

ХАРКІВСЬКА ДЕРЖАВНА АКАДЕМІЯ
ЗАЛІЗНИЧНОГО ТРАНСПОРТУ

Книшев Іван Петрович

УДК 621.391

**ТЕОРІЯ АНАЛОГО-ЦИФРОВОГО ПЕРЕТВОРЮВАННЯ СИГНАЛІВ
ТА ОЦІНКА ПОХИБОК**

Спеціальність 05.12.02 - Телекомунікаційні системи та мережі

Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора технічних наук

Харків - 2001

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана у Харківській державній академії залізничного транспорту
Міністерства транспорту України.

Науковий консультант: професор, доктор технічних наук

Поляков Петро Федорович

завідуючий кафедри Транспортний зв'язок ХарДАЗТ.

Офіційні опоненти: професор, доктор технічних наук

Горелов Георгій Володимирович,

директор інституту систем управління, телекомунікації та електрофікації Московського державного університету шляхів сполучення МШС РФ м. Москва

професор, доктор технічних наук

Печенін Валерій Васильович,

професор кафедри авіаційно-космічних радіоелектронних систем Харківського державного аерокосмічного університету

Міністерства освіти і науки України м. Харків

професор, доктор технічних наук

Рогоза Валерій Станіславович,

професор кафедри конструювання та виробництва ЕВА, Національного технічного університету України (КПІ) Міністерства освіти і науки України м. Київ

Провідна установа: Українська державна академія зв'язку імені О.С.Попова,
кафедра Телебачення, Державний комітет зв'язку України, м.
Одеса.

Захист відбудеться " " 2001р. о 13³⁰ годині на засіданні спеціалізованої
вченої ради Д 64.820.01 у Харківській державній академії залізничного
транспорту (61050, м. Харків, пл. Фейєрбаха, 7, ауд.417).

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Харківської державної академії
залізничного транспорту.

Автореферат розісланий " " 2001р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради

Книгавко М.В.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Сучасний стан і перспективи розвитку суспільства характеризуються широким впровадженням цифрових методів і апаратури практично в усі сфери людської діяльності: науку, техніку, економіку, культуру, побут.

Повідомлення в телекомунікаційних і інформаційно-вимірjuвальних системах від первинних джерел надходять, як правило, у виді аналогових сигналів. Подальша обробка, передача по лініях зв'язку, збереження сигналів можуть здійснюватися з використанням аналогових чи цифрових методів і пристроїв. Успіхи мікроелектроніки в розробці і промислового освоєнні мікропроцесорів, пристроїв, що запам'ятовують, і інших елементів цифрової техніки, дозволили реалізувати складні й ефективні алгоритми обробки сигналів, системи передачі й обробки інформації з високою надійністю, ефективністю, захищеністю, дальністю зв'язку і ін. показниками, недосяжними для аналогових систем.

Формування, обробка, передача і збереження аналогових сигналів у цифрових системах і пристроях можлива після їхнього перетворювання з аналогової форми в цифрову. Цю функцію виконують аналого-цифрові перетворювачі (АЦП), які є складовою частиною цифрових систем телекомунікацій, інформаційно-вимірjuвальних і керуючих систем. Як первинний перетворювач, АЦП значною мірою визначає складність і ефективність усієї системи.

Проблема аналізу та оптимізації аналого-цифрового перетворювача сигналів у телекомунікаційних і інформаційно-вимірjuвальних системах у цілому не вирішена. Це зв'язано з відсутністю єдиного теоретичного обґрунтування аналізу процесів часової дискретизації і амплітудного квантування, розходженнями в методах аналізу перетворювання детермінованих і випадкових сигналів, різними методиками оцінки виникаючих похибок.

У переважній більшості публікацій розглядається або тільки одна з процедур аналого-цифрового перетворювання, або кожна з процедур аналізується незалежно. При цьому використовуються різні математичні апарати, методи апроксимації і критерії.

Розширення областей застосування цифрових методів і апаратури неминуче приводить до розширення спектра вимог до характеристик і параметрів перетворювачів по точності, швидкодії, видам перетворюємих сигналів, складності пристроїв і т.п. Виникають проблеми аналізу і оптимізації АЦП, застосованості отриманих раніше результатів у нових умовах і областях, придатності використовуваних критеріїв і розробка їх нових видів, у більшій мірі відповідаючих вимогам окремих застосувань.

Широкое застосування в цифрових системах адаптивних алгоритмів, у тому числі і при аналого-цифровому перетворюванні сигналів, вимагають, з одного боку, глибокого розуміння процесів перетворювання і граничних співвідношень і, з іншого боку, наявності досить простих оцінок похибок. Особливе значення оцінки похибок здобувають при розробці адаптивних систем для реального масштабу часу, з обмеженнями по вантажогабарітних показниках, споживаній потужності і т.п.

Дисертаційна робота присвячена проблемі створення єдиної теорії часової дискретизації і амплітудного квантування при аналізі і оптимізації АЦП і оцінці виникаючих похибок.

Зв'язок з науковими програмами, планами, темами. Тема дисертаційної роботи входила, як складова частина, у ряд науково-дослідних робіт, виконаних по держбюджетній і госпдоговірній тематиці в Харківській державній академії залізничного транспорту.

- «Повышение эффективности и надежности систем связи», Харьков, 1984 – 1986, ГР № 01830055151.

- «Разработка и исследование методов и систем автоматического контроля и управления сложных радиоэлектронных комплексов», Харьков, 1985, ГР № 01840015777.

- «Разработка и внедрение систем спутниковой связи в общем комплексе единой структуры связи МПС», Харьков, 1988, ГР № 01880028494. Дисертант був відповідаючим виконавцем теми.

- «Исследование возможностей создания системы радиосвязи для контроля и управления объектами нефтяной промышленности», Харьков, 1989, ГР № 01890083224.

“Розробка та дослідження спеціалізованих систем передачі аналогових та дискретних сигналів у цифрових мережах зв'язку залізничного транспорту”, 1997, ГР № 0197U003555. Дисертант був відповідаючим виконавцем теми, виконаної у межах галузевої програми інформатизації на залізничному транспорті України.

Методи і задачі дослідження. Об'єктом дослідження є процеси аналого-цифрового і цифро-аналогового перетворювання сигналів у телекомунікаційних і інформаційно-вимірювальних системах. Предметом дослідження є умови і вимоги ідеальних процедур квантування і дискретизації, методологія їхнього опису та оптимізації параметрів, а також помилки, що виникають у реальних умовах і системах. Ціль дисертаційних досліджень полягає в розробці єдиної теорії аналізу часової дискретизації й амплітудного квантування, єдиного теоретичного апарату оптимізації АЦП детермінованих і випадкових сигналів, систематизації методологічних вимог ідеального перетворювання і оцінка похибок, що виникають у реальних пристроях.

Для досягнення поставлених цілей вирішувались наступні задачі.

– Формулювання єдиної теорії аналізу процесів часової дискретизації й амплітудного квантування сигналів.

– Систематизація, уточнення і формулювання вимог ідеальної дискретизації і квантування.

– Обґрунтування найбільш ефективних критеріїв аналізу АЦП в умовах реальних застосувань.

– Узагальнення імовірнісних методів аналізу на детерміновані сигнали.

– Одержання оцінок похибок перетворювання для реальних умов, застосованих в інженерній практиці.

– Розробка методів визначення параметрів оптимальних і квазиоптимальних АЦП по мінімуму похибок перетворювання для детермінованих і випадкових сигналів.

Основу методів дослідження складають класична теорія сигналів, апарат перетворювання Фур'є (спектральний аналіз) і теорія імовірності.

Показано можливість і ефективність застосування імовірнісних методів для аналізу детермінованих сигналів (крім кореляційного аналізу), при використанні введених автором інтегральної і диференціальної функцій розподілу детермінованих сигналів по рівнях.

Методи умовної і безумовної одновимірної і багатовимірної оптимізації використовувалися при оптимізації АЦП детермінованих і випадкових сигналів.

Одержання оцінок похибок часової дискретизації і амплітудного квантування базувалося на використанні методів наближення сигналів чи їхніх спектрів степеневими функціями. Погрішності відновлення сигналів по відлікам реальними фільтрами засновані на теорії фільтрів.

При перевірці отриманих теоретичних положень і результатів використовувалися методи статистичних іспитів і моделювання на ЕОМ.

Наукова новизна отриманих результатів полягає в наступному.

– Уперше сформульовані умови ідеального квантування, що узагальнюють теорему Котельникова на випадок амплітудного квантування.

– Запропоновано кореляційний критерій, що враховує кореляційні зв'язки і є ефективним при аналізі амплітудного квантування сигналів.

– Уперше для аналізу процесів амплітудного квантування детермінованих сигналів запропоновано використовувати інтегральну і диференціальну функції розподілу сигналу за значеннями. Установлено властивості та отримані аналітичні вирази цих функцій для ряду сигналів.

– Сформульовано єдину теорію аналізу процесів часової дискретизації та амплітудного квантування сигналів.

– Показано вплив початкової фази дискретизуючої послідовності імпульсів на результати дискретизації. Отримано співвідношення фаз вхідного сигналу і дискретизуючої послідовності, при якому спотворення відсутні.

– Показано перетворювання детермінованого сигналу в нестационарний випадковий процес при амплітудному квантуванні на фоні шуму.

– Отримано аналітичні вирази взаємозв'язку інтервалів часової дискретизації і амплітудного квантування, що враховують кореляційні функції сигналу і шуму.

Практичне значення отриманих результатів полягає в наступному.

– Отримано оцінки середньоквадратичних похибок часової дискретизації, що виникають при обмеженому числі відліків, необмеженості спектра сигналу, неідеальності характеристик фільтрів, що відновлюють, дискретизації на фоні шумів, а також у схемі вибірки і збереження АЦП, придатні для інженерної практики.

– Отримано вирази цільових функцій для оптимізації АЦП детермінованих і випадкових сигналів, що дозволяють застосувати стандартні методи оптимізації.

- Показано можливість здійснення в процесі часової дискретизації когерентного детектування чи перетворювання частоти.
- Отримано умови неспотвореного частотного перетворювання спектрів смугових сигналів при дискретизації.
- Показано, що в результаті оптимізації можливе зменшення рівня шумів квантування для гауссового сигналу на (1,5...2)дБ, для гармонійного коливання – на величину ~ 1 дБ.
- Отримано вирази для функції розподілу і параметрів випадкового сигналу, що є результатом амплітудного квантування детермінованого сигналу на фоні шуму.

Апробація роботи. Результати дисертаційних досліджень доповідалися на наступних науково-технічних конференціях, семінарах, школах.

- VIII Всесоюзна конференція по теорії кодирования и передачи информации. Куйбышев, КАИ, 1981.

- Всесоюзна науково-технічна конференція (ВНТК) «Измерение параметров и формы спектра радиотехнических сигналов». Харьков, НПО «Метрология», 1981.

- Школа фахівців на ВДНГ СРСР «Помехи и борьба с ними». Москва, ЦП НТОРЭС им. А.С. Попова, 1982.

- Науково-технічна конференція (НТК) «Повышение эффективности систем передачи и обработки информации». Севастополь, Севастопольский приборостроительный институт, 1982.

- Всесоюзна школа-семінар «Микропроцессоры в системах связи и управления». Харьков-Алушта, ХИИТ, 1986.

- ВНТК «Повышение эффективности средств обработки информации на базе математического и машинного моделирования». Тамбов, ТВАИИУ, 1991.

- IV Всероссийская конференция «Повышение эффективности средств обработки информации на базе математического и машинного моделирования». Тамбов, ТВАИИУ, 1995.

- Школа-семінар «Микропроцессорные системы связи и управления на железнодорожном транспорте». Харьков-Алушта, ХарГАЖТ, 1994, 1995.

- Українська НТК "Метрологія та вимірювальна техніка" (Метрологія-95). Харків, ДНВО "Метрологія", 1995.

- НТК Харківського військового університету. Харків, ХВУ, 1999.

- XLIV, XLV, 46 – 49, 51, 52 НТК кафедр інститута і спеціалістів залізничного транспорту. Харьков, ХИИТ, 1982 – 1987, 1989, 1990г.г.

- 56–62 НТК кафедр академії та спеціалістів залізничного транспорту за міжнародною участю. Харків, ХарДАЗТ, 1994–2000р.р.

Публікації. Матеріали дисертаційних досліджень опубліковані в 13 статтях у науково-технічних журналах, 10 статтях у науково-технічних збірниках праць, 9 тезах доповідей на науково-технічних конференціях, семінарах, школах і т.п.

У статті [31] автору належить аналіз процесів перетворювання спектрів сигналів при зсуві з несучої на нульову частоту.

Структура й обсяг дисертації. Дисертація складається з вступу, п'яти розділів, висновку, 4-х додатків, списку використаних джерел з 132 найменувань. Дисертація містить 273 стор. машинописного тексту, 89 малюнків і 5 таблиць.

ЗМІСТ РОБОТИ

У першому розділі розглянуті основні процедури, які виконуються при аналого-цифровому перетворюванні сигналів: часова дискретизація і амплітудне квантування, у результаті виконання яких із сигналу $u(t)$ отримується сигнал $u_n(t)$; методи їхнього виконання та опису, а також виникаюча проблематика і аналіз наявних публікацій. У цьому розділі розглянуті також методи представлення сигналів і вводяться інтегральна $F_d(x)$ і диференціальна $W_d(x)$ функції розподілу сигналу по рівнях x :

$$F_d(x) = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} \text{dir}[x; u(t)] dt, \quad (1)$$

$$W_d(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} \text{dir}[x + \Delta x; u(t)] - \text{dir}[x; u(t)] dt, \quad (2)$$

де $\text{dir}[x; u(t)] = \begin{cases} 1, & u(t) \leq x, \\ 0, & u(t) > x \end{cases}$ – східчаста функція, зв'язана з функцією Дірака

$I(x)$ співвідношенням $\text{dir}[x; u(t)] = 1 - I[x - u(t)]$.

Фізично функція $F_d(x)$ являє собою сумарну відносну частку інтервалу T_0 на якій значення сигналу не перевищують x . Функція $W_d(x)$ являє собою граничне значення сумарної відносної частки інтервалу T_0 , на якій значення сигналу $u(t)$ лежать в інтервалі $[x; x + \Delta x]$, при $\Delta x \rightarrow 0$.

