УКРАЇНСЬКА ДЕРЖАВНА АКАДЕМИЯ
ЗАЛІЗНИЧНОГО ТРАНСПОРТУ

Волков Олексій Станіславович

УДК 621.391

МЕТОДИ КОДУВАННЯ ТА ДЕКОДУВАННЯ АЛГЕБРАЇЧНИХ КАСКАДНИХ ЗГОРТКОВИХ КОДІВ З ВИКОРИСТАННЯМ ШВИДКОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ ФУР'Є

05.12.02 – Телекомунікаційні системи та мережі

Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Харків – 2011

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Українській державній академії залізничного транспорту Міністерства інфраструктури України

Науковий керівник: доктор технічних наук, доцент
Приходько Сергій Іванович, Українська державна академія залізничного транспорту, завідувач кафедри транспортного зв'язку.

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор
Лосєв Юрій Іванович, Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, професор кафедри теоретичної та прикладної системотехніки;

кандидат технічних наук
Басов Віктор Євгенович, Одеська національна академія зв'язку імені О.С. Попова, доцент кафедри інформаційної безпеки та передачі даних.

Захист відбудеться «_14_» __вересня__ 2011 року о _14^{30}_ годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 64.820.01 в Українській державній академії залізничного транспорту, 61050, м. Харків, пл. Фейєрбаха 7.

З дисертацією можна ознайомитись в бібліотеці Української державної академії залізничного транспорту, 61050, м. Харків, пл. Фейєрбаха 7.

Автореферат розісланий «_08_» __серпня__2011 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради_______________ К.А. Трубчанінова

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми дослідження. У теперішній час у телекомунікаційних системах та мережах спостерігається збільшення об'єму й швидкості передачі інформації. При цьому вимоги до достовірності досить великі й постійно зростають. Ефективним способом підвищення достовірності переданої інформації по каналах зв'язку є застосування завадостійких послідовних каскадних кодів з компонентними згортковими кодами на зовнішній та внутрішній ступені коду (каскадні згорткові коди).

В цьому напрямку отримали значні результати в наукових працях російські та українські вчені: Фінк Л.М., Зігангіров К.Ш., Блох Е.Л., Зяблов В.В., Шавгулідзе С.А., Золотарьов В.В., Овечкін Г.В., Приходько С.І.. Серед закордонних вчених можна відзначити Елайєса П., Мессі Дж., Форні Г.Д., Возенкрафта Д., Вітербі А.Д., Фано Р., Блейхута Р.

Недоліком існуючих каскадних згорткових кодів є істотне збільшення обчислювальної складності алгоритмів кодування та декодування, що спостерігається з ростом довжини кодового обмеження компонентних згорткових кодів. Отже, реалізація пристроїв, що кодують та декодують послідовні каскадні згорткові коди, стає складною.

Таким чином, виникає суперечлива ситуація, в якій, з одного боку телекомунікаційні системи та мережі висувають високі вимоги до достовірності переданої інформації, а з іншої – завадостійкі каскадні згорткові коди, що забезпечують задану достовірність, повинні мати низьку складність алгоритмів кодування та декодування.

Для розв’язання цього протиріччя необхідно вирішити актуальне наукове завдання, що полягає в розробці методів кодування й декодування алгебраїчних каскадних згорткових кодів з метою зменшення складності процедур кодування й декодування. Отже, тема дисертаційних досліджень є актуальною.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.

Дослідження дисертаційної роботи виконувалися відповідно до наступних нормативних актів:

1. Концепція Національної програми інформатизації, схвалена Законом України «Про Концепцію Національної програми інформатизації» від 4 лютого 1998 р. №75/98 – ВР;

2. Концепція створення Державної інтегрованої інформаційної системи забезпечення управління рухомими об’єктами (зв'язок, навігація, спостереження), схвалена розпорядженням Кабінету Міністрів України від 17 липня 2003 р. №410 – р.

3. Державна науково-технічна програма «Створення перспективних телекомунікаційних систем і технологій».

Мета і завдання досліджень. Метою дисертаційної роботи є зменшення обчислювальної складності процедур каскадного згорткового кодування та декодування із забезпеченням заданої достовірності.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити наступні завдання:

1. Проаналізувати методи кодування та декодування завадостійких каскадних згорткових кодів, а також процедури швидкого перетворення Фур'є й швидкі алгоритми обчислення згортки в полях Галуа.

2. Удосконалити метод кодування алгебраїчних каскадних згорткових кодів застосуванням алгебраїчних згорткових кодів на зовнішній і внутрішній ступені кодування з погодженими параметрами.

3. На основі синтезу швидких процедур Агарвала-Кулі та Винограда обчислення згортки, а також методів перекриття з підсумовуванням і перекриття з накопиченням секцій кодових слів удосконалити метод кодування алгебраїчних каскадних згорткових кодів.

4. Удосконалити метод кодування і розробити метод та алгоритм декодування алгебраїчних каскадних згорткових кодів у частотній області із застосуванням швидкого перетворення Фур'є Кулі-Т'юкі й Гуда-Томаса.

5. Оцінити обчислювальну складність алгоритмів, що реалізують методи кодування та декодування алгебраїчних каскадних згорткових кодів; провести порівняльний аналіз обчислювальної складності розроблених алгоритмів кодування й декодування та існуючі алгоритми; розробити й обґрунтувати рекомендації з їхнього використання.

Об'єктом дослідження є процес завадостійкого кодування та декодування на основі застосування алгебраїчних каскадних згорткових кодів.

Предметом дослідження є методи алгебраїчного каскадного згорткового кодування та декодування.

Методи дослідження. Розробка методів каскадного згорткового кодування та декодування проведена із застосуванням методів алгебраїчної теорії завадостійкого кодування, теорії чисел, теорії кінцевих полів і теорії цифрової обробки сигналів. Оцінка обчислювальної складності розроблених методів проведена з використанням методів теорії складності обчислень. Розробка й обґрунтування рекомендацій з реалізації кодерів алгебраїчних каскадних згорткових кодів проведена із застосуванням методів теорії цифрових автоматів.

Наукова новизна отриманих результатів. У ході рішення поставлених завдань були отримані наступні наукові результати.

1. Удосконалено метод кодування послідовних алгебраїчних каскадних згорткових кодів у часовій області, при цьому вдосконалений метод відрізняється від відомих застосуванням процедур Агарвала-Кулі й Винограда обчислення згортки та методів перекриття з підсумовуванням й перекриття з накопиченням секцій кодових слів, і зменшує обчислювальну складність процедур кодування.

2. Одержав подальший розвиток метод кодування каскадних згорткових кодів у частотній області, що відрізняється від відомих використанням процедур зворотного швидкого перетворення Фур'є Кулі-Т'юкі й Гуда-Томаса, що дозволяє зменшити обчислювальну складність процедур кодування.

3. Вперше розроблено алгебраїчний метод декодування алгебраїчних каскадних згорткових кодів у частотній області, що відрізняється від відомих застосуванням процедур прямого швидкого перетворення Фур'є Кулі-Т'юкі й Гуда-Томаса на основних етапах декодування та отриманням інформаційної послідовності на кожній із ступені безпосередньо у частотній області, що дозволяє зменшити обчислювальну складність декодування.

Практичне значення отриманих результатів досліджень полягає в наступному:

1. На основі запропонованого методу кодування каскадних згорткових кодів у частотній області розроблені алгоритми, які дозволяють зменшити обчислювальну складність в 3,4 рази за числом множень й 4,3 рази за числом додавань у порівнянні з відомим алгоритмом кодування в часовій області, і в 2 рази за числом множень і додавань у порівнянні з відомим частотним алгоритмом, при фіксованих параметрах каскадних згорткових кодів.

2. Розроблені алгоритми, які реалізують запропоновані методи алгебраїчного декодування каскадних згорткових кодів у частотній області, обчислювальна складність яких в 1,67 – 2,23 рази менша за числом множень й в 1,69 – 2,23 рази за числом додавань у порівнянні з відомим алгоритмом декодування в часовій області, при фіксованих параметрах каскадних згорткових кодів.

