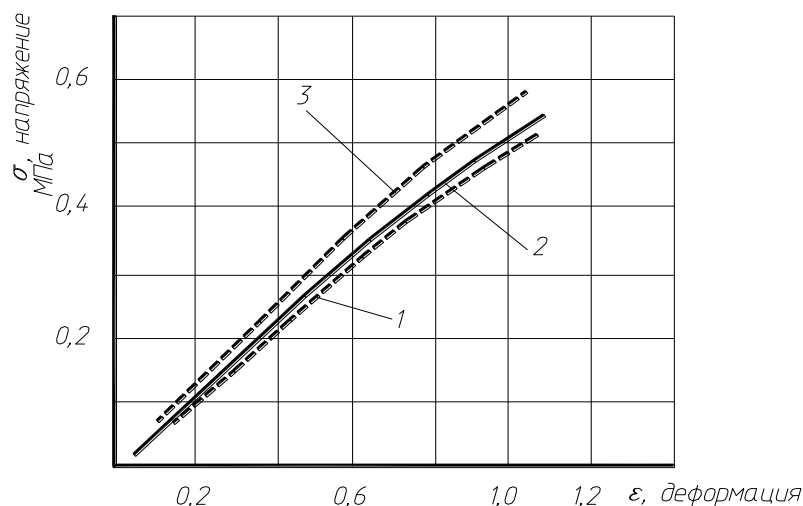
эффективный коэффициент линейного пластического упрочнения.

Приведенные зависимости показывают, что за пределом упругости рассматриваемый композиционный материал ведёт себя так же, как упругопластическое тело с линейным кинетическим упрочнением.

Точность предложенного метода моделирования. Рассматривались упругопластические свойства деформируемого двухкомпонентного материала с хаотическим расположением включений компонентов. При рассмотрении вопроса о точности предложенной методики, локальные исходные уравнения упругопластического деформирования не изменяются. Применяются те же приёмы для рассмотрения задачи [5]. На рис. 1. приводятся диаграммы одноосного растяжения композиционных материалов с хаотическим распределением включений в основе. Расчёты проводились по вышеприведенным зависимостям для одноосного растяжения

$$\langle \sigma_{11} \rangle = \frac{9K^* \mu^*}{3K^* + \mu^*} \langle \varepsilon_{11} \rangle, \langle \varepsilon_{11} \rangle = \langle \varepsilon_{22} \rangle.$$

Полученные данные сравнивались с диаграммами, построенными с использованием методов конечных элементов и по правилу смесей. Результаты расчётов удовлетворительно совпадают.



1 – расчёт методом конечных элементов, 2 – расчёты по представленным зависимостям, 3 – расчёт по правилу смесей  
Рис. 1. Сравнение теоретических диаграмм одноосного растяжения образцов композиционного материала покрытия

**Выводы.** Проведены математические расчеты по определению характера влияния остаточных пластических деформаций на упругопластические свойства композиционного материала покрытия. Приведены зависимости которые

показывают, что за пределом упругости рассматриваемый композиционный материал ведёт себя так же, как упругопластическое тело с линейным кинетическим упрочнением. Проверена точность предложенного метода моделирования,

результаты расчетов удовлетворительно совпали.

### *Список використаних джерел*

1. Загородских Б.П. Ремонт и регулирование топливной аппаратуры автотракторных и комбайновых двигателей / Б.П. Загородских, В.В. Хатьков. – М.: Россельхозиздат, 1986. – 142 с.
2. Решетов Д.Н. Надёжность машин / Д.Н. Решетов, А.С. Иванов, В.З. Фадеев. – М.: Высшая школа, 1988. – 238 с.
3. Файнлейб Б.Н. Топливная аппаратура автотракторных дизелей / Б.Н. Файнлейб. – Л.: Машиностроение, 1990. – 349 с.
4. Холодилов О.В. Диагностика изнашивания подвижных сопряжений / В кн.: Трибология: Исследования и приложения: опыт США и стран СНГ / Под ред. В.А. Белого, К. Лудемы, Н.К. Мышкина. - М.: Машиностроение; Нью-Йорк: Аллертон пресс, 1993. – С. 413–423.
5. Евдокимов Ю.А. Планирование и анализ экспериментов при решении задач трения и износа / Ю.А. Евдокимов, В.И. Колесников, А.А. Тетерин. - М.: Наука, 1980. – 227 с.

---

Тимофеев Сергій Сергійович, доктор техн. наук, професор кафедри якості, стандартизація, сертифікація та технології виготовлення матеріалів» Української державної академії залізничного транспорту. Тел.: (057) 730-10-49. E-mail: fedcirina@yandex.ru.

Timofeyev Sergiy, doct. of techn. sciences, professor department of «Quality, standardization, certification and production technology of materials» Ukrainian State Academy of Railway Transport . Tel.: (057) 730-10-49.E-mail: fedcirina@yandex.ru.