У випадку періодичного сигналу інтегрування в (1) і (2) здійснюється на інтервалі періоду T_n ($T_0 = T_n$). У неперіодичного сигналу інтегрування здійснюється на інтервалі його існування, чи формування (обробки), що, зокрема, може визначатися необхідною точністю. Цей інтервал повинний бути істотно більше ефективною тривалості сигналу $T_{\text{эфф}}$.

З визначення випливає, що функції $F_d(x)$ і $W_d(x)$ мають властивості, які приведені в табл. 1.

Зв'язок між функціями виражається співвідношеннями:

$$F_d(x) = \int_{-\infty}^x W_d(y) dy, \quad W_d(x) = \frac{dF_d(x)}{dx}. \quad (3)$$

У цьому розділі розглянуті також основні види критеріїв, які використовуються при аналізі АЦП. Основна увага приділена середньоквадратичному критерію і запропоновано його розширення на корельовані сигнали у виді кореляційного критерію:

Властивості функцій

Таблиця 1

$F_d(x)$	$W_d(x)$
$0 \leq F_d(x) \leq 1$	$0 \leq W_d(x) < \infty$
$F_d(x_1) \geq F_d(x_2)$, если $x_1 \geq x_2$	$\int_{-\infty}^{\infty} W_d(x) dx = 1$
$F_d(-\infty) = 0$ и $F_d(\infty) = 1$	$-\infty$

$$\varepsilon_R^2 = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} [R(\tau) - R_B(\tau)]^2 d\tau}, \quad (4)$$

де $R(\tau)$ і $R_B(\tau)$ – автокореляційні функції сигналів $u(t)$ і $u_B(t)$, відповідно.

У випадку δ -корельованих детермінованих сигналів і ергодичних випадкових процесів вираз (4) і помилка середньоквадратичного критерію $\overline{\varepsilon^2}$ можуть бути представлені у виді:

$$\varepsilon_R^2 = |\mathcal{E}_c - \mathcal{E}_{CB}|, \quad (5)$$

$$\overline{\varepsilon^2} = \mathcal{E}_c + \mathcal{E}_{CB} - 2\sigma_B^2, \quad (6)$$

де \mathcal{E}_c і \mathcal{E}_{CB} – енергії сигналів $u(t)$ і $u_B(t)$ відповідно;

$R_\varepsilon(\tau)$ – автокореляційна функція погрішності $\varepsilon(t)$;

$$\sigma_B^2 = \int_{-\infty}^{\infty} u(t)u_B(t)dt - \text{«енергія взаємодії» сигналів.}$$

Співвідношення (5) і (6) показують взаємозв'язок і відмінності середньоквадратичного і кореляційного критеріїв при некорельованих сигналах. У загальному випадку кореляційний критерій враховує часові зв'язки в сигналі.

У розділі 2 розглянуті вимоги теореми Котельникова і величини виникаючих помилок. У теоремі розглядається ідеальна дискретизація сигналу, коли погрішність відновлення відсутня (дорівнює нулю). Це можливо при виконанні цілого ряду умов, які можна дати у наступному формулюванні.

- Спектр сигналу повинний бути фінітним з максимальної складової F_m .
- Кількість відліків повинна бути нескінченно великою.
- Пристрій, що відновлює, повинен бути ідеальним фільтром нижніх частот.
- Інтервали між відліками Δ_t повинні бути абсолютно однаковими (нестабільність частоти $f_g = 1/\Delta_t$ повинна дорівнюватися нулю) і задовольняти умові $\Delta_t \leq 1/2F_m$.
- Дискретизація повинна здійснюватися δ -функціями.
- Затримки в часі при дискретизації і відновленні повинні бути відсутніми.
- Сигнал, який дискретизують, повинний бути без шумів, або ширина спектра шуму повинна бути не більш ширини спектра сигналу.
- При дискретизації з частотою $f_g = 2F_m$ необхідно забезпечити визначене співвідношення початкових фаз сигналу і дискретизуючої послідовності.

Майже всі перераховані вимоги фізично не можливо реалізувати, а невиконання кожного з умов приводить до появи помилок.

Дискретизація сигналів з фінітним спектром при частоті $f_g = 2F_m$ вимагає виконання визначених фазових співвідношень, що забезпечують точне відновлення сигналу.

У загальному спектрі $U(j\omega)$ початкового сигналу $u(t)$ існує спектральна складова з частотою $\omega_m = 2\pi F_m$:

$$U(j\omega_m) \Rightarrow U_m(\omega_m)\cos(\omega_m t + \varphi_c) = A_m(\omega_m)\cos(\omega_m t) + jB_m(\omega_m)\sin(\omega_m t), \quad (6)$$

де $U_m(\omega_m)$ – амплітуда спектральної складової; $A_m(\omega_m)$ і $B_m(\omega_m)$ – амплітуди її дійсної і мнимі частини; φ_3 – початкова фаза.

У спектрі дискретизованого сигналу в результаті згортки на частоті ω_m крім складової (6) з'явиться складова першого парціального спектру з мінімальною частотою

$$U[j(\omega_g t - \omega_m t + \psi_g - \varphi_c)] = U[j(\omega_m t + \psi_g - \varphi_c)]. \quad (7)$$

Амплітуди спектральних складових (6) і (7) однакові і результат їхнього підсумовування залежить від співвідношення фаз φ_c і ψ_g . При $\psi_g = 0$ зникає мнима частина складової (6), а при $\psi_g = \pi/2$ – дійсна частина. Для неспотвореного відновлення сигналу необхідно виконати умову:

$$\psi_g = 2\varphi_c. \quad (8)$$

При дискретизації сигналів з необмеженим спектром величину середньоквадратичної погрешності в частотній області можна представити у вигляді

$$\varepsilon_s^2 = \frac{1}{2\pi} \left[\int_{-\infty}^{-\omega_g/2} |U(j\omega)|^2 d\omega + \int_{\omega_g/2}^{\infty} |U(j\omega)|^2 d\omega + \int_{-\omega_g/2}^{\omega_g/2} |U(j\omega) - U_B(j\omega)|^2 d\omega \right], \quad (9)$$

де $U_B(j\omega)$ – спектр відновленого по відлікам сигналу $u_B(t)$.

Якщо апроксимувати спектр сигналу $u(t)$ функцією

$$S_{\text{ап}}(\omega) = \begin{cases} A_0, & |\omega| \leq \omega_{\text{ап}}, \\ A_0 \omega_{\text{ап}}^n / \omega^n, & |\omega| > \omega_{\text{ап}}, \end{cases}$$

те оцінка середньоквадратичної помилки буде мати вид:

$$\overline{\varepsilon_{\text{сап}}^2} = \frac{1}{n} \left(\frac{2\omega_{\text{ап}}}{\omega_g} \right)^{2n-1}. \quad (10)$$

На мал. 1 приведені значення помилок у випадку прямокутного імпульсу (крива 1), трикутного імпульсу (крива 3) і косинусоїдального імпульсу (крива 2). Розбіжність точних значень (9) (суцільні лінії) і оцінок (10) (пунктирні лінії) відрізняються, у гіршому випадку, на величину ~ 1 дБ.

При відновленні сигналів по кінцевому числу відліків можливі два випадки. По-перше маються сигнали з кінцевим числом ненульових відліків. Відновлення таких сигналів без помилок можливо, якщо виконується фазове співвідношення (8). При наявності зсуву $\xi \Delta_t$, $|\xi| < 0,5$, з'являється помилка.

$$\varepsilon_N^2 = \sum_{k=-\infty}^{-N-1} \Delta_t u^2[(k + \xi)/2\alpha F_m] + \Delta_t \sum_{k=N+1}^{\infty} u^2[(k + \xi)/2\alpha F_m], \quad (11)$$

де $\alpha = f_g/2F_m$.

На мал. 2 показана залежність середнього значення помилки (11) при $N = 10$, $\alpha = 1$ і випадковому зсуві ξ_k , $|k| \in \{0; 1; 2; \dots\}$, всіх відліків. При цьому покладалося, що випадкові величини ξ_k мають нульове середнє значення і рівномірну щільність імовірності на інтервалі $[-\Delta_t \xi; \Delta_t \xi]$. для сигналів виду $u_s(t) = U_0 \text{sinc}(2\pi F_m t)$ (крива 1),

що має один ненульовий відлік, $u_k(t) = U_0 \frac{\cos(2\pi F_m t)}{[1 - (4F_m t)^2]}$ (крива 2), що має два ненульових відліки і сигналу $u_p(t) = U_0 [\text{sinc}(2\pi F_m t)]^2$ (крива 3), що має нескінченне число ненульових відліків.

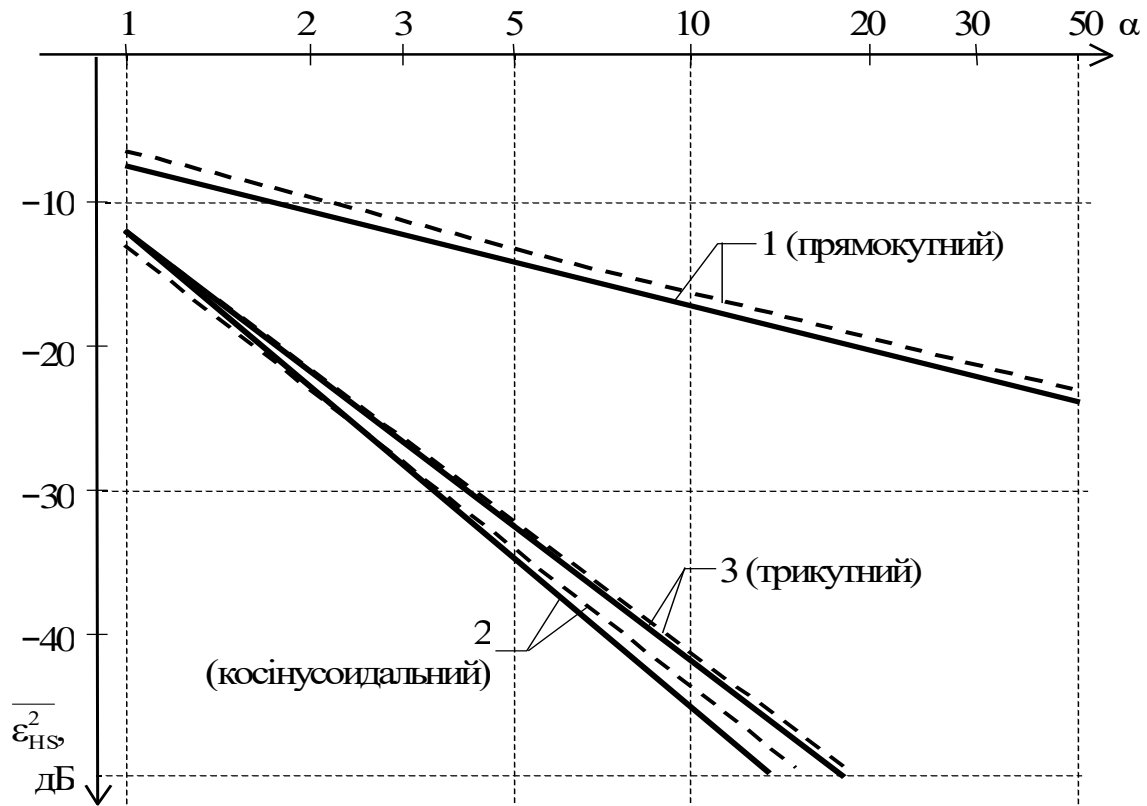


Рис. 1 Помилка дискретизації при необмеженому спектрі сигналу

Другий випадок відповідає виключенню всіх відліків з $|k| > N$. У цьому випадку для симетричного сигналу середньоквадратична помилка дорівнює

$$\varepsilon_N^2 \approx (1 - \eta_\tau(N)) \mathcal{E} - 2 \sum_{k=N+1}^{\infty} \left\{ [u'(k\Delta_t)]^2 \left(\frac{\Delta_t^3}{3} \right) - u(k\Delta_t) u'(k\Delta_t) \Delta_t^2 \right\},$$

де $\eta_\tau(N) = \frac{1}{\mathcal{E}} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} u^2(t) dt = \frac{2}{\mathcal{E}} \int_0^{T_0/2} u^2(t) dt; \quad T_0 = (2N+1)\Delta_t.$

Вплив відносної нестабільності частоти дискретизації δ_f на відновлення сигналу можна оцінити середньоквадратичним значенням помилки

$$\varepsilon_N^2 / \mathcal{E}_c \leq \varepsilon_{\text{нм}}^2 = \delta_f^2 (4\pi^2 / 3 + \eta_N). \quad (12)$$

де $\eta_N = \Delta_t^2 \mathcal{E}_c^{(1)} / \mathcal{E}_c = \Delta_t^2 \eta_{\text{пс}}$ – коефіцієнти, обумовлені відношенням енергій сигналу і його першої похідної.

Для ряду сигналів ($u_s(t)$, $u_s(t) = \exp(-t^2/2\hat{a}^2)$) були проведені розрахунки помилок (12). Результати розрахунків для сигналів практично збіглися (відмінності в значеннях не перевищують 1,5дБ), що свідчить про слабкий вплив форми сигналу (швидкості

спадання спектру) на рівень погрішності. Для інженерної практики замість співвідношення (17) можна використовувати оцінку

$$\varepsilon_{\text{нм}}^2 \leq 20\delta_f^2,$$

придатну для будь-якого сигналу.