3. Розроблені практичні рекомендації для реалізації розроблених алгоритмів, що реалізують методи алгебраїчного декодування каскадних згорткових кодів у частотній області. Пропоновані алгоритми алгебраїчного декодування компонентних згорткових кодів при фіксованій обчислювальній складності й довжині кодового слова дозволяють підвищити мінімальну кодову відстань в 1,46 – 1,75 рази.

4. Отримані результати використані на виробництві при розробці математичного та програмного забезпечення пристроїв SI3000 MSAN широкосмугового доступу в ТОВ СП «МОНІС» (акт реалізації від 17.03.2011 р.) і в навчальному процесі Української державної академії залізничного транспорту (акт реалізації від 09.02.2011 р.).

Особистий внесок автора. Всі результати, що викладені в дисертаційній роботі, автором отримано особисто. Основні результати дисертаційної роботи викладені в семи наукових статтях, опублікованих у наукових виданнях, які входять до переліку ВАК України. У наукових статтях, які опубліковані в співавторстві, особистий внесок автора полягає в наступному: у [1] – запропонований спосіб алгебраїчного представлення самоортогональних згорткових кодів у частотній області; у [2] – запропонований алгебраїчний метод формування вхідної й вихідної послідовностей пристроїв, що кодують, згорткові коди; у [3] – удосконалений метод побудови алгебраїчних каскадних згорткових кодів у часовій області; у [4] – удосконалений метод кодування алгебраїчним каскадним згортковим кодом на базі синтезу процедур обчислення згорток; у [5] – запропонований метод кодування алгебраїчних каскадних згорткових кодів у частотній області на основі застосування перетворення Фур'є; у [6] – запропонований метод декодування алгебраїчних каскадних згорткових кодів у частотній області із застосуванням швидкого перетворення Фур'є; у [7] – виконана оцінка обчислювальної складності методів кодування та декодування алгебраїчних каскадних згорткових кодів у часовій та частотній області.

Апробація результатів дисертації. Результати дисертаційної роботи доповідалися та були схвалені на наступних науково-технічних конференціях:

– друга міжнародна наукова конференція “Электронная компонентная база. Состояние и перспективы развития”, Харків, 2009;

– науково-практична конференція “Застосування інформаційних технологій у підготовці та діяльності сил охорони правопорядку”, Харків, 2010;

– двадцять третя міжнародна науково-практична конференція “Перспективные компьютерные, управляющие и телекоммуникационные системы для железнодорожного транспорта Украины”, Алушта, 2010;

– перша міжнародна науково-технічна конференція “Інформаційні технології в навігації і управлінні: стан та перспективи розвитку”, Київ, 2010;

– перша міжнародна науково-технічна конференція “Сучасні напрями розвитку інформаційно-комунікаційних технологій та засобів управління”, Харків, 2010;

– науково-практична конференція “Застосування інформаційних технологій у підготовці та діяльності сил охорони правопорядку”, Харків, 2011.

Публікації. Результати дисертаційної роботи викладені в 7 наукових статтях, які опубліковані у наукових виданнях, що входять до переліку ВАК України (6 статей – у науково-технічних журналах, 1 стаття – у збірнику наукових праць), 1 патенті та 6 тезах доповідей на науково-технічних конференціях.

Структура та обсяг дисертації. Дисертаційна робота складається із вступу, чотирьох розділів, висновку, переліку літератури та додатку. Повний обсяг дисертації складає 163 сторінки, у тому числі 37 рисунків, 9 таблиць, 1 додаток на 3 сторінках, перелік використаних літературних джерел містить 145 найменувань на 15 сторінках. Дисертація написана російською мовою.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі розкрито зміст та стан проблеми, обґрунтована актуальність теми дослідження, визначається зв'язок роботи з науковими програмами і темами, формулюється мета та завдання дослідження, визначаються об’єкт, предмет та методи дослідження, формулюється наукова новизна та практичне значення отриманих результатів.

У першому розділі проведений аналіз методів кодування та декодування каскадних кодів. Розглянуто основні параметри й характеристики компонентних згорткових і блокових кодів. Виконано аналіз обчислювальної складності існуючих методів кодування й декодування згорткових та каскадних згорткових кодів. Проаналізовано методи обчислення згортки та швидке перетворення Фур'є в полях Галуа.

Методи побудови послідовних каскадних кодів є ефективним способом побудови завадостійких кодів великої довжини. Із проведеного аналізу відомих завадостійких кодів випливає, що характеристики згорткових кодів перевершують характеристики блокових кодів при фіксованих довжинах, тому в якості компонентних кодів зовнішнього й внутрішнього ступеню каскадного коду доцільно використовувати згорткові коди. При цьому доцільно застосування алгебраїчних згорткових кодів на зовнішній і внутрішній ступені каскадного коду. Це дозволить будувати каскадні згорткові коди з довільними (великими) довжинами кодового обмеження компонентних згорткових кодів і високим ЕВК.

У той же час аналіз відомих методів кодування й декодування згорткових кодів у складі каскадного дозволяє зробити висновок, що зі зростанням довжини кодового обмеження компонентних згорткових кодів обчислювальна складність істотно збільшується, що обмежує їхню практичну реалізацію. При цьому відомі імовірнісні методи декодування не враховують алгебраїчну структуру компонентних згорткових кодів, а синдромні методи, реалізовані такими способами обчислення різних етапів декодування, які не передбачають застосування обчислювальних алгоритмів, що враховують алгебраїчну структуру коду та зменшення обчислювальної складності одночасно.

У дисертаційній роботі під обчислювальною складністю (трудомісткістю) алгоритмів кодування й декодування згорткових і каскадних згорткових кодів будемо розуміти число арифметичних операцій множень та додавань, яких необхідно виконати для обчислення кодового слова або для його декодування на деякій кінцевій довжині блоку (секції) згорткового коду.

Аналіз існуючих швидких перетворень Фур'є показав, що для розробки нових методів кодування та декодування каскадних згорткових кодів у частотній області доцільно використовувати процедури швидкого перетворення Фур'є Кулі-Т'юкі й Гуда-Томаса, тому що вони мають низьку обчислювальну складність, досить легко можуть реалізовуватися програмно, апаратно, програмно-апаратно й прості для розуміння.

Такий підхід дозволить зменшити обчислювальну складність методів кодування й декодування каскадних згорткових кодів.

У другому розділі розробляються алгебраїчні каскадні згорткові кодові конструкції, які засновані на використанні компонентних згорткових кодів, знайдених алгебраїчним способом. З метою зменшення обчислювальної складності кодера розроблений метод кодування алгебраїчних каскадних згорткових кодів на основі синтезу методів перекриття з підсумовуванням і перекриття з накопиченням, а також швидких процедур Агарвала-Кулі й Винограда обчислення згортки.

Нехай алгебраїчний нерекурсивний згортковий код у несистематичному вигляді над $GF(q^p)$ зі швидкістю кодування $R_1 = k^{(1)}/p$ з багаточленом, що породжує, $g(x)$ ступеня $r - 1$ на зовнішній ступені однозначно визначений багаточленом, що породжує, $u(x)$ ступеня $r - 1$ недвійкового циклічного блокового (N_1, K_1, D_1) – коду Ріда-Соломона над $GF(q^p)$. Припустимо алгебраїчний нерекурсивний згортковий код у несистематичному вигляді над $GF(q^p)$ зі швидкістю кодування $R_0 = k^{(0)}/m$ і з багаточленом, що породжує, $g^*(x)$ ступеня не вище $h - 1$ на внутрішній ступені заданий через багаточлен, що породжує, $w(x)$ ступеня $h - 1$ недвійкового циклічного блокового (N_0, K_0, D_0) – коду Ріда-Соломона над $GF(q^m)$. Тоді можна побудувати алгебраїчний каскадний згортковий $(n^{(k)}, k^{(k)})$ – код з компонентними алгебраїчними згортковими кодами й параметрами:

$$k^{(k)} = k^{(1)}, n^{(k)} = m, v_k \le r \cdot k^{(1)} + h \cdot k^{(0)}, R_k = R_1 \cdot R_0,$$

де $k^{(k)}$ – кадр інформаційних символів, $n^{(k)}$ – кадр кодового слова, v_k – довжина кодового обмеження, $k^{(1)} = \log_q /M/$, $M \in GF(q^p)$, $/M/ \ge /GF(q)/$, $p \ge k^{(1)}$, $k^{(0)} = \log_q /Q/$, $Q \in GF(q^m)$, $/Q/ \ge /GF(q)/$, $m \ge k^{(0)}$.

Таким чином, використання алгебраїчних нерекурсивних згорткових кодів на зовнішній і внутрішній ступені заданих через багаточлени, що породжують, недвійкових блокових кодів, дозволяє алгебраїчним методом визначати алгебраїчний каскадний згортковий код із заздалегідь заданими параметрами й довільною довжиною кодового обмеження.

Правило кодування на зовнішній ступені алгебраїчно можна представити як лінійну згортку:

$$c_i = \sum_{y=0}^{r-1} g_y \cdot b_{i-y}, \qquad i = 0, \dots, 2r-2, \tag{1}$$

де g й b – послідовність, що породжує та інформаційна послідовності над $GF(q^p)$ відповідно; c – послідовність кодового слова $GF(q^p)$; r – довжина послідовності, що породжує.

Якщо $n \ge 2r - 1$, тоді формування кодового слова c можна представити процедурою обчислення циклічної згортки довжиною n:

$$c_i = \sum_{y=0}^{n-1} g_y \cdot b_{((i-y))} = \sum_{y=0}^{n-1} g_{((i-y))} \cdot b_y, \qquad i = 0, \dots, n-1. \tag{2}$$

Для зменшення обчислювальної складності процедур кодування алгебраїчних каскадних згорткових кодів у часовій області розроблений метод кодування. В основі методу лежить формування послідовності двовимірних циклічних згорток на основі процедури Агарвала-Кулі, з подальшим обчисленням серії коротких циклічних згорток на основі процедури Винограда на зовнішній і внутрішній ступені алгебраїчного каскадного згорткового коду.

Нехай довжина кодового слова n зовнішньої ступені кодування розкладається на $n = n' \cdot n''$, де n' и n'' – взаємно прості. Використаємо процедуру Агарвала-Кулі перетворення одномірної циклічної згортки, вираз (2), в двомірну.

Основними етапами розробленого методу кодування є:

1. Виконується заміна індексів i й y на (i', i'') і (y', y'') відповідно:

$$i' = i \pmod{n'},\ i'' = i \pmod{n''},\ i = 0, \ldots, n-1,$$
$$y' = y \pmod{n'},\ y'' = y \pmod{n''},\ y = 0, \ldots, n-1. \qquad (3)$$

2. Відновлення індексів i й y здійснюється відповідно до китайської теореми про залишки в такий спосіб:

$$i = N''\cdot n''\cdot i' + N'\cdot n'\cdot i'' \pmod{n},\ i' = 0, \ldots, n'-1,\ i'' = 0, \ldots, n''-1,$$
$$y = N''\cdot n''\cdot y' + N'\cdot n'\cdot y'' \pmod{n},\ y' = 0, \ldots, n'-1,\ y'' = 0, \ldots, n''-1, \qquad (4)$$

де N' й N'' – цілі числа, причому $N'\cdot n' + N''\cdot n'' = 1$.

3. Визначення двомірних змінних:

$$b_{y',y''} = b_{N''n''y'+N'n'y''},\ g_{y',y''} = g_{N''n''y'+N'n'y''},\ c_{y',y''} = c_{N''n''y'+N'n'y''}. \qquad (5)$$

4. Формування двомірного кодового слова над $GF(q^p)$ алгебраїчного каскадного згорткового коду на зовнішній ступені:

$$c_{i',i''} = \sum_{y'=0}^{n'-1}\sum_{y''=0}^{n''-1} g_{((i'-y')),((i''-y''))}\cdot b_{y',y''}, \qquad (6)$$

де індекси в подвійних дужках при g обчислюються по модулю n' й n''.

5. Сукупність із n'' багаточленів представимо таким чином:

$$b_{y''}(x) = \sum_{y'=0}^{n'-1} b_{y',y''}x^{y'},\ g_{y''}(x) = \sum_{y'=0}^{n'-1} g_{y',y''}x^{y'},\ c_{y''}(x) = \sum_{y'=0}^{n'-1} c_{y',y''}x^{y'}, \qquad (7)$$

6. Вихідну послідовність кодера зовнішній ступені можна виразити одномірною згорткою багаточленів:

$$c_{i''}(x) = \sum_{y''=0}^{n''-1} g_{((y'-y''))}(x)\cdot b_{y''}(x)(\mathrm{mod}\, x^{n'}-1),\quad i'' = 0, \ldots, n''-1. \qquad (8)$$

Швидкий алгоритм Винограда обчислення згортки заснований на використанні китайської теореми для залишків для багаточленів.

7. Одномірна згортка уздовж одного із двох вимірів представляється:

$$c'(x) = g'(x)\cdot b'(x) \bmod (m(x)), \qquad (9)$$

де багаточлен $m(x)$ задовольняє умові: $c'(x) = c'(x) \bmod m(x)$.

8. Нехай багаточлен $m(x)$ розкладається на взаємно прості багаточлени $m^{(j)}(x)$ над простим підполем $GF(q)$ поля розширення $GF(q^p)$:

$$m(x) = \prod_{j=0}^{z-1} m^{(j)}(x). \qquad (10)$$

9. Обчислення залишків багаточлена $g(x)$ і $b(x)$:

$$g'^{(j)}(x) = R_{m^{(j)}(x)}[g'(x)],\ b'^{(j)}(x) = R_{m^{(j)}(x)}[b'(x)],\quad j = 0, \ldots, z-1. \qquad (11)$$

10. Знаходження залишків багаточлена кодового слова:

$$c'^{(j)}(x) = R_{m^{(j)}(x)}\{R_{m^{(j)}(x)}[g'(x)]\cdot R_{m^{(j)}(x)}[b'(x)]\} = R_{m^{(j)}(x)}[g'^{(j)}(x)\cdot b'^{(j)}(x)]. \qquad (12)$$

11. Відбудова вихідної послідовності кодера зовнішній ступені кодування уздовж одного виміру на підставі китайської теореми про залишки:

$$c'(x) = \sum_{j=0}^{z-1} c'^{(j)}(x) \cdot N^{(j)}(x) \cdot A^{(j)}(x) (\mathrm{mod}\, m(x)), \tag{13}$$

де $A^{(j)}(x) = m(x)/m^{(j)}(x)$; $N^{(j)}(x)$ – є рішеннями наступних рівнянь: $N^{(j)}(x) \cdot A^{(j)}(x) + a^{(j)}(x) \cdot m^{(j)}(x) = 1$, для $j = 0, \dots, z-1$.

12. Далі кодове слово згорткового коду зовнішньої ступені подається на вхід згорткового кодера внутрішньої ступені, і процедура кодування реалізується відповідно до виразів (9) – (13). При цьому реалізується обчислення багаточлена $s^*(x)$ кодового слова згорткового коду внутрішньої ступені кодування на основі процедури Винограда обчислення згорток.

Узагальнення процедур кодування алгебраїчних каскадних згорткових кодів на випадок нескінченної довжини на зовнішній і внутрішній ступені кодування реалізується на основі методів перекриття з підсумовуванням і перекриття з накопиченням відповідно.