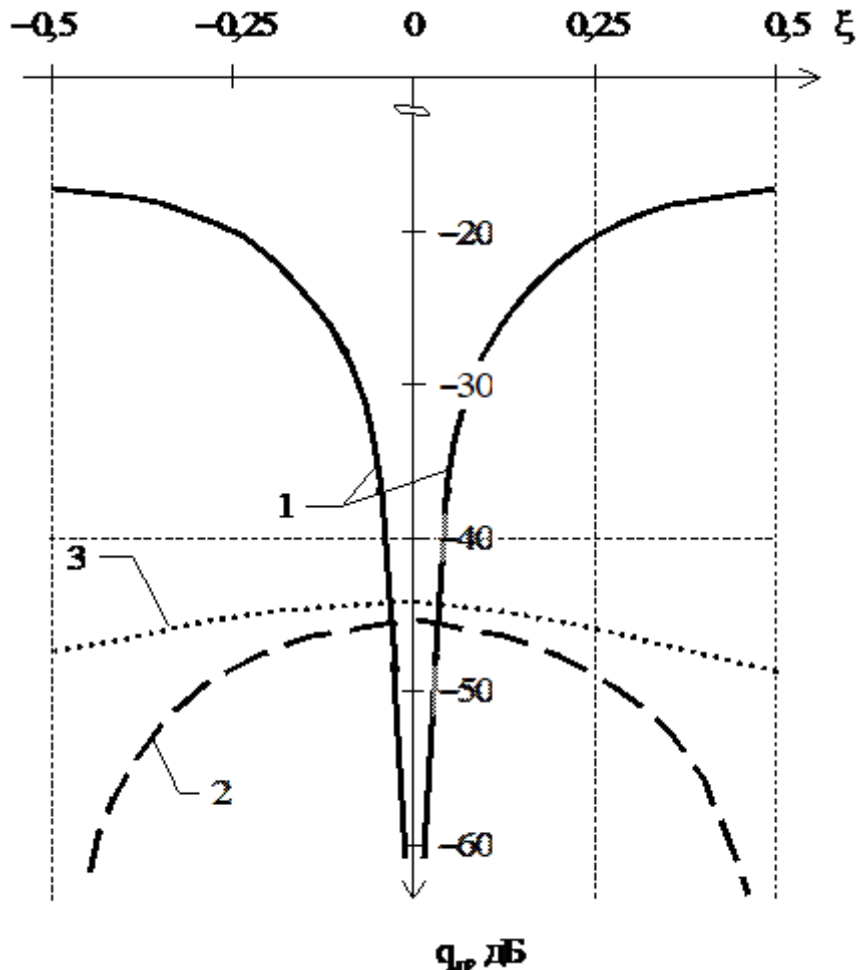


Рис. 2 Погрішності зсуву відліків

Розглянуті також помилки, що виникають при відновленні сигналу по відлікам за допомогою реальних фільтрів. Розраховано помилки і показана можливість застосування оцінки помилки при степеневій апроксимації АЧХ фільтра порядку n для фільтрів Баттерворта, Чебишева, Гаусса і Кауєра.

Дискретизація сигналів на фоні широкопasmового шуму зі смугою $\omega_{\text{ш}}$ приводить до погіршення відносини сигнал/шум. Величину програшу можна представити у виді

$$\eta_{\text{ш}} = 10 \lg \left(\frac{q_{\text{вх}}}{q_{\text{дис}}} \right) = 10 \lg \left(\frac{\beta}{\alpha} \right), \quad \text{де } \beta = \omega_{\text{ш}} / 2\pi F_{\text{м}}.$$

При включенні на вході дискретизатора аналогового фільтру з гарантованим загасанням A_s програш істотно знижується (див. мал. 3).

При дискретизації імпульсами кінцевої тривалості в схемі вибірки і збереження (СВХ) виникають погрішності, зв'язані з неповною зарядкою запам'ятовуючої ємності Z за час тривалості імпульсу дискретизації t_g і його

розрядкою за час $\Delta_t - t_g$. Визначено окремі складові і сумарну величину середньоквадратической погрішності СВХ, що дорівнює

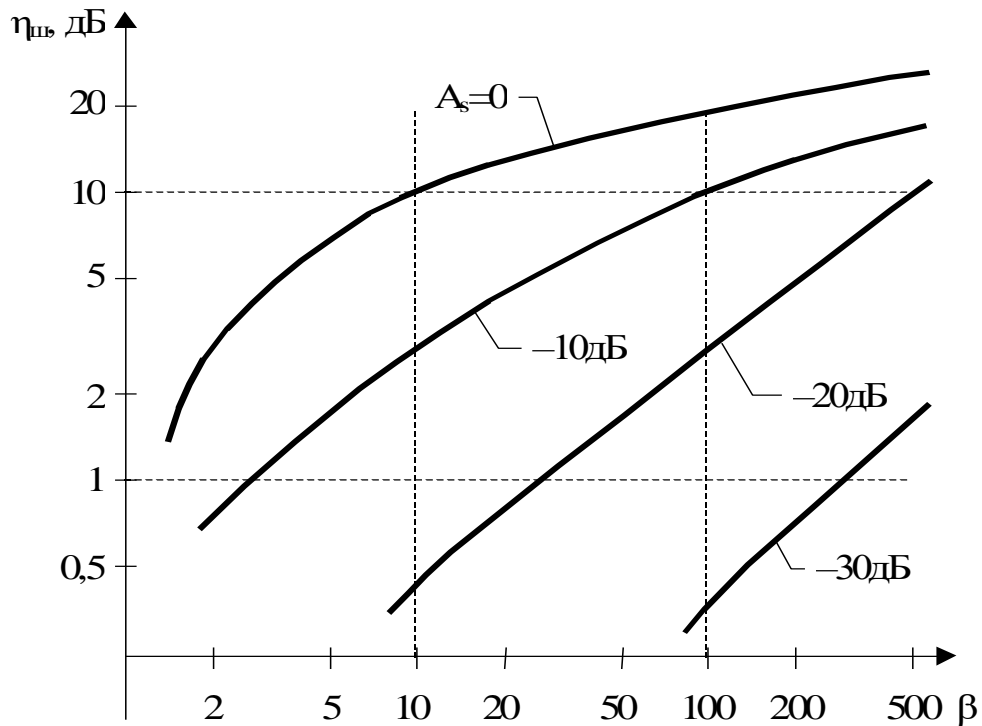


Рис. 3 Утрати відносини сигнал/шум при включенні аналогового фільтра

$$\bar{\varepsilon}_{co}^2 = \frac{\bar{\varepsilon}_c^2}{\mathcal{E}_c} = \exp(-2\mu) + [1 - \exp(-\mu) - P_2]^2 + r(\Delta_t)\exp(-\mu) * \quad (13)$$

$$* [1 - \exp(-\mu) - P_2] + r'(\Delta_t)\Delta_t \exp(-\mu)P_1 + \eta_{nc}P_1^2P_2^2,$$

де $\mu = t_g/\tau_3$; $\gamma = \Delta_t/\tau_p$; $\tau_3 = CR_i$ ($t_g \gg \tau_3$); $\tau_p = CR_{yt}$ ($\tau_p \gg \Delta_t$);

$P_1 = \exp(-\mu)/Q - [1 - \exp(-\mu)]/Q\mu$; $P_2 = \exp[-\gamma(1 - 1/Q)]$;

$r'(\Delta_t) = R'(\Delta_t)/\mathcal{E}_c$ – похідна нормованої кореляційної функції;

R_i, R_{yt} – внутрішній опір джерела сигналу і вхідний опір схеми зчитування.

На мал. 4 приведена залежність відносної середньоквадратической погрішності (13) для розглянутого сигналу $u_s(t)$ від відносної постійної часу ланцюга зарядки μ при $\alpha=1$. На цьому малюнку графіки 1 відповідають $\gamma = 0,1$; графіки 2 – $\gamma = 0,05$; графіки 3 – $\gamma = 0,01$ і графіки 4 – $\gamma = 0,001$. Суцільні лінії відповідають $Q=10$, а пунктирні – $Q=50$.

У результаті дискретизації відлік видається з затримкою щодо фактичного значення на величину t_3 . Це приводить, при рівномірній затримці на інтервалі t_g , до появи погрішності виду

$$\bar{\varepsilon}_{tm}^2 = \frac{\eta_H \mathcal{E}_c}{t_g \Delta_t^2} \int_0^{t_g} \tau^2 d\tau = \frac{\eta_{nc} \mathcal{E}_c}{3Q^2}.$$

Через затримку можлива неузгодженість сигналу із системою обробки. При погодженій фільтрації середньоквадратичне значення погіршення відносини сигнал/шум буде дорівнює

$$\varepsilon_3^2(\xi\Delta_t) = \frac{R(\xi\Delta_t)}{R(0)} = r(\xi\Delta_t),$$

де $R(0) = \mathcal{E}_c$ – значення автокореляційної функції при $\tau=0$.

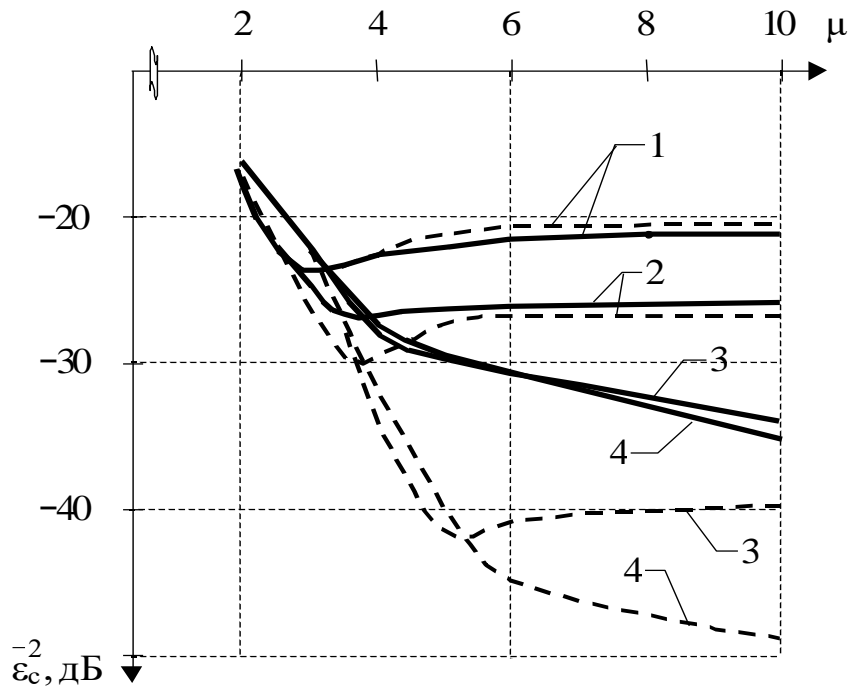


Рис. 4 Сумарна погрішність СВХ

У розділі 3 розглянуті особливості дискретизації випадкових сигналів.

У роботі показано, що розкладання в ряд Котельникова справедливо для двовимірної й умовної функцій розподілу випадкового процесу, що має обмежений енергетичний спектр.

Дискретизація випадкових процесів з необмеженим енергетичним спектром $G(\omega)$ приводить до появи помилки (перешкоди). Ця помилка має дві некорельовані складові: "високочастотну" похибку з дисперсією

$$\sigma_{\text{вч}}^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\omega_g/2}^{\infty} G(\omega) d\omega, \quad (14)$$

(на цю величину зменшується дисперсія вихідного сигналу при дискретизації) і "низькочастотну" погрішність, дисперсія якої дорівнює

$$\sigma_{\text{нч}}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_g/2}^{\omega_g/2} \sum_{k=1}^{\infty} [G(\omega + k\omega_g) + G(\omega - k\omega_g)] d\omega \quad (15)$$

(на цю величину збільшується дисперсія вихідного сигналу при відновленні). Очевидно, що $\sigma_{\text{нч}}^2 = \sigma_{\text{вч}}^2$ і, тому, відновлений сигнал має таку ж дисперсію $\sigma_{\text{д}}^2$, що і вихідний $\sigma_{\text{д}}^2 = \sigma_{02}$.

Перешкода з дисперсією (15) має енергетичний спектр близьким до рівномірного в смузі $[-\omega_g/2; \omega_g/2]$ зі спектральною щільністю потужності

$$N_g = \frac{2\pi\sigma_{\text{НЧ}}^2}{\omega_g} = \frac{2\pi\sigma_0^2}{\omega_g} [1 - \eta_s(\omega_g)],$$

Кореляційна функція погрішності визначається як

$$R_{\text{НЧ}}(\tau) = \sigma_0^2 [1 - \eta_s(\omega_g)] \text{sinc}(0,5\omega_g\tau),$$

а інтервал кореляції дорівнює $\tau_{0\text{НЧ}} \approx \Delta_f$.

"Високочастотну" погрішність з дисперсією (14) можна розглядати як смуговий випадковий сигнал. Для нього можна визначити середню (несучу) частоту $\omega_{0\text{п}}$ і ефективну смугу $\Delta\omega_{\text{пэфф}}$. Кореляційну функцію такого сигналу можна представити у виді

$$R_{\text{вч}}(\tau) = A_0(\tau) \cos[\omega_{0\text{п}}\tau - \mu(\tau)],$$

де $A_0(\tau)$ і $\mu(\tau)$ – огибаюча і фазовий множник кореляційної функції,

З вираження (16) випливає, що кореляційна функція $R_{\text{вч}}(\tau)$ має коливальний характер і інтервал кореляції (по огибаючої) $\tau_{0\text{вч}} \approx 2\pi/\Delta\omega_{\text{пэфф}}$.

Дискретизація інформаційних сигналів, що представляють собою випадкові процеси, нерідко здійснюється на фоні шуму $n(t)$, що також є випадковим процесом з іншими параметрами і характеристиками. Нехай сигнал $u(t)$ відповідає вимогам теореми Котельникова і його енергетичний спектр не містить складових з частотами вище F_m :

$$S_c(f) = \begin{cases} S(f), & |f| \leq F_m, \\ 0, & |f| > F_m. \end{cases}$$

Шум приймаємо "білим" з рівномірною спектральною щільністю потужності N_0 у смузі частот багато більше F_m . У цьому випадку, щоб уникнути різкого погіршення відносини сигнал/шум після дискретизації, перед дискретизатором необхідно включити аналоговий фільтр. Частотна характеристика фільтра повинна мати мінімальні відхилення в смузі $[-F_m; F_m]$, що обумовлює вибір частоти зрізу $F_\phi > F_m$. У залежності від типу фільтра і його складності (порядку n) швидкість убування спектральних складових на частотах $|f| > F_\phi$ буде різною.

За критерієм максимуму інформації про сигнал $u(t)$, що приходить на один відлік сигналу $s(t) = u(t) + n(t)$, показано, що частота дискретизації f_g повинна вибиратися з умови

$$f_g = \frac{2F_m \log(1 + q_{\text{вх}})}{\log[1 + 2nq_{\text{вх}} / (2n - 1)\Delta_f]},$$

де $\Delta_f = F_\phi / F_m$ і $q_{\text{вх}} = P_0 / N_0$.