Розіб'ємо вхідну послідовність, представлену багаточленом $b(x)$ над $GF(q^p)$ нескінченного ступеня, на послідовність секцій, що не перекривають одна одну: $\{b^{(1)}(x), b^{(2)}(x), b^{(3)}(x), \dots\}$ над $GF(q^p)$, за методом перекриття з підсумовуванням. Ступінь багаточленів не повинна перевищувати число $n - L - 1$, де $L = \deg g(x)$, n – задовольняє виразу (2) і $\deg g(x) < n$. Формування коефіцієнтів над $GF(q^p)$ послідовності багаточленів $b^{(l)}(x)$ має здійнюватися за таким правилом:

$$b_j^{(1)} = b_j,\ b_j^{(2)} = b_{j+(n-L)},\ b_j^{(3)} = b_{j+2(n-L)}, \dots, \quad j = 0, \dots, n-L-1. \tag{14}$$

З урахуванням (2) і (14) процедура кодування на зовнішній ступені має вигляд:

$$c(x) = \sum_{l=0}^{\infty} g(x) \cdot b^{(l)}(x) \cdot x^{(l-1)(n-L)}, \quad c^{(l)}(x) = g(x) \cdot b^{(l)}(x). \tag{15}$$

Далі обчислюється кожна секція кодового багаточлена $c^{(l)}(x)$ відповідно до виразів (3) - (13).

Обчислення коефіцієнтів багаточлена $c(x)$ над $GF(q^p)$ кодового слова зовнішній ступені нескінченної довжини реалізується так:

$$c_j = c_j^{(1)}, \qquad c_{j+(n-L)} = c_j^{(2)} + c^{(1)}_{j+(n-L)},$$
$$c_{j+2(n-L)} = c_j^{(3)} + c^{(2)}_{j+(n-L)}, \dots, \qquad j = 0, \dots, n-L-1. \tag{16}$$

Таким чином, виконується об'єднання обчислених секцій кодових багаточленів $c^{(l)}(x)$ і формується багаточлен $c(x)$ нескінченної довжини.

На основі методу перекриття з накопиченням вхідна інформаційна послідовність внутрішній ступені $f(x)$ над $GF(q^m)$ нескінченного ступеня розбивається на послідовність секцій, які перекривають одна одну, кінцевої довжини над $GF(q^m)$. Позначимо цю послідовність так: $\{f^{(1)}(x), f^{(2)}(x), f^{(3)}(x), \dots\}$, де $\deg f^{(l)}(x) < n - 1$. Правило формування коефіцієнтів послідовності багаточленів $f(x)$ над $GF(q^m)$:

$$f_j^{(1)} = f_j,\ f_j^{(2)} = f_{j+(n-H)},\ f_j^{(3)} = f_{j+2(n-H)}, \dots, \quad j = 0, \dots, n-1. \tag{17}$$

Для кожного l визначається:

$$s^{(l)}(x) = g^*(x) \cdot f^{(l)}(x) \mathrm{mod}\, (x^n - 1), \tag{18}$$

де $g^*(x)$ – багаточлен, що породжує, над $GF(q^m)$ ступеня H алгебраїчного згорткового коду на внутрішній ступені кодування.

Далі обчислюється кожна секція кодового багаточлена $s^{(l)}(x)$ відповідно до виразів (9) - (13).

Формування коефіцієнтів багаточлена $s(x)$ над $GF(q^m)$ кодового слова внутрішній ступені нескінченної довжини виконується за правилом:

$$s_j = s_j^{(1)},\ s_{j+(n-H)} = c_j^{(2)},\ s_{j+2(n-H)} = c_j^{(3)},\ \dots,\quad j = H, \dots, n-1. \quad (19)$$

Перед формуванням послідовності секцій, які перекривають одна одну, кінцевої довжини над $GF(q^m)$: $\{f^{(1)}(x),\ f^{(2)}(x),\ f^{(3)}(x),\ \dots\}$, необхідно замінити багаточлен $f(x)$ на багаточлен $x{\cdot}f(x)$. Тоді виконується урахування перших H коефіцієнтів секції $s^{(1)}(x)$ над $GF(q^m)$.

Аналітичні вирази для оцінки обчислювальної складності методу кодування на основі синтезу методів Агарвала-Кулі й Винограда можна представити таким чином:

$$M(n) = M(n')\cdot M(n''); \qquad A(n) = n'{\cdot}A(n'') + M(n'')\cdot A(n'), \qquad (20)$$

де $M(n')$, $M(n'')$ і $A(n')$ і $A(n'')$ – мультиплікативна й адитивна складність обчислення n' й n'' точкових згорток відповідно, які визначаються обчислювальною складністю процедури Винограду:

$$M(n) \approx A(n) \approx \sum_{j=0}^{z-1}\left[\deg m^{(j)}(x)\right]^2, \qquad (21)$$

де $M(n)$ і $A(n)$ – число арифметичних операцій множень і додавань.

Таким чином, розроблений метод кодування у часовій області алгебраїчних каскадних згорткових кодів дозволяє зменшити обчислювальну складність процедур кодування.

У третьому розділі розроблений метод кодування й декодування алгебраїчних каскадних згорткових кодів у частотній області на основі перетворення Фур'є Кулі-Т'юкі й Гуда-Томаса для зменшення обчислювальної складності процедур кодування й декодування алгебраїчних каскадних згорткових кодів.

В основі розробленого методу кодування в частотній області лежить обмеження послідовності інформаційних символів недвійкових циклічних кодів Ріда-Соломона над $GF(q^p)$ і $GF(q^m)$ у частотній області на підмножини $M \in GF(q^p)$, $/M/ \geq /GF(q)/$, $Q \in GF(q^m)$, $/Q/ \geq /GF(q)/$, з наступним застосуванням зворотного перетворення Фур'є. При цьому, узагальнивши на безперервний випадок роботу кодерів, можна визначити алгебраїчний каскадний згортковий $(n^{(k)}, k^{(k)})$ – код у частотній області з параметрами: $k^{(k)} = k^{(1)}, n^{(k)} = m, R_k = R_1 \cdot R_0$, де $k^{(1)} = \log_q / M /$, $p \geq k^{(1)}$, $k^{(0)} = \log_q / Q /$, $m \geq k^{(0)}$, $R_1 = k^{(1)}/p$, $R_0 = k^{(0)}/m$.

Робота кодерів зовнішньої і внутрішньої ступені кодування алгебраїчних каскадних згорткових $(n^{(k)}, k^{(k)})$ – кодів є погодженою за швидкістю, якщо виконуються наступні співвідношення: $/GF(q)/ \leq /Q/ = /GF(q^p)/ \leq /GF(q^m)/$, $m > p$. Тоді, $k^{(0)} = \log_q /Q/ = p$, $m > k^{(0)}$.

Якщо підмножина Q задовольняє наступним співвідношенням: $/GF(q)/ \leq$

$/Q/ \le /GF(q^m)/ \le /GF(q^p)/$, тоді виконання умов $k^{(0)} = \log_q /Q/$, $Q \in GF(q^m)$, $m > k^{(0)}$ забезпечує погоджену за швидкістю роботу згорткових кодерів зовнішньої і внутрішньої ступені. Тут $k^{(0)}$ – ділить число p або число $N_1 \cdot p$ без залишку, а саме: $p = k^{(0)} \cdot \varepsilon$, або $N_1 \cdot p = k^{(0)} \cdot \varepsilon$, ε – натуральне число.

Основними етапами методу частотного кодування є:

1. Зовнішня ступінь. Розбивка інформаційної послідовності b на секції: $b = (b_0, b_1, ..., b_{K_1-1}) \cup (b_{K_1}, b_{K_1+1}, .. b_{2K_1-1}) \cup ...$, $b_i \in M$, $/M/ \ge /GF(q)/$, $M \in GF(q^p)$.