На мал. 5 показані зони можливих значень частоти при використанні фільтрів від найпростішого з $n=1$ (верхня границя) до ідеального ФНЧ (нижня границя).

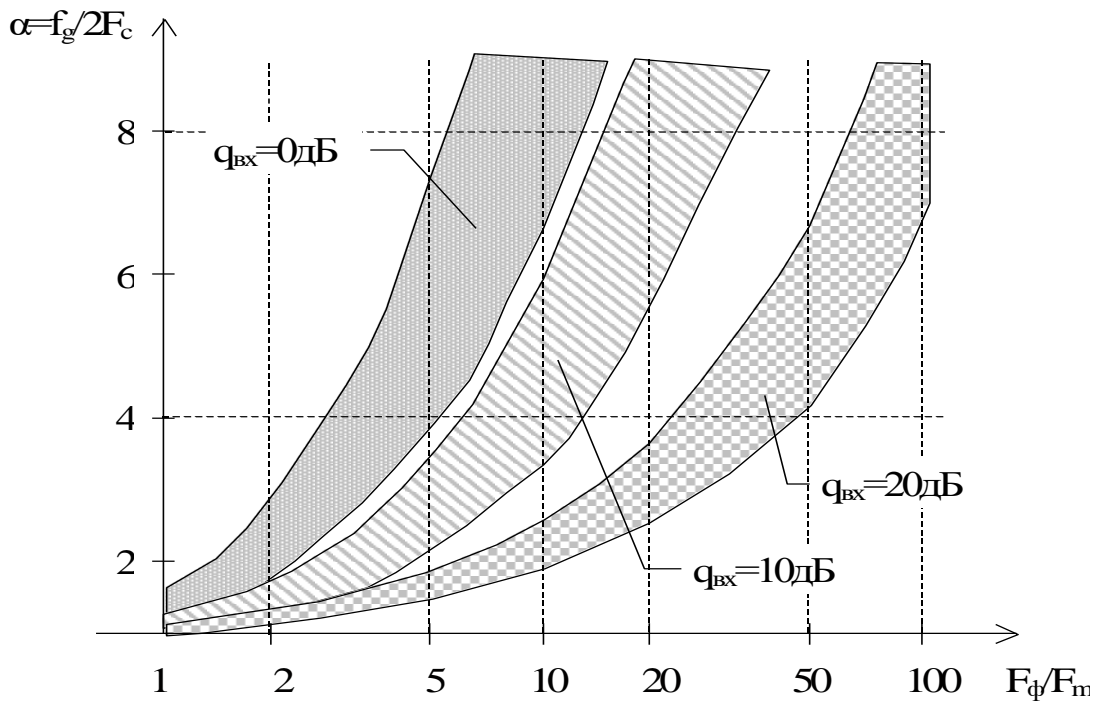


Рис. 5 Зони можливих значень частоти дискретизації

При дискретизації випадкових процесів імпульсами кінцевої тривалості у СВХ виникають погрішності, зв'язані з неповною зарядкою і розрядкою запам'ятовуючої ємності. Визначено окремі складові і сумарну величину середньоквадратической погрішності СВХ при корельованих вибірках і нестационарному випадковому процесі. Зокрема, якщо вибірки випадкового процесу некорельовані, то дисперсія помилки дискретизації для стаціонарного процесу буде дорівнює:

$$\sigma_{\varepsilon}^2(k\Delta t) = \sigma_0^2 \{ P_2^2 \exp(-2\mu) + [1 - P_2(1 + \exp(-\mu))]^2 \}.$$

де $\sigma_0(t)$ і $\sigma_0'(t)$ – дисперсія випадкового процесу і її похідна

На мал. 6 приведені залежності відносної дисперсії помилки $10 \lg(\sigma_{\varepsilon}^2 / \sigma_{02})$ від відносної постійної часу розрядки γ при $\alpha=1$ для стаціонарного процесу з автокореляційної функцією виду $R(\tau) = \text{sinc}(2\pi F_m \tau)$. На малюнку графіки 1 відповідають $\mu=5$ і графіки 2 – $\mu=50$, причому суцільні лінії відповідають $Q=10$, а пунктирні – $Q=50$. На цьому ж малюнку (графік 3) приведена дисперсія помилки для некорельованного сигналу при $\mu=5$ і $Q=10$.

З графіків видно (див., також, рис.4), що у параметрів μ , γ і Q існують граничні значення. Для систем з невисокою точністю необхідно забезпечити $\mu > 5 \dots 6$, $\gamma < 0,05 \dots 0,01$ і $Q > 10 \dots 20$. У прецизійних системах вимоги до параметрів СВХ більш високі: $\mu > 50$, $\gamma < 0,01$ і $Q > 50$. Невиконання цих умов приводить до різкого зростання погрішності.

Для перевірки отриманих співвідношень було здійснене моделювання процесу дискретизації некорельованного випадкового сигналу з рівномірною щільністю імовірності. На мал. 6 колами відзначені результати моделювання, що відрізняються від теоретичних менш ніж на 1дБ.

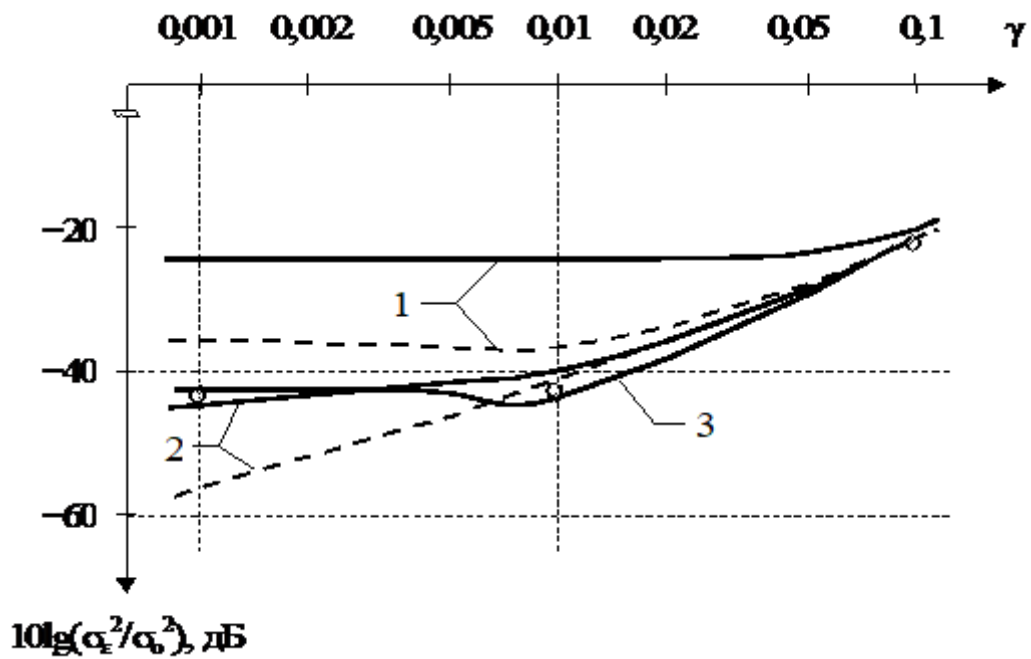


Рис. 6 Дисперсія помилки СВХ

У розділі 4 розглянуте амплітудне квантування детермінованих сигналів. Для них процес перетворювання завжди супроводжується помилками квантування. Вибором параметрів АЦП помилку можна зробити менш допустимого значення, для чого повинні бути некорельованими її окремі значення.

При рівномірній часовій дискретизації з кроком Δ_t і квантуванні з кроком Δ_u усереднена умова некорельованості відліків помилки прийме вид

$$\Delta_u < \sqrt{P_{cp}[1 - r^2(\Delta_t)]},$$

де P_{cp} – середня потужність сигналу.

У точках екстремума, де похідна $u'(t)=0$, помилка квантування буде найбільшою мірою корельованною. Тоді, для найгіршої ситуації умова некорельованості шумів квантування приймає вид:

$$\frac{\pi^2 \sqrt{\beta_{пс} \beta_{вп}}}{4\alpha^2} > \frac{1}{N_v},$$

де N_v – число рівнів квантування;

$\beta_{пс}$ і $\beta_{вп}$ – коефіцієнти, рівні

$$\beta_{пс} = \frac{\mathcal{E}_c^{(1)}}{(2\pi F_m)^2 \mathcal{E}_c} = \frac{\eta_{пс}}{(2\pi F_m)^2} = \frac{1}{(2\pi F_m)^2 \mathcal{E}_c} \int_{-\infty}^{\infty} [u^{[1]}(t)]^2 dt,$$

$$\beta_{вп} = \frac{\mathcal{E}_c^{(2)}}{(2\pi F_m)^2 \mathcal{E}_c^{(1)}} = \frac{\eta_{вп}}{(2\pi F_m)^2} = \frac{1}{(2\pi F_m)^2 \mathcal{E}_c^{(1)}} \int_{-\infty}^{\infty} [u^{[2]}(t)]^2 dt.$$

Значення коефіцієнтів залежать від форми спектру і їхні значення для деяких сигналів приведені в табл.2.

При квантуванні сигналів великого рівня і (чи) при вимогах малого рівня шуму квантування, може знадобитися надмірно велика розрядність АЦП. У такому

випадку доцільно перейти до нерівномірного розташування рівнів порівняння, що забезпечує менший рівень шумів квантування.

У загальному випадку, при квантуванні сигналу v -розрядним АЦП із довільним розташуванням N_v+2 вхідних рівнів порівняння $U=\{u_i, i \in \overline{0, N_v+1}\}$ і N_v+1 вихідних рівнів стану $V=\{v_i, i \in \overline{1, N_v+1}\}$, величини дисперсій помилок квантування на кожному інтервалі $\Delta_{ui}=u_{i+1}-u_i, i \in \overline{0, N_v}$, будуть різними.

Значення енергетичних коефіцієнтів сигналів

Таблиця 2

Сигнал	$\frac{\sin(2\pi F_m t)}{2\pi F_m t}$	$\frac{\cos(2\pi F_m t)}{1-(4F_m t)^2}$	$\left[\frac{\sin(2\pi F_m t)}{2\pi F_m t}\right]^2$	$\exp(-t^2/2\hat{a}^2)$
$\eta_{\text{пс}}$	$(2\pi F_m)^2/3$	$(1/3-2/\pi^2)(2\pi F_m)^2$	$(2\pi F_m)^2/10$	$1/2\hat{a}^2$
$\beta_{\text{пс}}$	$1/3$	$1/3-2/\pi^2$	$0,1$	$1/2$
$\eta_{\text{вп}}$	$3(2\pi F_m)^2/5$	$0,158(2\pi F_m)^2$	$2(2\pi F_m)^2/7$	$3/2\hat{a}^2$
$\beta_{\text{вп}}$	$3/5$	$\frac{3\pi^2}{10(\pi^2-6)} - \frac{6}{\pi^2}$	$2/7$	$3/2$

Розіб'ємо часовий інтервал $[-T_{\text{ан}}/2; T_{\text{ан}}/2]$, що аналізується, на підінтервали $\theta_{im}, i \in \overline{1, N_v}, m \in \overline{1, K_i}$, у яких значення сигналу $u(t)$ попадають у відповідні підінтервали рівнів $[u_i; u_{i+1}]$, а вихідне значення АЦП дорівнює v_i і не змінюється при будь-якому m . Тут K_i – це число відрізків сигналу $u(t)$, коли його значення попадають в інтервал $[u_i; u_{i+1}]$.

Приватна помилка дорівнює $\varepsilon_i(t) = u(t)-v_i$ для всієї сукупності значень $m \in \overline{1, K_i}$. Це дозволяє розглядати загальну помилку $\varepsilon(t)$ як суму

$$\varepsilon(t) = \sum_{i=0}^{N_v} \varepsilon_i(t).$$

Дисперсія приватної i -ої помилки постійна при різних m і, при некорельованих відліках $u(t_k)$, визначається співвідношенням:

$$\sigma_i^2 = \frac{\Delta_{ui}^2}{12} = \frac{(u_{i+1} - u_i)^2}{12}.$$

Тоді, дисперсію $\sigma_{\text{кв}}^2$ загальної помилки $\varepsilon(t)$ можна знайти як суму приватних дисперсій σ_i^2 з вагами, обумовленими інтегральною (1) чи диференційною (2) функціями розподілу сигналу по рівнях:

$$\sigma_{\text{кв}}^2 = \sum_{i=0}^{N_v} \sigma_i^2 [F_d(u_{i+1}) - F_d(u_i)] = \frac{1}{12} \sum_{i=0}^{N_v} (u_{i+1} - u_i)^2 \int_{u_i}^{u_{i+1}} W_d(x) dx. \quad (17)$$

Відповідно до загальних принципів пошуку мінімумів, для функціонала (17) варто знайти такі значення рівнів $u_i, i \in \overline{1, N_v+1}$, при яких стають рівними нулю його часткові похідні по u_i . Для детермінованого сигналу значення двох крайніх

рівнів порівняння визначають максимальне і мінімальне значення сигналу: $u_0 = M^{[0]}_-$ і $u_v = M^{[0]}_+$. Тоді з функціонала (17), з огляду на, що кожен рівень входить у верхній і нижній межі інтегрування, можна знайти:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma^2}{\partial u_i} = & (u_{i-1}^2 - u_{i+1}^2 - 2u_i u_{i-1} + 2u_{i+1} u_i) Wd(u_i) - \\ & - 2u_{i-1} [Fd(u_i) - Fd(u_{i-1})] + 2u_i [Fd(u_{i+1}) - Fd(u_{i-1})] - \\ & - 2u_{i+1} [Fd(u_{i+1}) - Fd(u_i)], \quad i \in \overline{1, N_v - 1}. \end{aligned} \quad (18)$$

Дорівнюючи нулю часткові похідні (18), одержуємо систему з $N_v - 1$ нелінійних рівнянь

$$\begin{aligned} (u_{i+1} - u_{i-1}) [(2u_i - u_{i-1} - u_{i+1}) Wd(u_i) + 2Fd(u_i)] - \\ - 2(u_i - u_{i-1}) Fd(u_{i-1}) - 2(u_{i+1} - u_i) Fd(u_{i+1}) = 0, \quad i \in \overline{1, N_v - 1}. \end{aligned}$$

Використовуючи відомий математичний апарат і програмне забезпечення рішення систем нелінійних рівнянь можна визначити оптимальний вектор рівнів порівняння $\mathbf{U}_{\text{опт}}$ для конкретних сигналів.