2. Формування вектора b у вигляді багаточлена $b(x)$ нескінченої довжини:

$$b(x) = \sum_{L=0}^{\infty} b_L(x) \cdot x^{L \cdot K_1} . \qquad (22)$$

3. Формування вектора в частотній області довжини N_1:

$$B_L = (0,0,...,0, B_{N_1-K_1}, B_{N_1-K_1+1}, B_{N_1-K_1+2}, ..., B_{N_1-1}) , \qquad (23)$$

де B_L – одна секція вектора кодового слова в частотній області, B_j – компонента частотного вектора, $B_j \in M$, $/M/ \ge /GF(q)/$, $M \in GF(q^p)$, $2 \cdot t_1 = N_1 - K_1$ – множина перевірочних частот, t_1 – число помилок, що виправляє згортковий код.

4. Представимо багаточлен $B_L(x)$ однієї секції:

$$B_L(x) = B_{N_1-K_1} x^{N_1-K_1} + B_{N_1-K_1+1} x^{N_1-K_1+1} + ... + B_{N_1-1} x^{N_1-1} . \qquad (24)$$

5. Формування кодового слова B нескінченої довжини в частотній області над $GF(q^p)$ на зовнішній ступені кодування у вигляді багаточлена $B(x)$:

$$B(x) = \sum_{L=0}^{\infty} B_L(x) \cdot x^{L \cdot N_1} . \qquad (25)$$

6. Виконання зворотного перетворення Фур'є над $GF(q^p)$ для обчислення однієї секції кодового слова в частотній області:

$$c_i = \frac{1}{N_1} \sum_{j=0}^{N_1-1} \gamma^{-i \cdot j} \cdot B_j , \qquad i = 0, \ldots, N_1 - 1, \qquad (26)$$

де $c_i \in GF(q^p)$, $N_1 = q^p - 1$, $c_L = (c_0, c_1, c_2, ..., c_{N_1-1})$ – секція кодового слова зовнішньої ступені у часовій області, γ – примітивний елемент $GF(q^p)$.

7. Формування кодового слова над $GF(q^p)$ нескінченної довжини на зовнішньому щаблі кодування в часовій області у вигляді багаточлена $c(x)$:

$$c(x) = \sum_{L=0}^{\infty} c_L(x) \cdot x^{L \cdot K_1} , \qquad (27)$$

де $c(x)$ – багаточлен однієї секції кодового слова зовнішнього ступеню коду.

8. Далі процедура кодування у частотній області алгебраїчного каскадного згорткового коду продовжується на внутрішній ступені коду. При цьому формується вектор кодового слова s.

Таким чином, розроблений метод кодування у частотній області алгебраїчних каскадних згорткових кодів, дозволяє зменшити обчислювальну складність процедур кодування при використанні швидкого перетворення Фур'є Кулі-Т'юкі або Гуда-Томаса.

В основі методу алгебраїчного декодування у частотній області алгебраїчних каскадних згорткових кодів лежить застосування перетворення Фур'є на основних етапах декодування.

Основні етапи методу частотного декодування:

1. Багаточлен кодового слова $s(x)$ нескінченої довжини алгебраїчного каскадного згорткового коду на внутрішній ступені представляється послідовністю секцій багаточленів $s_y(x)$ кінцевої довжини над $GF(q^m)$ ступеня не вище deg $(N_0 - 1)$:

$$s(x) = \sum_{y=0}^{\infty} s_y(x) \cdot x^{y \cdot K_0} . \tag{28}$$

2. Обчислення прямого перетворення Фур'є кожної секції s_y над $GF(q^m)$ прийнятої послідовності кодового слова s над $GF(q^m)$:

$$F_J = \sum_{i=0}^{N_0-1} \alpha^{i \cdot j} \cdot s_i , \quad j = 0, \ldots, N_0 - 1, \tag{29}$$

де s_i – i – ая компонента вектора кодового слова у часовій області, F_j – j – ая компонента вектора кодового слова у частотній області, $s_i \in GF(q^m)$, $F_j \in GF(q^m)$, $N_0 = q^m - 1$, α – примітивний елемент $GF(q^m)$, $F_o = F_0, F_1, F_2, \ldots, F_{N_0-1}$ – одна секція (вектор) кодового слова у частотній області над $GF(q^m)$.

3. Нехай прийняте кодове слово F^* пошкоджене помилками E:

$$F^*_j = F_j + E_j, \qquad j = 0, 1, 2, \ldots \tag{30}$$

4. Формування багаточлена $F^*(x)$:

$$F^*(x) = \sum_{y=0}^{\infty} (F_y(x) + E_y(x)) \cdot x^{y \cdot K_0} = \sum_{y=0}^{\infty} F^*_y(x) \cdot x^{y \cdot K_0} , \tag{31}$$

де $F_y(x)$ й $F_y^*(x)$ – багаточлени однієї секції кодового слова над $GF(q^m)$ без впливу помилок і пошкоджене помилками відповідно у частотній області, $E_y(x)$ – багаточлен однієї секції послідовності помилок.

5. Нехай s^*_o – одна секція прийнятої послідовності кодового слова:

$$s^*_o = s^*_0, s^*_1, s^*_2, \ldots, s^*_{N_0-1} . \tag{32}$$

6. Обчислення синдромної послідовності Z_o у частотній області однієї секції s^*_o на основі прямого перетворення Фур'є виду (29):

$$Z_J = \sum_{i=0}^{N_0-1} \alpha^{i \cdot (j+b-1)} \cdot s^*_i = s^*_o(\alpha^{(j+b-1)}) , \tag{33}$$

де $j = 1, \ldots, 2 \cdot t_0$, b – ціле число, як правило, 0 або 1, Z_j – компонента вектора.

Тоді: $Z_j = F^*_{j+b-1} = E_{j+b-1}$, $j = 1, \ldots, 2 \cdot t_0$.

7. Зафіксуємо багаточлен локаторів $\Lambda(x)$ помилок:

$$\Lambda(x) = \prod_{l=1}^{w} (1 - x \cdot \alpha^{i_l}) = \Lambda_w x^w + \ldots + \Lambda_1 x + 1 . \tag{34}$$

де w – число помилок, що відбулися, $w < t_0$, $\alpha^{i_l} \in GF(q^m)$, $l = 1, \ldots, w$.

8. Обчислення вектора помилок:

$$E_l = -\sum_{j=1}^{t_0} \Lambda_j \cdot E_{l-j}\,,\ l = 0, \ldots, N_0 - 1,\ \ Z_l = -\sum_{j=1}^{t_0} \Lambda_j \cdot Z_{l-j}\,,\ l = t_0 + 1, \ldots, 2{\cdot}t_0. \quad (35)$$

9. Виправлення однієї секції кодового слова, пошкодженого вектором помилок E_o над $GF(q^m)$ у частотній області: $F_o = F^*_o - E_o$.

10. Виділення $N_0 - 2\cdot t_0$ символів інформаційної послідовності у частотній області, де кожен символ $F_j \in Q$, де $/Q/ \geq /GF(q)/$ й $Q \in GF(q^m)$.

11. Далі процедура декодування у частотній області алгебраїчного каскадного згорткового коду продовжується на зовнішній ступені коду.

Таким чином, багаточлен $Z(x)$ над $GF(q^m)$ синдромної послідовності нескінченої довжини в частотній області може бути представлений так:

$$Z(x) = \sum_{y=0}^{\infty} Z_y(x) \cdot x^{y\cdot 2\cdot t_0}\,. \quad (36)$$

Оператор затримки $x^{y\cdot 2\cdot t_0}$ виключає явище розповсюдження помилок, якщо їхня кратність не перевищує коригувальної спроможності алгебраїчного згорткового коду внутрішньої ступені.

Якщо довжину N_0 однієї секції кодового слова s удається розкласти на множники $N_0 = N_0'\cdot N_0''$, можливий перехід до двовимірного перетворення Фур'є Кулі-Т'юкі.

Для цього необхідно виконати заміну індексів:

$$i = i' + N_0' \cdot i'',\qquad i' = 0, \ldots, N_0' - 1;\ i'' = 0, \ldots, N_0'' - 1, \quad (37)$$

$$j = N_0'' \cdot j' + j'',\qquad j' = 0, \ldots, N_0' - 1;\ j'' = 0, \ldots, N_0'' - 1, \quad (38)$$

де i' та i'' – пари вхідних індексів; j' та j'' – пари вихідних індексів.