Вибором елементів вектора вихідних рівнів стану \mathbf{V} можна забезпечити незміщеність помилки $\varepsilon(t)$. Ця умова забезпечується, якщо елементи вектора \mathbf{V} знаходяться з умови

$$v_i = \frac{1}{p_i} \int_{u_i}^{u_{i+1}} x Wd(x) dx, \quad i \in \overline{1, N_v},$$

де $p_i = \int_{u_i}^{u_{i+1}} Wd(x) dx$ – сумарний відносний час перебування сигналу в інтервалі $[u_i; u_{i+1}]$.

Вирази рівнів v_i для ряду сигналів приведені в табл. 3. Для цих сигналів були розраховані величини середньоквадратических помилок $\bar{\varepsilon}^2 = 10 \lg \left[\int_{-T_{\text{ан}}/2}^{T_{\text{ан}}/2} \varepsilon^2(t) dt \right]$ і різниць помилок рівномірного та оптимального АЦП $\Delta \varepsilon^2 = \bar{\varepsilon}_{\text{рав}}^2 - \bar{\varepsilon}_{\text{опт}}^2$.

Результати розрахунків для гармонічного сигналу і виду $\arcsin(x)$ приведені на мал. 7.

Результати оптимізації АЦП для неперіодичних сигналів (наприклад, гауссового, експоненційного) залежать від вибору області аналізу (формування) $T_{\text{ан}}$ і початкового рівня u_1 . Область $T_{\text{ан}}$ визначається необхідною точністю формування сигналу x_0 чи може бути задана з інших розумінь. Існує оптимальний інтервал аналізу (формування), що забезпечує мінімум погрішності $\varepsilon_{\text{опт}}^2$. На мал. 8 приведена погрішність $\varepsilon_{\text{опт}}^2$ і виграш $\Delta \varepsilon^2$ у порівнянні з рівномірним квантуванням для гауссового сигналу при точності $x_0 \cong 1/N_v$ і розрядності АЦП $v = 3$.

При перетворюванні в АЦП детермінованих сигналів на фоні аддитивного шуму в широкому діапазоні відносин $q = P/\sigma_{\text{ш}}^2$ квантується сума $y(t) = u(t) + \xi(t)$.

Розглянемо процес квантування в рівномірному АЦП із динамічним діапазоном $u_v - u_1 = \mu\sigma_{\text{ш}} = (N_v - 1)\Delta_u$. Якщо сигнал приймає значення $u(k\Delta_t) = u_c$, те в результаті квантування його можна представити у виді

$$u_c = \text{sgn}[u(k\Delta_t)]l_k\Delta_u + O_{\text{ck}},$$

де $l_k = \text{int}[|u_c|/\Delta_u]$ – ціле число, $|O_{\text{ck}}| < \Delta_u$ і $\text{sgn}(\cdot)$ – функція знака.

Оптимальні вихідні рівні сигналів

Таблиця 3

Сигнал	$W_d(x)$	v_i
Гармонічний $u(t) = U_0 \sin(\omega_0 t)$, $x = u/U_0$	$\frac{1}{\pi\sqrt{1-x^2}}$	$\frac{\sqrt{1-(u_i/U_0)^2} - \sqrt{1-(u_{i+1}/U_0)^2}}{\arcsin(u_{i+1}/U_0) - \arcsin(u_i/U_0)}$
$u(t) = \frac{2U_0}{\pi} \arcsin\left(\frac{t}{t_n}\right)$ $ t \leq t_n, x = u/U_0$ $\Theta_i = \pi u_i / 2U_0$	$\frac{\pi}{4} \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)$	$\frac{2U_0}{\pi} \left[\frac{\cos(\Theta_{i+1}) - \cos(\Theta_i)}{\sin(\Theta_{i+1}) - \sin(\Theta_i)} + \frac{u_{i+1} \sin(\Theta_{i+1}) - u_i \sin(\Theta_i)}{U_0 [\sin(\Theta_{i+1}) - \sin(\Theta_i)]} \right]$
Гауссов $u(t) = U_0 \exp(-t^2/2\alpha^2)$, $x = u/U_0, x_0 \ll 1$	$\frac{1}{2x\sqrt{\ln x \ln x_0}}$	$\frac{\sqrt{\pi}U_0}{2} \frac{\Phi[\sqrt{-\ln(u_{i+1}/U_0)}] - \Phi[\sqrt{-\ln(u_i/U_0)}]}{\sqrt{-\ln(u_{i+1}/U_0)} - \sqrt{-\ln(u_i/U_0)}}$
Експоненціальний $u(t) = U_0 \exp(-t/\alpha)$, $x = u/U_0, x_0 \ll 1$	$\frac{-1}{x \ln x_0}$	$\frac{u_{i+1} - u_i}{\ln(u_{i+1}/U_0) - \ln(u_i/U_0)}$

Шум $\xi(k\Delta_t)$ описується функцією розподілу щільності імовірності $W_{\text{ш}}(x)$ з нульовим середнім значенням і дисперсією $\sigma_{\text{ш}}^2$. Деяке значення шуму $\xi(k\Delta_t) = u_{\text{ш}}$ також можна представити у виді

$$u_{\text{ш}} = \text{sgn}[\xi(k\Delta_t)]m_k\Delta_u + O_{\text{шк}},$$

де $m_k = \text{int}[|u_{\text{ш}}|/\Delta_u]$ – випадкове ціле число, $|O_{\text{шк}}| < \Delta_u$.

Результат квантування $y(k\Delta_t) = u_c + u_{\text{ш}}$ залежить від суми двох залишків O_{ck} і $O_{\text{шк}}$:

$$y(k\Delta_t) = \text{sgn}[u(k\Delta_t)]l_k\Delta_u + \text{sgn}[\xi(k\Delta_t)]m_k\Delta_u + O_{\text{ck}} + O_{\text{шк}}.$$

У випадку гіпотетичного АЦП із нескінченно великими значеннями числа рівнів порівняння і динамічного діапазону при постійному кроці Δ_u квантований сигнал буде приймати тільки два значення, рівні по модулі $l_k\Delta_u$, якщо $|O_{\text{ck}} + O_{\text{шк}}| < \Delta_u$, і $(l_k + 1)\Delta_u$, якщо $|O_{\text{ck}} + O_{\text{шк}}| \geq \Delta_u$.

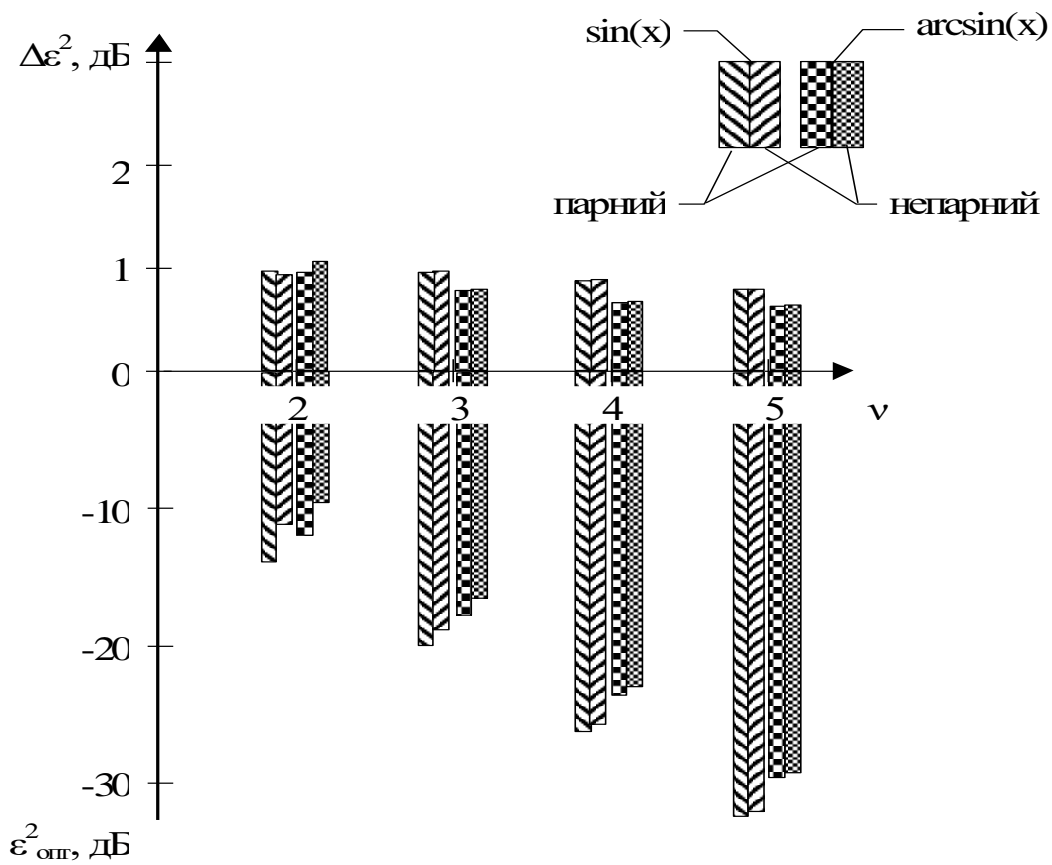


Рис. 7 Виграш у величині погрішності оптимального АЦП

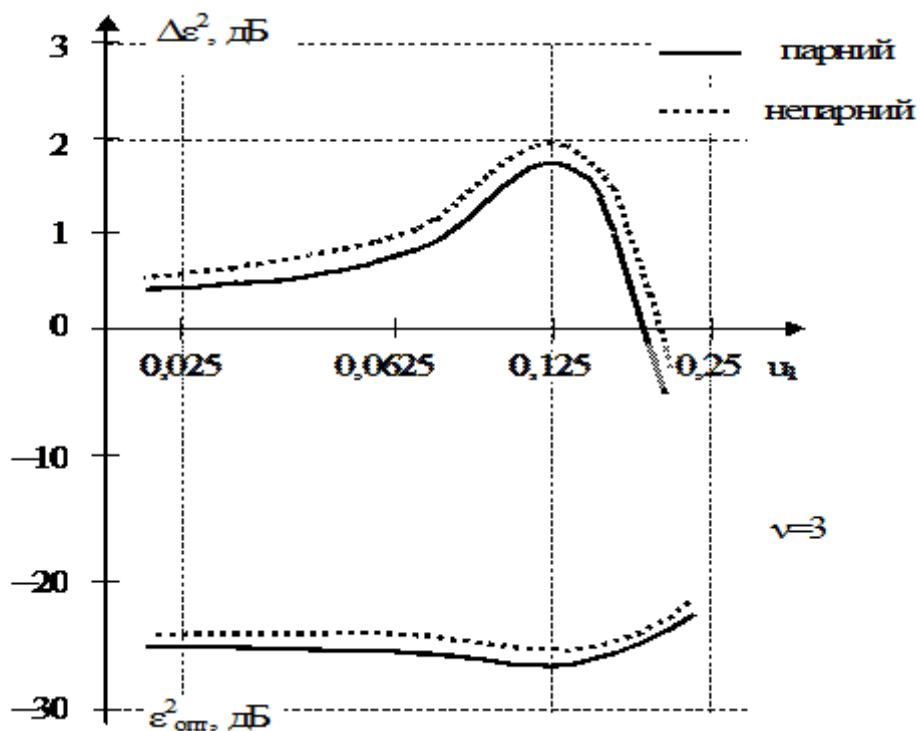


Рис. 8 Величина погрішності і виграшу оптимального АЦП при $v=3$

У загальному випадку, при обмеженому динамічному діапазоні АЦП квантований сигнал дорівнює $u_{\text{кв}}(k\Delta_t) = j_k \Delta_u$, $|j_k| \in \{0; 1; 2; \dots, l_k+1\}$ і $\text{sgn}(j_k) = \text{sgn}[u(k\Delta_t)]$.

Розподіл імовірності квантованого сигналу можна визначити як

$$P_{cj}(k\Delta_t) = \sum_{i=1}^{N_{v+1}} \int_{U_{hi+j}}^{U_{bi+j}} W_{\text{ш}}(x) dx, \quad |j| \in \overline{0, \ell_k + 1}, \quad (19)$$

де інтервал інтегрування визначається як перетинання двох інтервалів

$$[u_{hi+j}; u_{bi+j}] = [u_{i-1}; u_i] \cap [u_{i+j-1} - u(k\Delta_t); u_{j+i} - u(k\Delta_t)].$$

По розподілі (19) можна визначити параметри квантованого сигналу: середнє значення і дисперсію:

$$u_{\text{КВСР}}(k\Delta_t) = \sum_{|j|=1}^{\ell_k+1} j\Delta_u P_{cj}(k\Delta_t), \quad (20)$$

$$\sigma_{\text{КВ}}^2(k\Delta_t) = \sum_{|j|=1}^{\ell_k+1} [j\Delta_u - u_{\text{КВСР}}(k\Delta_t)]^2 P_{cj}(k\Delta_t), \quad (21)$$

а також імовірність проходження сигналу через АЦП

$$P_{\text{сАЦП}}(k\Delta_t) = \sum_{|j|=1}^{\ell_k+1} P_{cj}(k\Delta_t). \quad (22)$$

Таким чином, при квантуванні на фоні перешкоди в АЦП детермінований сигнал перетворюється в дискретний нестационарний випадковий процес з розподілом (19). Вид розподілу і його параметри (20) і (21) залежать від виду розподілу перешкоди, миттєвого значення сигналу і характеристики АЦП.

Умова некорельованості шуму квантування має вид:

$$\sigma_{\text{ш}} \sqrt{2[1 - r_{\text{ш}}(\Delta_t)] + q[1 - r_c(\Delta_t)]} > \Delta_u, \quad (23)$$

де $r_{\text{ш}}(\tau)$ і $r_c(\tau)$ – нормовані автокореляційні функції сигналу і шуму.

Умова (23) показує, що у випадку сигналу сильно корельованого на інтервалі Δ_t , коли $q[1 - r_c(\Delta_t)] \ll 1$, наявність слабого корельованого шуму дозволяє знизити вимоги до розрядності АЦП. Ця особливість евристично використана в роботах ряду авторів.