Далі визначаються двовимірні компоненти векторів кодового слова над $GF(q^m)$ у часовій та частотній області:

$$s_{i',i''} = s_{i'+N_0'\cdot i''}\,,\qquad i' = 0, \ldots, N_0' - 1;\ i'' = 0, \ldots, N_0'' - 1, \quad (39)$$

$$F_{j',j''} = F_{N_0''\cdot j'+j''}\,,\qquad j' = 0, \ldots, N_0' - 1;\ j'' = 0, \ldots, N_0'' - 1, \quad (40)$$

Сформовані індекси виду (37) і (38) підставимо в (29):

$$F_{N_0''\cdot j'+j''} = \sum_{i''=0}^{N_0''-1} \sum_{i'=0}^{N_0'-1} \alpha^{(i'+N_0'\cdot i'')\cdot(N_0''\cdot j'+j'')} \cdot s_{i'+N_0'\cdot i''}\,. \quad (41)$$

Якщо розкрити скобки у (41), то пряме двовимірне перетворення Фур'є Кулі-Т'юкі отримає наступний вигляд:

$$F_{j',j''} = \sum_{i'=0}^{N_0'-1} \beta^{i'\cdot j'} \left[\alpha^{i'\cdot j''} \sum_{i''=0}^{N_0''-1} \gamma^{i''\cdot j''} \cdot s_{i',i''} \right]\,, \quad (42)$$

де $\gamma = \alpha^{N_0'}$, $\beta = \alpha^{N_0''}$, $F_{j',j''} \in GF(q^m)$, $s_{i',i''} \in GF(q^m)$, $\alpha^{i'\cdot j''}$ – множник «регулювання».

Далі по обчислених компонентах $F_{j',j''}$ двовимірного кодового слова над $GF(q^m)$ формується одномірна послідовність компонентів F_j над $GF(q^m)$ у частотній області.

Якщо довжина N_0 однієї секції кодового слова s розкладається на множники $N_0 = N_0'\cdot N_0''$, де N_0' й N_0'' є взаємно простими числами, то можливо застосування прямого двовимірного перетворення Фур'є Гуда-Томаса.

Тоді, на першому етапі процедури алгебраїчного декодування однієї секції кодового слова $GF(q^m)$ у частотній області виконується визначення пари вхідних індексів:

$$i' = i \pmod{N_0'}, \qquad i'' = i \pmod{N_0''}, \quad \text{де } i = 0, \ldots, N_0 - 1. \qquad (43)$$

Китайська теорема про залишки для цілих чисел припускає існування цілих чисел n' й n'' для яких справедливо співвідношення:

$$i = i' \cdot n'' \cdot N_0'' + i'' \cdot n' \cdot N_0' \pmod{N_0}, \quad \text{де } n' \cdot N_0' + n'' \cdot N_0'' = 1. \qquad (44)$$

Тоді пари вихідних індексів визначаються:

$$j' = n'' \cdot j \pmod{N_0'}, \qquad j'' = n' \cdot j \pmod{N_0''}, \qquad \text{де } j = 0, \ldots, N_0 - 1. \quad (45)$$

Відповідно до переіндексації, що відповідає виразам (43) - (45), пряме перетворення Фур'є виду (29) можна записати:

$$F_{N_0''\cdot j' + N_0'\cdot j''} = \sum_{i''=0}^{N_0''-1} \sum_{i'=0}^{N_0'-1} \alpha^{(i'\cdot n''\cdot N_0'' + i''\cdot n'\cdot N_0')\cdot(N_0''\cdot j' + N_0'\cdot j'')} \cdot s_{i'\cdot n''\cdot N_0'' + i''\cdot n'\cdot N_0'} \cdot \qquad (46)$$

Якщо відкрити скобки в показнику ступеня й спростити вираз (46), то пряме двовимірне перетворення Фур'є Гуда-Томаса набуває вигляд:

$$F_{j', j''} = \sum_{i'=0}^{N_0'-1} \sum_{i''=0}^{N_0''-1} \beta^{i'\cdot j'} \cdot \gamma^{i''\cdot j''} \cdot s_{i', i''}, \qquad (47)$$

де $\beta = \alpha^{n''\cdot(N_0'')^2}$ – елемент, порядок якого дорівнює N_0'; $\gamma = \alpha^{n'\cdot(N_0')^2}$ – елемент, порядок якого дорівнює N_0''.

По відомій парі вихідних індексів (j', j'') відновлення індексу j здійснюється в такий спосіб:

$$j = N_0'' \cdot j' + N_0' \cdot j'' \pmod{N_0}. \qquad (48)$$

Далі формується одномірна послідовність компонентів кодового слова F_j над $GF(q^m)$ у частотній області.

Таким чином, розроблений метод алгебраїчного декодування у частотній області алгебраїчних каскадних згорткових кодів дозволяє зменшити обчислювальну складність процедур декодування, при цьому необхідно застосування швидкого перетворення Фур'є Кулі-Т'юкі або Гуда-Томаса.

У четвертому розділі зроблена оцінка мінімальної кодової відстані й дослідженні властивості алгебраїчних каскадних згорткових кодів у частотній області. Виконана оцінка обчислювальної складності розроблених алгоритмів, що реалізують методи кодування й декодування алгебраїчних каскадних згорткових кодів у частотній області з використанням процедур Кулі-Т'юкі й Гуда-Томаса. Проведено порівняння обчислювальної складності пропонованих й існуючих алгоритмів кодування й декодування.

Оцінка обчислювальної складності алгоритмів кодування алгебраїчних каскадних згорткових кодів у частотній області проводилася на підставі аналітичних виразів:

$$M_{KT}(n_k) = (n_1 \cdot (n_1'+n_1''+1)) + (n_0 \cdot (n_0'+n_0''+1));$$
$$A_{KT}(n_k) = (n_1 \cdot (n_1'+n_1''-2)) + (n_0 \cdot (n_0'+n_0''-2));$$
$$M_{GT}(n_k) = n_1 \cdot (n_1'+n_1'') + n_0 \cdot (n_0'+n_0'');$$
$$A_{GT}(n_k) = n_1 \cdot (n_1'+n_1'') + n_0 \cdot (n_0'+n_0''), \qquad (49)$$

де $M_{KT}(n_k)$, $M_{GT}(n_k)$ і $A_{KT}(n_k)$, $A_{GT}(n_k)$ – число арифметичних операцій множень і додавань відповідно процедур Кулі-Т'юкі й Гуда-Томаса, n_k, – довжина секції кодового слова каскадного згорткового коду.

Оцінка обчислювальної складності показала, що розроблені алгоритми кодування каскадних згорткових кодів у частотній області дозволяють зменшити обчислювальну складність в 3,4 рази за числом множень й в 4,3 рази за числом додавань порівняно з відомим алгоритмом кодування в часовій області, та в 2 рази за числом множень і додавань порівняно з відомим частотним алгоритмом.

Оцінка обчислювальної складності алгоритмів декодування алгебраїчних каскадних згорткових кодів у частотній області проводилася відповідно до аналітичних виразів:

$$M_{KT}(n_k) = (n_0 \cdot (n_0'+n_0''+t_0+1) + 4 \cdot t_0^2) + (n_1 \cdot (n_1'+n_1''+t_1+1) + 4 \cdot t_1^2);$$
$$A_{KT}(n_k) = (n_0 \cdot (n_0'+n_0''+t_0-2) + 4 \cdot t_0^2) + (n_1 \cdot (n_1'+n_1''+t_1-2) + 4 \cdot t_1^2); \qquad (50)$$
$$M_{GT}(n_k) = A_{GT}(n_k) = (n_0 \cdot (n_0'+n_0''+t_0) + 4 \cdot t_0^2) + (n_1 \cdot (n_1'+n_1''+t_1) + 4 \cdot t_1^2).$$

Встановлено, що обчислювальна складність розроблених алгоритмів, які реалізують методи алгебраїчного декодування каскадних згорткових кодів у частотній області, в 1,67 - 2,23 рази менша за числом множень й в 1,69 - 2,23 рази менша за числом додавань порівняно з відомим алгоритмом декодування в часовій області.