Узагальненим параметром якості перетворювання можуть служити втрати у вихідному відношенні сигнал/шум АЦП:

$$\eta_{\text{АЦП}}(k\Delta_t) = \frac{q_{\text{АЦП}}}{q} = \frac{\gamma^2(k\Delta_t) \sigma_{\text{ш}}^2}{\sigma_{\text{шКВ}}^2 + \sigma_{\text{КВ}}^2(k\Delta_t)}, \quad (24)$$

де $\sigma_{\text{шКВ}}^2$ – дисперсія квантованого шуму;

$$\gamma(k\Delta_t) = \frac{u_{\text{КВСР}}(k\Delta_t)}{u(k\Delta_t)} < 1. \quad (25)$$

У загальному випадку, при модулі сигналу, що змінюється, у вирази (24) повинні використовуватися усереднені значення $\gamma(k\Delta_t)$ і $\sigma_{\text{КВ}}^2(k\Delta_t)$.

Для деяких сигналів (пачки прямокутних імпульсів з постійною амплітудою, сигнали з кутовою модуляцією і т.п.) вирази (24) і (25) справедливі для сигналу в цілому. На мал. 9 приведена залежність величини втрат η для таких сигналів від розрядності АЦП v при нормальному шумі і значеннях: $\mu = 3$ і $q = -30$ дБ – криві 1; $\mu = 3$ і $q = -10$ дБ – криві 2; $\mu = 6$ і $q = -30$ дБ – криві 3; $\mu = 6$ і $q = -10$ дБ – криві 4.

При квантуванні аналітичних сигналів перетворенню піддаються дійсна і квадратурна складові. При цьому необхідно забезпечити не тільки необхідну точність формування окремих складових, але і задані системні параметри. Зокрема це може бути ступінь придушення неробочих складових у спектрі сигналу з однією бічною смугою.

Показано, що ступінь подавлення неробочої бічної смуги при v -розрядній рівномірної дискретизації визначається співвідношенням

$$\eta_{\text{БП}} \leq \frac{2^{-2v}}{3} .$$

У системах зв'язку з однополосною модуляцією вимоги до подавлення неробочої бічної смуги звичайно складають 60дБ і більш. Це означає, що АЦП повинно бути 10...12-розрядним і більш.

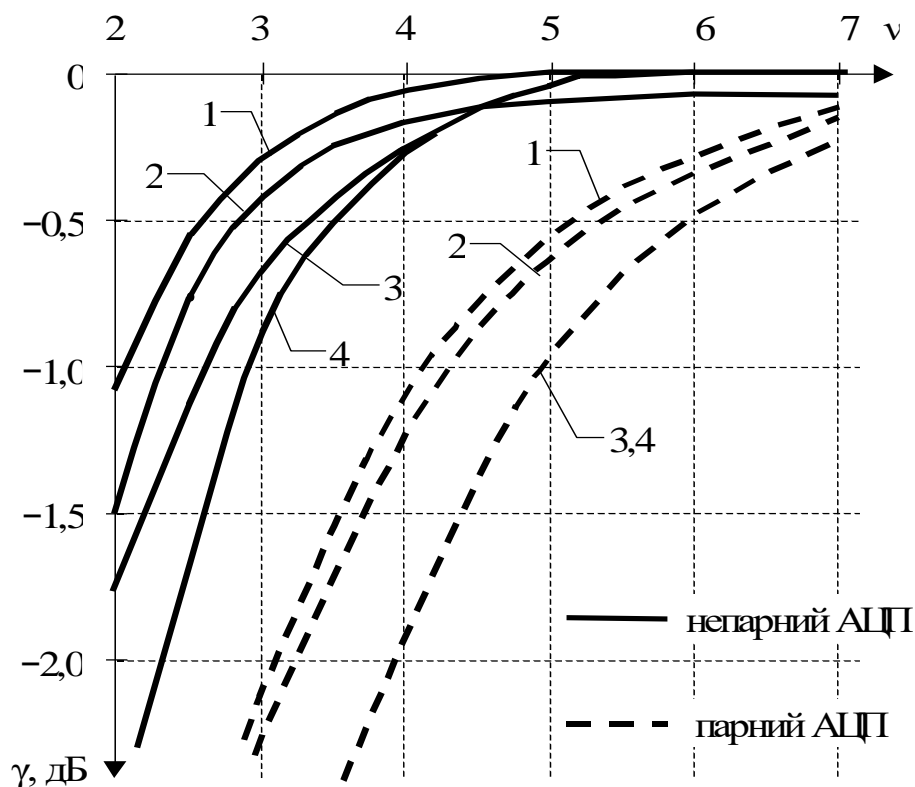


Рис. 9 Втрати в середнім значенні сигналу

У розділі 5 розглянута теорія квантування випадкових сигналів.

Вихідний процес $\xi(t)$ описується функцією розподілу щільності імовірності $W_{\xi}(x)$ і характеристичною функцією $\theta_{\xi}(j\lambda)$.

У результаті дискретизації і квантування в v -розрядному АЦП одержуємо випадковий процес $\zeta(k\Delta_t)$, значення якого визначаються безліччю

$\mathbf{V} \in \{v_\ell, \ell \in \overline{1, N_v + 1}\}$ вихідних рівнів стану. Розподіл імовірності процесу $\zeta(k\Delta_t)$ по елементах безлічі \mathbf{V} можуть бути знайдені як вектор

$$\mathbf{P}_\zeta \in \left\{ p_\ell = \int_{u_{\ell-1}}^{u_\ell} W_\zeta(x) dx, \ell \in \overline{1, N_v + 1} \right\}, \quad (26)$$

де u_ℓ – вхідні рівні порівняння АЦП.

При використанні гіпотетичного АЦП із нескінченно великим числом вхідних рівнів порівняння $N_v \rightarrow \infty$ і рівномірним кроком Δ_u , рівні стану відповідають $v_\ell = \ell\Delta_u, |\ell| \in \{0; 1; 2; \dots\}$. Тоді, при досить малому Δ_u , вектор (26) можна представити у виді «безперервної» функції

$$P_\zeta(x) = \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} \Delta_u W_\zeta(x) \delta(x - \ell\Delta_u), \quad (27)$$

де $\delta(x - \ell\Delta_u)$ – дельта-функція в точці $x = \ell\Delta_u$.

Характеристичну функцію випадкового процесу з розподілом (27) – $\theta_\zeta(j\lambda)$ можна знайти як згортку характеристичних функцій вихідного процесу $\theta_\xi(j\lambda)$ і періодичної послідовності δ -функцій з періодом Δ_u – $\theta_\delta(\lambda) = \theta_\delta(2\pi\ell/\Delta_u)$.

При дискретному характері $\theta_\delta(\lambda)$ згортка буде мати вид:

$$\theta_\zeta(j\lambda) = \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} \theta_\xi[j(\lambda + 2\pi\ell/\Delta_u)]. \quad (28)$$

Якщо характеристична функція $\theta_\xi(j\lambda)$ не містить складових зі значеннями вище Λ_m :

$$\theta_\xi(j\lambda) = \begin{cases} \theta_{\xi 0}(j\lambda), & |\lambda| \leq \Lambda_m, \\ 0, & |\lambda| \geq \Lambda_m, \end{cases}$$

а інтервал Δ_u обраний з умови

$$\Delta_u \leq \pi/\Lambda_m, \quad (29)$$

те парціальні складові в сумі (28) не перекриваються і характеристична функція являє собою нескінченну послідовність характеристичних функцій $\theta_\xi(j\lambda)$, зміщених по осі λ на величини $2\pi\ell/\Delta_u$.

Вихідний випадковий процес $\xi(k\Delta_t)$ можна відновити, якщо квантований процес $\zeta(k\Delta_t)$ просумувати з незалежним випадковим процесом $\eta_y(t)$, що має характеристичну функцію виду

$$\theta_\eta(\lambda) = \begin{cases} 1, & |\lambda| \leq \pi/\Delta_u, \\ 0, & |\lambda| > \pi/\Delta_u. \end{cases} \quad (30)$$

Після підсумовування $\zeta(k\Delta_t) + \eta(k\Delta_t) = \tilde{\xi}(k\Delta_t)$ одержуємо характеристичну функцію $\theta_y(j\lambda) = \theta_\zeta(j\lambda) + \theta_\eta(j\lambda)$, якій відповідає функція розподілення щільності імовірності $W_y(x) = W_\xi(x)$.

Таким чином, теорема Котельникова узагальнюється на процедуру амплітудного квантування випадкових процесів у наступному формулюванні.

Якщо характеристична функція $\theta(j\lambda)$ випадкового процесу не має складових вище Λ_m , то його функція розподілу щільності імовірності цілком визначається своїми значеннями $W(\ell\Delta_u)$, $|\ell| \in \{0; 1; 2; \dots\}$, отриманими з інтервалом $\Delta_u \leq \pi/\Lambda_m$. Для відновлення вихідного розподілу необхідно просумувати квантований випадковий процес і незалежний випадковий процес з характеристичною функцією виду (30).

Теорема буде справедлива при виконанні ряду умов.

- Характеристична функція $\theta(j\lambda)$ повинна дорівнювати нулю поза інтервалом $[-\Lambda_m; \Lambda_m]$.
- При обмеженій характеристичній функції число значень (відліків) повинне бути нескінченно великим. Це означає, що квантувальць повинен мати нескінченно велике число рівнів порівняння (нескінченно велику розрядність).
- Відліки функції $W(\ell\Delta_u)$ повинні бути отримані для нескінченно малих околиць точок $\ell\Delta_u$, $|\ell| \in \{0; 1; 2; \dots\}$ (у виді δ -функцій).
- Інтервали квантування $\Delta_{u\ell} = u_\ell - u_{\ell-1}$, $|\ell| \in \{0; 1; 2; \dots\}$, повинні бути однаковими і дорівнюватись $\Delta_u \leq \pi/\Lambda_m$.
- Випадковий процес, що відновлює, повинний бути незалежним з характеристичною функцією виду (30).

Усі ці умови фізично реалізувати неможливо, тому амплітудне квантування в реальних системах також супроводжується помилками (погрішностями) відновлення. Сумарна помилка буде складатися з помилки кінцевого числа рівнів квантування (помилка обмеження), помилки через нескінченність характеристичної функції квантуемого сигналу, помилки через неідеальність характеристичної функції процесу, що відновлює. Вибором параметрів квантувальць і процесу, що відновлює, величину сумарної помилки можна зробити як завгодно малою, наближаючи до вимог ідеального квантування.

По розподілу імовірності (26) квантованого випадкового процесу на виході АЦП можна визначити числові характеристики: середнє значення і дисперсію

$$x_{cp} = (\mathbf{V}, \mathbf{P}_{кв}) = \sum_{\ell=1}^{N_v+1} v_\ell p_\ell,$$

$$\sigma_{кв}^2 = (\mathbf{V}_2, \mathbf{P}_{кв}) = \sum_{\ell=1}^{N_v+1} (v_\ell - x_{cp})^2 p_\ell,$$

де $\mathbf{V}_2 = \{v_\ell^2, \ell \in \overline{1, N_v + 1}\}$ і (\mathbf{V}, \mathbf{P}) – скалярний добуток векторів \mathbf{V} і \mathbf{P} .

Незміщеність квантованого сигналу при будь-якій розрядності АЦП забезпечується умовою

$$\mathbf{V} = \left\{ v_\ell = \frac{1}{p_\ell} \int_{u_{\ell-1}}^{u_\ell} x W(x) dx, \ell \in \overline{1, N_v + 1} \right\}, \quad (31)$$

Результати оцінок величини помилки, при використанні кореляційного і середньоквадратичного критеріїв, будуть різними.

Нехай на АЦП надходить стаціонарний сигнал з нульовим середнім значенням, дисперсією σ_n^2 і двовимірною щільністю імовірності $W_2(x, y, \tau)$.

У цьому випадку погрішність за кореляційним критерієм буде дорівнювати

$$\delta_R^2 = \sqrt{\sum_{k=-\infty}^{\infty} \left[\sum_{\ell=1}^{N_v+1} \int_{u_{\ell-1}}^{u_{\ell}} (x - v_{\ell}) \sum_{j=1}^{N_v+1} \int_{u_{j-1}}^{u_j} (y - v_j) W_2(x, y, k\Delta_t) dy dx \right]^2} = \quad (32)$$

$$= \sqrt{\sum_{k=-\infty}^{\infty} \left[\sum_{\ell=1}^{N_v+1} \int_{u_{\ell-1}}^{u_{\ell}} (x - v_{\ell}) W(x) \sum_{j=1}^{N_v+1} \int_{u_{j-1}}^{u_j} (y - v_j) W_y(y/x, k\Delta_t) dy dx \right]^2},$$

де $W_y(y/x, \tau)$ – умовна щільність імовірності ($W_2(x, y, \tau) = W(x)W_y(y/x, \tau)$).

При підсумовуванні по m можна обмежитися кінцевим числом елементів, що складаються, $M = \text{int}(1 + 1/2F_B\Delta_t)$, тому що далі відліки практично некорельовані, Тоді верхню межу погрішності (32) можна визначити у виді

$$\delta_R^2 \leq \sqrt{\delta_{KB}^4 + 2 \sum_{k=1}^M \left[\sum_{\ell=1}^{N_v+1} \int_{u_{\ell-1}}^{u_{\ell}} (x - v_{\ell})^2 W(x) r(k\Delta_t) dx \right]^2} = \delta_{KB}^2 \sqrt{1 + 2 \sum_{k=1}^M r^2(k\Delta_t)}, \quad (33)$$

де $\delta_{KB}^2 = \sum_{\ell=1}^{N_v+1} \int_{u_{\ell-1}}^{u_{\ell}} (x - v_{\ell})^2 W(x) dx$ – погрішність, що визначена по середньоквадратичному критерію.

На мал. 10 приведена залежність погрішності (33), віднесеної до середньоквадратичного шуму квантування, від величини $\alpha = 1/2F_m\Delta_t$ для кореляційних функцій виду $\sin(z)/z$ (крива 1) і трикутної форми (крива 2).

Для зменшення помилок необхідно забезпечити визначене співвідношення між інтервалами Δ_t і $\Delta\ell$:

$$\Delta_{\ell} < \sigma_n \sqrt{1 - r^2(\Delta_t)}, \quad \ell \in \overline{1, N_v - 1},$$

де σ_n^2 - дисперсія вихідного сигналу.

Оптимізація АЦП проводиться на основі будь-якого критерію, обумовленого системною задачею. У системах, інформаційним параметром яких є середнє значення сигналу, в якості критерію може бути використаний мінімум відмінності середніх значень вихідного – x_0 і квантованого – x_{cp} сигналів. Цю погрішність можна представити у виді

$$\delta_{cp} = \left| \sum_{\ell=1}^{N_v+1} \int_{u_{\ell-1}}^{u_{\ell}} \xi W(v_{\ell} + \xi) d\xi \right|.$$

Якщо елементи v_{ℓ} безлічі \mathbf{V} вибрати з умови

$$v_{\ell} = \frac{1}{P_{\ell}} \int_{u_{\ell-1}}^{u_{\ell}} x W(x) dx, \quad \ell \in \overline{1, N_v + 1}, \quad (34)$$

де p_{ℓ} – ℓ -й елемент вектора \mathbf{P} (див. (26)), те значення інтеграла буде дорівнює нулю і, таким чином, буде досягнутий абсолютний мінімум погрішності. Це умова аналогічна умові незміщеності квантованих детермінованих і випадкових сигналів. Розрядність АЦП у цьому випадку не впливає на якість оптимізації, тому що умова

(34) може бути виконане при будь-якому значенні ℓ і довільному векторі \mathbf{U} вхідних рівнів порівняння АЦП.

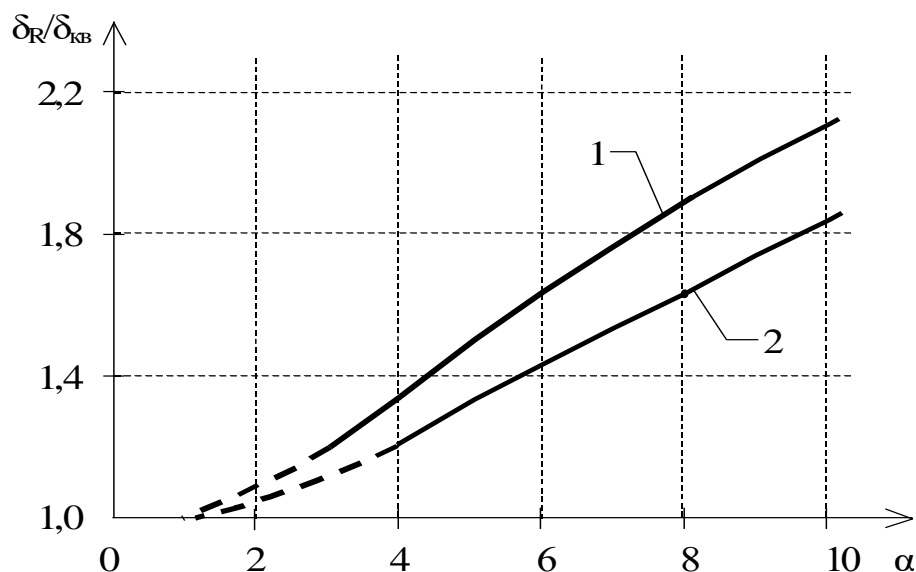


Рис. 10 Погрішність квантування за кореляційним критерієм

У дисертації показано, що процедура оптимізації по будь-якому енергетичному критерію зводиться до знаходження вектора-рядка \mathbf{U} , мінімізуючого цільову функцію

$$J(\mathbf{U}) = \sum_{\ell=1}^{N_v+1} \int_{u_{\ell-1}-v_{0\ell}}^{u_{\ell}-v_{0\ell}} \xi^2 W(v_{0\ell} + \xi) d\xi \quad (35)$$

за умови, що вектор-рядок \mathbf{V}_0 визначається співвідношенням (34).

Задача оптимізації АЦП по цільовій функції (35) може бути вирішена методом перебування екстремума функції N_v+1 перемінних. Вирішити цю задачу в загальному виді важко. Для одержання оцінок можливих результатів оптимізації можна здійснити апроксимацію розподілу $W(x)$. Найбільш простою є східчаста апроксимація.

Для неї цільова функція рівномірного АЦП залежить тільки від двох параметрів: початкового рівня $u_n = u_1$ і інтервалу між рівнями $\Delta_u = \Delta_v = \Delta$:

$$J_{ст}(u_1, \Delta) = \frac{F^3(u_1)}{3W(u_1)} + \frac{\{1 - F[u_1 + (N_v - 1)\Delta]\}^3}{3W^2[u_1 + (N_v - 1)\Delta]} + \frac{\Delta^3}{24} \sum_{\ell=1}^{N_v} \{W[u_{\ell} + (\ell - 1)\Delta] + W[u_{\ell} + (\ell - 2)\Delta]\},$$

де $F(u)$ і $W(u)$ – інтегральна і диференціальна функції розподілу імовірності квантуемого сигналу.

При лінійній апроксимації вихідного розподілу цільова функція (35) може бути представлена в наступному виді:

$$J_{\text{лн}}(U) = \frac{2}{9} \frac{F^3(u_1)}{W^2(u_1)} + \frac{2}{9} \frac{[1 - F(u_{Nv})]^3}{W^2(u_{Nv})} + \sum_{\ell=2}^{Nv} \left[\frac{(u_{\ell} - v_{\ell})^3}{12(u_{\ell} - u_{\ell-1})} R_{\text{в}\ell} + \frac{(u_{\ell-1} - v_{\ell})^3}{12(u_{\ell} - u_{\ell-1})} R_{\text{н}\ell} \right],$$

де $R_{\text{н}\ell} = W(u_{\ell})(3u_{\ell} - 4u_{\ell-1} + v_{\ell}) + W(u_{\ell-1})(u_{\ell-1} - v_{\ell})$, $R_{\text{в}\ell} = W(u_{\ell})(u_{\ell-1} - v_{\ell}) + W(u_{\ell-1})(4u_{\ell} - 3u_{\ell-1} - v_{\ell})$.

Результати чисельних розрахунків цільових функцій приведені для сигналу з розподілом Лапласа на мал. 11 і для сигналу з нормальним розподілом на мал. 12 і 13. На цих малюнках криві 1 – східчаста апроксимація і криві 2 – лінійна апроксимація, а криві 3 відповідають результатам, приведеним у роботі Величкіна А.І.^{*)}.

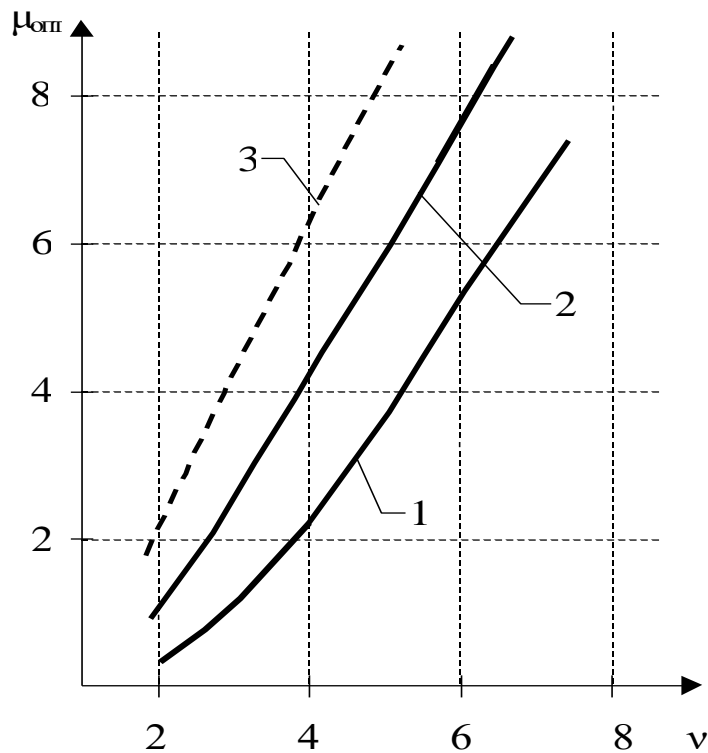


Рис. 11 Оптимальний динамічний діапазон АЦП сигналу з розподілом Лапласа

Важливим класом випадкових сигналів є марківські процеси. При амплітудному квантуванні на виході АЦП може бути отриман марківський ланцюг, який нескінченно ускладнюється. Однак, для цілком регулярних процесів вибором інтервалу дискретизації Δ_t і кроку квантування Δ_u можна забезпечити невисоку ускладність ($v = 0; 1; 2$).

Марківський ланцюг, що формується на виході АЦП, приймає значення елементів вектора \mathbf{V} у моменти часу $t_n = t_0 + n\Delta_t$, $n \in \{0; 1; 2; \dots\}$, кратні інтервалу Δ_t . У

^{*)} Величкін А.И. Передача аналоговых сигналов по цифровым каналам связи. –М. Радио и связь, 1983.

початковий момент часу t_0 імовірність появи одного із значень v_i визначається вектором-стовпцем початкових імовірностей

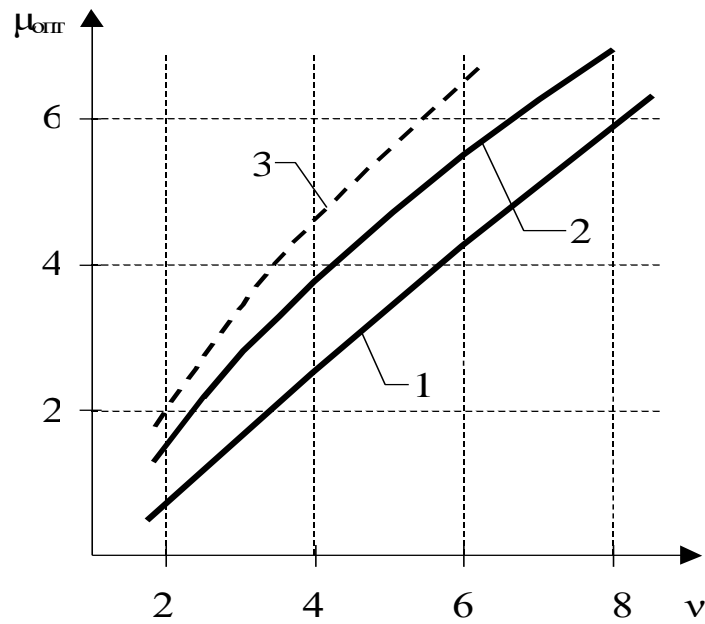


Рис. 12 Оптимальний динамічний діапазон АЦП для сигналу з нормальним розподілом

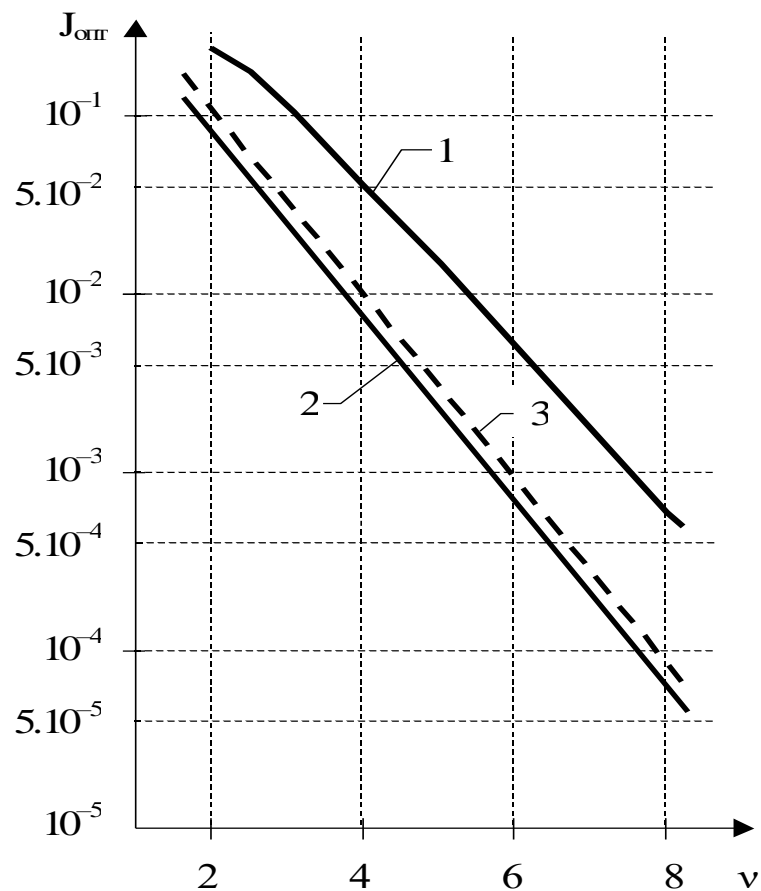


Рис. 5.3.6 Погрішність амплітудного квантування сигналу з нормальним розподілом

$$\mathbf{P}_0(t_0) = \left\{ p_i = \int_{u_{i-1}}^{u_i} W(u, t_0) du, \quad i \in \overline{1, N_v + 1} \right\}.$$

Початкова величина переходить з одного v_i в інше v_j стан, що відповідають моментам часу $t_1 = t_0 + n\Delta_t$ і $t_2 = t_0 + (n+m)\Delta_t$, з імовірністю, обумовленої стохастической матрицею перехідних імовірностей

$$\mathbf{P}(t_1, t_1 + m\Delta_t) = \left\{ p_{ij} = \frac{\int_{u_{i-1}}^{u_i} \int_{u_{j-1}}^{u_j} W_2(u, v, t_1, t_1 + m\Delta_t) dv du}{\int_{u_{i-1}}^{u_i} W(u, t_1) du}; \quad i, j \in \overline{1, N_v + 1} \right\}.$$

При стаціонарному вхідному сигналі на виході АЦП буде формуватися однорідний марківський ланцюг з матрицею безумовних перехідних імовірностей

$$\mathbf{P}_v(m\Delta_t) = \left\{ p_{ij} = \int_{u_{i-1}}^{u_i} \int_{u_{j-1}}^{u_j} W_2(u, v, m\Delta_t) dudv; \quad i, j \in \overline{1, N_v + 1} \right\}.$$

Якщо випадковий процес має енергетичний спектр шириною $F_{\text{эКВ}}$, то інтервал кореляції $\tau_0 \approx 1/2F_{\text{эКВ}}$. Для одержання нуль-ускладненого ланцюга ($v = 0$) необхідно мати некорельовані відліки i , отже, інтервал дискретизації $\Delta_t > \tau_0$. На практиці, для одержання малих похибок часової дискретизації забезпечують малу величину інтервалу $\Delta_t = 1/2\alpha F_{\text{эКВ}}$ ($\alpha > 1$), що дає $\Delta_t < \tau_0$. Результати амплітудного квантування будь-яких сусідніх відліків $u(n\Delta_t)$ і $u[(n+1)\Delta_t]$ збережуть усі властивості вихідного сигналу, якщо ефективно збільшення за час Δ_t буде відповідати умові

$$\sqrt{\langle \{u[(n+1)\Delta_t] - u(n\Delta_t)\}^2 \rangle} = \sqrt{2R(0) - 2R(\Delta_t)} > \Delta_u. \quad (36)$$

Отримана умова (36) відбиває взаємозалежність інтервалів часової дискретизації і амплітудного квантування.