На підставі отриманої оцінки обчислювальної складності розроблені практичні рекомендації з використання методів кодування й декодування алгебраїчних каскадних згорткових кодів у частотній області в телекомунікаційних системах та мережах.

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі проведене теоретичне узагальнення й отримане нове рішення важливого наукового завдання, що полягає в розробці методів кодування та декодування алгебраїчних каскадних згорткових кодів із застосуванням швидкого перетворення Фур'є для зменшення обчислювальної складності.

1. Проведений аналіз методів кодування та декодування показав, що високий енергетичний виграш кодування мають завадостійкі коди великої довжини, що випливає з теореми Шенона. Доцільне застосування послідовних каскадних кодів з компонентними згортковими кодами на зовнішній і

внутрішній ступені коду. Недоліком існуючих каскадних згорткових кодів є істотне зростання обчислювальної складності алгоритмів кодування й декодування з ростом довжини кодового обмеження компонентних згорткових кодів. Виявлено протиріччя між вимогами до достовірності переданої інформації й обчислювальною складністю при реалізації алгоритмів кодування й декодування, що вимагає розробки методів кодування й декодування алгебраїчних каскадних згорткових кодів з метою зменшення обчислювальної складності.

2. У ході виконання дисертаційної роботи отримані наступні наукові результати:

– удосконалено метод кодування послідовних алгебраїчних каскадних згорткових кодів у часовій області, при цьому вдосконалений метод відрізняється від відомих застосуванням процедур Агарвала-Кулі й Винограда обчислення згортки та методів перекриття з підсумовуванням й перекриття з накопиченням секцій кодових слів, і зменшує обчислювальну складність процедур кодування;

– одержав подальший розвиток метод кодування каскадних згорткових кодів у частотній області, що відрізняється від відомих використанням процедур зворотного швидкого перетворення Фур'є Кулі-Т'юкі й Гуда-Томаса, що дозволяє зменшити обчислювальну складність процедур кодування;

– вперше розроблено алгебраїчний метод декодування алгебраїчних каскадних згорткових кодів у частотній області, що відрізняється від відомих застосуванням процедур прямого швидкого перетворення Фур'є Кулі-Т'юкі й Гуда-Томаса на основних етапах декодування та отриманням інформаційної послідовності на кожній із ступені безпосередньо у частотній області, що дозволяє зменшити обчислювальну складність декодування.

3. При проведенні дисертаційних досліджень отримані наступні практичні результати:

– на основі запропонованого методу кодування каскадних згорткових кодів у частотній області розроблені алгоритми, які дозволяють зменшити обчислювальну складність в 3,4 рази за числом множень й 4,3 рази за числом додавань у порівнянні з відомим алгоритмом кодування в часовій області, і в 2 рази за числом множень і додавань у порівнянні з відомим частотним алгоритмом, при фіксованих параметрах каскадних згорткових кодів;

– розроблені алгоритми, які реалізують запропоновані методи алгебраїчного декодування каскадних згорткових кодів у частотній області, обчислювальна складність яких в 1,67 – 2,23 рази менша за числом множень й в 1,69 – 2,23 рази за числом додавань у порівнянні з відомим алгоритмом декодування у часовій області, при фіксованих параметрах каскадних згорткових кодів;

– розроблені практичні рекомендації для реалізації розроблених алгоритмів, що реалізують методи алгебраїчного декодування каскадних згорткових кодів у частотній області. Пропоновані алгоритми алгебраїчного декодування компонентних згорткових кодів при фіксованій обчислювальній складності й довжині кодового слова дозволяють підвищити мінімальну кодову відстань в 1,46 – 1,75 рази;

– отримані результати використані на виробництві при розробці математичного та програмного забезпечення пристроїв SI3000 MSAN широкосмугового доступу в ТОВ СП «МОНІС» (акт реалізації від 17.03.2011 р.) і в навчальному процесі Української державної академії залізничного транспорту (акт реалізації від 09.02.2011 р.).

4. Обґрунтованість отриманих результатів заснована на коректному застосуванні основних положень теорії кодування, теорії чисел, теорії кінцевих полів Галуа, теорії цифрової обробки сигналів, теорії цифрових автоматів і теорії складності.

5. Достовірність отриманих результатів підтверджується збіжністю теоретичних й експериментальних результатів, які були отримані шляхом математичного моделювання розроблених методів кодування й декодування алгебраїчних каскадних згорткових кодів.

6. Наукові й практичні результати дисертаційної роботи доцільно використовувати:

– при проведенні науково-дослідних робіт з розробки методів і засобів підвищення достовірності переданої інформації;

– при проведенні конструкторських робіт зі створення нових програмних, апаратних і програмно-апаратних засобів і виробів, орієнтованих на підвищення вірогідності переданої інформації;

– при вивченні навчальних дисциплін по завадостійкому кодуванню й передачі інформації у телекомунікаційних системах та мережах.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Приходько С.И. Алгебраическое представление самоортогональных сверточных кодов в частотной области / С.И. Приходько, А.С. Волков // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – Х.: УкрДАЗТ, – 2009. – №3. – С. 67 – 69.

2. Приходько С.И. Методы перекрытия с накоплением и перекрытия с суммированием для алгебраических самоортогональных сверточных кодов в частотной области / С.И. Приходько, А.С. Волков // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – Х.: УкрДАЗТ, – 2009. – №4. – С. 44 – 47.

3. Приходько С.И. Метод построения алгебраических каскадных сверточных кодов / С.И. Приходько, А.С. Волков // Системи обробки інформації. – Х.: ХУПС, – 2010. Вип. 6(87). – С. 224 – 228.

4. Приходько С.И. Метод кодирования алгебраическим каскадным сверточным кодом на базе синтеза процедур вычисления сверток / С.И. Приходько, А.С. Волков // Системи управління, навігації та зв’язку. – Х.: ХУПС, – 2010. – Вип. 4(16). – С. 165 – 168.

5. Приходько С.И. Метод построения алгебраических каскадных сверточных кодов в частотной области / С.И. Приходько, А.С. Волков // Системи обробки інформації. – Х.: ХУПС, – 2010. Вип. 9(90). – С. 194 – 197.

6. Приходько С.И. Метод декодирования алгебраических каскадных сверточных кодов в частотной области с применением быстрого преобразования Фурье / С.И. Приходько, А.С. Волков // Системи управління, навігації та зв'язку. – Х.: ХУПС, – 2011. – Вип. 1(17). – С. 116 – 119.

7. Приходько С.И. Вычислительная сложность методов кодирования и декодирования алгебраических каскадных сверточных кодов во временной и частотной области / С.И. Приходько, А.С. Волков // Зб. наук. Праць. – Х.: ХУПС, – 2011. Вып. 1(27). – С. 154 – 158.

8. Спосіб опису вхідної та вихідної послідовностей пристроїв кодування згорткових кодів Пат. UA 50137 U, МКІ (2009) H03M 13/00. - № u 2009 12732; Заявл. 08.12.2009; Опубл. 25.05.2010, Бюл. №10, 2010р. – 4 с. // Приходько С.І., Жученко О.С., Волк М.О., Чаговець Я.В., Волков О.С., Бутрімас А.В.

9. Приходько С.И. Перспективы развития алгоритмов сверточного кодирования на арифметических процессорах в полях Галуа / С.И. Приходько, М.А. Волк, А.С. Волков // Сборник научных трудов второй международной научной конференции "Электронная компонентная база. Состояние и перспективы развития", 30 сентября – 3 октября 2009 года. – Х.: ХНУРЭ, 2009. – С. 206 – 207.

10. Приходько С.И. Алгебраические каскадные сверточные коды / С.И. Приходько, А.С. Волков // Двадцать третья международная научно-практическая конференция "Перспективные компьютерные, управляющие и телекоммуникационные системы для железнодорожного транспорта Украины". – Алушта. 2010. – С. 52.

11. Приходько С.И. Особенности построения недвоичных алгебраических каскадных сверточных кодов / С.И. Приходько, М.А. Волк, А.С. Волков // Матеріали першої міжнародної науково-технічної конференції "Інформаційні технології в навігації і управлінні: стан та перспективи розвитку", 5 – 6 липня 2010 року. – К.: ДП "ЦНДІ НіУ", 2010. – С. 46.

12. Приходько С.И. Метод кодирования алгебраическим каскадным сверточным кодом / С.И. Приходько, А.С. Волков // Матеріали першої науково-технічної конференції "Сучасні напрями розвитку інформаційно-комунікаційних технологій та засобів управління", 13 – 14 грудня 2010 року. – Х.: ДП "ХНДІ ТМ"; ДП "ЦНДІ НіУ", 2010. – С. 76.

13. Приходько С.І. Підвищення швидкодії алгебраїчного методу декодування згорткових кодів у частотній області / С.І. Приходько, О.С. Волков // Збірник тез доповідей науково практичної конференції "Застосування інформаційних технологій у підготовці та діяльності сил охорони правопорядку", 24 – 25 березня 2010 року. – Х.: Академія внутрішніх військ МВС України, 2010. – С. 42 – 43.

14. Приходько С.И. Метод алгебраического декодирования каскадных сверточных кодов в частотной области / С.И. Приходько, А.С. Волков // Збірник тез доповідей науково-практичної конференції "Застосування інформаційних технологій у підготовці та діяльності сил охорони правопорядку", 17 – 18 березня 2011 року. – Х.: Академія внутрішніх військ МВС України, 2011. – С. 33 – 34.

АНОТАЦІЯ

Волков О.С. Методи кодування та декодування алгебраїчних каскадних згорткових кодів з використанням швидкого перетворення Фур'є. – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.12.02 – Телекомунікаційні системи та мережі. – Українська державна академія залізничного транспорту, Харків, 2011.

Дисертаційна робота присвячена розробці методів кодування й декодування алгебраїчних каскадних згорткових кодів із застосуванням швидкого перетворення Фур'є для зменшення обчислювальної складності процедур кодування й декодування. Розроблені методи кодування й декодування дозволяють ураховувати алгебраїчну структуру компонентних згорткових кодів зовнішньої й внутрішньої ступені кодування у частотній області. Показано, що застосування швидкого перетворення Фур'є Кулі-Т'юкі й Гуда-Томаса дозволяє зменшити обчислювальну складність процедур кодування й декодування алгебраїчних каскадних згорткових кодів у частотній області.

Ключові слова: згортковий код, каскадний код, каскадний згортковий код, перетворення Фур'є, згортка, швидкий алгоритм, обчислювальна складність.

АННОТАЦИЯ

Волков А.С. Методы кодирования и декодирования алгебраических каскадных сверточных кодов с применением быстрого преобразования Фурье. – Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.12.02 – Телекоммуникационные системы и сети. – Украинская государственная академия железнодорожного транспорта, Харьков, 2011.

Диссертационная работа посвящена разработке методов кодирования и декодирования алгебраических каскадных сверточных кодов с применением быстрого преобразования Фурье для уменьшения вычислительной сложности процедур кодирования и декодирования.

Эффективным способом повышения достоверности передаваемой

информации по каналам связи является применение методов помехоустойчивого кодирования и декодирования. С этой точки зрения целесообразно применение последовательных каскадных кодов с компонентными сверточными кодами на внешней и внутренней ступени кода (каскадные сверточные коды).

Недостатком существующих каскадных сверточных кодов является существенное возрастание вычислительной сложности алгоритмов кодирования и декодирования, которое наблюдается с ростом длины кодового ограничения компонентных сверточных кодов. Следовательно, реализация кодирующих и декодирующих устройств последовательных каскадных сверточных кодов становится затруднительной.

Показано, что уменьшение вычислительной сложности возможно за счет реализации процедур кодирования и декодирования сверточных каскадных кодов в частотной области с применением быстрого преобразования Фурье Кули-Тьюки и Гуда-Томаса, при учете алгебраической структуры компонентных алгебраических сверточных кодов внешней и внутренней ступени. В случае реализации процедур кодирования сверточных каскадных кодов во временной области уменьшение вычислительной сложности возможно при использовании быстрых процедур Агарвала-Кули и Винограда вычисления свертки в полях Галуа.

В диссертационной работе предложен метод формирования каскадных сверточных кодовых конструкций на основе применения в качестве компонентных кодов внешней и внутренней ступени кодирования сверточных кодов, найденных алгебраическим способом, с заранее заданными параметрами и произвольными длинами кодового ограничения. Разработан метод и алгоритм кодирования во временной области алгебраических каскадных сверточных кодов на основе методов перекрытия с суммированием и перекрытия с накоплением, а также процедур Агарвала-Кули и Винограда вычисления свертки, позволяющий уменьшить вычислительную сложность процедур кодирования. Разработан метод декодирования алгебраических каскадных сверточных кодов во временной области, основанный на вычислении синдромной последовательности по известным корням порождающих многочленов сверточных кодов внутренней и внешней ступени. Предложен метод построения, кодирования и декодирования алгебраических каскадных сверточных кодов в частотной области с применением преобразования Фурье в конечных полях. Научно обоснована возможность применения быстрого преобразования Фурье Кули-Тьюки и Гуда-Томаса позволяющего уменьшить вычислительную сложность на основных этапах кодирования и декодирования алгебраических каскадных сверточных кодов в частотной области. Предложены аналитические выражения оценки вычислительной сложности разработанных алгоритмов, реализующих методы кодирования и декодирования алгебраических каскадных сверточных кодов в частотной области с использованием быстрого преобразования Фурье Кули-Тьюки и Гуда-Томаса.

На основе оценки вычислительной сложности разработаны практические рекомендации по использованию методов кодирования и декодирования алгебраических каскадных сверточных кодов в частотной области в телекоммуникационных системах и сетях.

Ключевые слова: сверточный код, каскадный код, каскадный сверточный код, преобразование Фурье, свертка, быстрый алгоритм, вычислительная сложность.

ABSTRACT

Volkov A.S. Methods of encoding and decoding of algebraic concatenated convolutional codes using the fast Fourier transform. – The manuscript.

Thesis for the degree of candidate of technical sciences, specialty 05.12.02 – Telecommunication system and network. – Ukrainian State Academy of Railway Transport, Kharkov, 2011.

Dissertation is devoted to developing methods for encoding and decoding of algebraic concatenated convolutional codes using the fast Fourier transform to reduce the computational complexity of the procedures for encoding and decoding. The methods for encoding and decoding can take into account the algebraic structure of the component convolutional codes of external and internal level of coding in the frequency domain. It is shown that the use of fast Fourier transform Cooley-Tukey and Good-Thomas can reduce the computational complexity of the procedures of encoding and decoding of algebraic concatenated convolutional codes in the frequency domain.

Keywords: convolutional code, concatenated code, concatenated convolutional code, Fourier transform, convolution, fast algorithm, computational complexity.

Підписано до друку _22_._06_.2011 р.
Формат 60х84 1/16 Друк. різограф.
Папір офсетний. Обсяг 0,9 друк. арк. Наклад 100 прим.
Зам. №_250_. Безкоштовно.

Видавництво УкрДАЗТ.
Свідоцтво про державну реєстрацію ДК № 2874 від 12.06.2007 р.
61050, м. Харків, пл. Фейєрбаха, 7
Друкарня УкрДАЗТу, 61050, м. Харків, пл. Фейєрбаха, 7