Можна ввести оцінку ускладності марківського ланцюга

$$v = \text{int}(\tau_0/\Delta_t + 0,5),$$

де $\text{int}(z)$ – ціла частина числа z .

ВИСНОВОК

При оптимізації параметрів АЦП необхідно знати граничні співвідношення параметрів сигналів і пристроїв (ідеальне перетворювання), усі джерела помилок, мати оцінки виникаючих похибок. Для цього необхідний єдиний теоретичний апарат аналізу процедур дискретизації і квантування перетворених сигналів. Аналіз літературних джерел показує, що часова дискретизація і амплітудне квантування розглядаються практично незалежно і з різних позицій. Для амплітудного квантування немає теоретичного обґрунтування, подібного до теореми Котельникова. Це визначає різноманітність методик аналізу процедур перетворювання, оцінок величин виникаючих похибок і процедур оптимізації.

Також істотно відрізняються підходи до аналізу та оптимізації АЦП для детермінованих і випадкових сигналів.

У цілому, проблема аналого-цифрового перетворювання сигналів вимагає узагальнення і формування єдиної теоретичної бази.

Для створення єдиної теорії аналізу та оптимізації АЦП була здійснена систематизація і уточнення вимог теореми Котельникова для часової дискретизації (визначено, зокрема, вплив початкових фаз сигналу і дискретизуючої послідовності) і її узагальнення для випадку амплітудного квантування. При цьому вперше були сформульовані вимоги до квантуемого сигналу, квантувателю і пристрою, що відновлює, подібні до вимог при часової дискретизації. Тим самим було введено поняття ідеального амплітудного квантувателя. При переході від ідеальних процедур до реальних були виявлені джерела помилок квантування і шляхи їхнього зменшення.

Таким чином, була розроблена теоретична база ідеального АЦП, що містить ідеальний часовий дискретизатор (обумовлений класичною теоремою Котельникова) і ідеальний амплітудний квантувальник (обумовлений узагальненням теореми Котельникова на процедуру квантування).

Для обліку часових зв'язків у преутвореному сигналі як основу аналізу та оптимізації був запропонований і використаний кореляційний критерій, що представляє середньоквадратичну різницю кореляційних функцій вхідного і перетвореного сигналів.

Проведений аналіз з використанням кореляційного критерію дозволив установити взаємозв'язок кроку часової дискретизації Δ_t і інтервалу амплітудного квантування Δ_u , що визначається кореляційною функцією сигналу, наявністю шуму і його властивостей.

Отримані теоретичні передумови дозволили провести оптимізацію АЦП по мінімуму середньоквадратичної погрішності (помилки) добре розробленими класичними методами. При цьому показано, що вихідні рівні АЦП повинні вибиратися з умови незміщеності оцінки сигналу. Це, одночасно, є однією з умов мінімуму середньоквадратичної помилки. З іншої умови впливає нерівномірність розташування вхідних рівнів порівняння АЦП.

Для випадкових і детермінованих сигналів може бути використана єдина методика оптимізації, якщо на детерміновані сигнали поширити імовірнісні методи аналізу. Для цього введені інтегральна $F_d(x)$ і диференціальна $W_d(x)$ функції розподілу детермінованого сигналу по рівнях. Визначено властивості і взаємозв'язок цих функцій, отримані їхні вирази для ряду сигналів.

Цільові функції, на основі яких здійснюється оптимізація АЦП класичними методами, були отримані за єдиною методикою для детермінованих і випадкових сигналів з використанням функцій розподілу.

Використовуючи східчасту і лінійну інтерполяцію функцій розподілу, були отримані цільові функції для квазіоптимальних АЦП, що спрощують процедуру оптимізації. При цьому погіршення помилки квантування, що допускається, не перевищує 3...6 дБ для східчастої і 1...2 дБ для лінійної апроксимації при нормальному випадковому процесі.

У роботі показано, що квантування детермінованих сигналів на фоні шуму приводить до їхнього перетворювання в нестационарний випадковий процес, середнє значення якого визначається початковим сигналом. Дисперсія нестационарного процесу (шум квантування) залежить від параметрів АЦП і значення квантуемого сигналу.

Для помилок, що виникають у реальних пристроях часової дискретизації, отримані середньоквадратичні значення і їхні оцінки (при степеневій апроксимації), що є подальшим розвитком і узагальненням оцінок, що існували. Аналіз отриманих залежностей показує, що:

- при кінцевому числі ненульових відліків сигналу помилка залежить від фазового співвідношення сигналу і дискретизуючої послідовності;
- помилка, внесена СВЗ, має граничну залежність від параметрів схеми;
- при нестабільності частоти дискретизуючих імпульсів менш 10^{-5} величина помилки нестабільності не перевищить -70 дБ;
- при дискретизації сигналу на фоні шуму пристрою дискретизації повинний передувати аналоговий фільтр, що значно знижує (на 5...10 і більш дБ) програш у відношенні сигнал/шум навіть при найпростішому типі.

Для випадку амплітудного квантування отримані середньоквадратичні помилки, що виникають при перетворюванні детермінованого сигналу, аналітичного сигналу, розглянуті особливості перетворювання марковських випадкових процесів.

Вірогідність отриманих результатів базується на використанні при аналізі класичних методів теорії сигналів, математичного аналізу і теорії випадкових процесів. Найважливіші отримані результати є логічними і несуперечливим розвитком існуючих теорій і представлень сигналів і процесів їхнього перетворювання. Це відноситься до поширення теореми Котельникова на амплітудне квантування, імовірних методів аналізу на детерміновані сигнали, середньоквадратичного критерію на корельовані сигнали (кореляційний критерій). При апроксимації сигналів і їхніх спектрів використовувалося наближення степеневими функціями, які широко використовують при аналізі сигналів.

У необхідних випадках теоретичні результати перевірялися моделюванням на ЕОМ. Так, вплив початкових фаз сигналу і дискретизуючої послідовності імпульсів на помилку відновлення підтверджені прямими розрахунками і моделюванням на ЕОМ при випадковій величині фазового зрушення. Статистичним моделюванням перевірялися також теоретичні результати визначення погрішності, внесеною схемою вибірки і збереження (відмінності менш 1дБ), результатів оптимізації АЦП при східчастій і лінійній апроксимації функцій розподілу.

Підтвердженням вірогідності отриманих результатів по встановленню залежності між інтервалами часової дискретизації та амплітудного квантування є теоретичне обґрунтування методу зменшення розрядності АЦП при введенні додаткового випадкового сигналу, що впливає з них и розглянутого кількістю авторів .

Отримані результати являють собою подальший розвиток теорії сигналів і можуть бути використані при виборі параметрів і оптимізації АЦП для систем обробки сигналів в інформаційно-вимірювальних системах різного призначення. Насамперед, це відноситься до систем з високими вимогами по вантажногабарітних

параметрах і енергоспоживанню, де особливо гостра проблема мінімізації розрядності цифрових пристроїв. До них відносяться також системи з високими точнісним вимогами, де необхідно враховувати всі складові помилок і забезпечити їхній малий рівень.

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ПО ТЕМІ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Кнышев И.П. Теорема отсчетов в амплитудном квантовании // Системы обработки информации. -Харків: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. -2000. -Вип. 3(9). -С.32-36.
2. Кнышев И.П. Оптимизация АЦП детерминированных сигналов // Информационно-управляющие системы на ж. д. транспорте. 2000, №6. -С.46-49.
3. Книшев І.П. Розширення теореми Котельникова на амплитудне квантування // 36. наук. праць. Харків, ХарДАЗТ, 2000, вип. 44. -С.17-22.
4. Кнышев И.П. Дискретизация случайных сигналов с неограниченным спектром // Информационно-управляющие системы на ж. д. транспорте. 2000, №5. -С.24-27.
5. Кнышев И.П. Квантование аналитических сигналов. // Информационно-управляющие системы на ж. д. транспорте. 2000, №2. -С.80-82.
6. Кнышев И.П. Функции распределения детерминированных сигналов // Системы обработки информации. -Харків: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. -1999. -Вип. 2(6). -С.176-180.
7. Кнышев И.П. Аналого-цифровое преобразование марковских сигналов. // Системы обработки информации. -Харків: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. -1999. -Вип. 1(5). -С.154-157.
8. Кнышев И.П. Фазовые соотношения в теореме Котельникова // Информационно-управляющие системы на ж. д. транспорте. 1999, №3. -С.21-23.
9. Кнышев И.П. Дискретизация случайных сигналов с неограниченным спектром. Тезисы доклада. // Науково-технічна конференція Харківського військового університету. Тези доповідей, вип.3. Харків, 1999. -С.29.
- 10.Кнышев И.П. Корреляционный критерий анализа в информационных системах. // Информационно-управляющие системы на ж. д. транспорте. 1999, №2. -С.60-61.
- 11.Книшев І.П. Вимоги до стабільності частоти дискретизації сигналів. // Мережі і системи телекомунікації на залізничному транспорті. Міжвуз. сб. наук. праць. ХарДАЗТ, 1999, вип. 35. -С.110-116.
- 12.Книшев І.П. Ідеальна дискретизація сигналів і фазові співвідношення в теоремі Котельникова. // Мережі і системи телекомунікації на залізничному транспорті. Міжвуз. сб. наук. праць. ХарДАЗТ, 1999, вип. 35. -С.106-110.
- 13.Кнышев И.П. Погрешность дискретизации сигналов при ограниченном числе отсчетов. // Изв. вузов. Радиоэлектроника, 1999, т.42, №2. -С.3-9.
- 14.Кнышев И.П. Дискретизация сигналов на фоне шума. // Информационно-управляющие системы на ж. д. транспорте. 1999, №1. -С.40-41.
- 15.Кнышев И.П. Ошибка, вносимая устройством выборки и хранения в случайный сигнал. // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1998, т.41, №2. -С.67-73.
- 16.Кнышев И.П. Анализ погрешности схемы выборки и хранения АЦП. // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1997, т.40, №4. -С.23-28.
- 17.Кнышев И.П. Особенности дискретизации узкополосных сигналов // Компьютеризованные системы контроля и управления на ж.д. транспорте. Сб. трудов. Харьков, ХарГАЖТ, 1997, вып.28. -С.49-52.

18. Кнышев И.П. Погрешность восстановления дискретизированных сигналов реальными фильтрами. // Компьютеризованные системы контроля и управления на ж.д. транспорте. Сб. трудов. Харьков, ХарГАЖТ, 1997, вып.28. -С.36-39.
19. Кнышев И.П. Погрешность дискретизации сигналов с неограниченным спектром. // Применение микропроцессоров в системах ж.д. автоматики. Межвуз. сб. тр. Вып.27. Харьков, ХарГАЖТ, 1995. -С.24-28.
20. Кнышев И.П. Погрешности схемы выборки и хранения АЦП. // Применение микропроцессоров в системах ж.д. автоматики. Межвуз. Сб. тр. Вып.27. Харьков, ХарГАЖТ, 1995. -С.28-33.
21. Кнышев И.П. Погрешность восстановления сигналов при ограниченном числе отсчетов. Тезисы доклада. // Тези доповідей 57 НТК кафедр академії та спеціалістів залізничного транспорту за міжнародною участю. Харків, 1995. –С.61.
22. Кнышев И.П. Погрешность дискретизации сигналов при ограниченном числе отсчетов. Тезисы доклада. // Материалы 8^й международной школы-семинара "Перспективные системы управления на железнодорожном, промышленном и городском транспорте". Харьков, ХарГАЖТ, 1995.
23. Кнышев И.П. Погрешности схемы выборки и хранения АЦП. Тезисы доклада. // Метрологія та вимірювальна техніка "Метрологія-95". Тези доповідей. Харків, ДНВО "Метрологія", 1995. -С.206.
24. Кнышев И.П. Ошибки дискретизации сигналов с неограниченным спектром. Тезисы доклада. // Материалы IV всесоюзной конференции "Повышение эффективности средств обработки информации на базе математического и машинного моделирования". ТВВАИУ, Тамбов, 1995. -С.38-40.
25. Кнышев И.П. Требования к схеме выборки и хранения АЦП. Тезисы доклада. // Материалы школы-семинара "Микропроцессорные системы контроля и связи на железнодорожном транспорте". Харьков, ХИИТ, 1994. –С.44.
26. Кнышев И.П. Аналого-цифровое преобразование марковских сигналов. Тезисы доклада. // Материалы 2^й всесоюзной конференции "Повышение эффективности средств обработки информации на базе математического и машинного моделирования". ТВВАИУ, Тамбов, 1991. -С.34-35.
27. Кнышев И.П. Автокорреляционный критерий анализа и оптимизации аналого-цифрового преобразователя // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1988, №12. -С.60-63.
28. Кнышев И.П. Оптимизация аналого-цифрового преобразователя по параметрам одномерного распределения. // Радиотехника и электроника. 1987, №5. -С.971-976.
29. Кнышев И.П. Квантование сигналов на фоне помех // Радиотехника и электроника. 1982, №11. -С.2172-2178.
30. Кнышев И.П. Выбор параметров аналого-цифрового преобразователя случайных сигналов. Тезисы доклада. // "Измерение параметров формы и спектра радиосигналов". Всесоюзная НТК. Харьков, 1981. -С.191-194.
31. Кнышев И.П., Суслонов С.А. Спектры сложных сигналов при последетекторной обработке. // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1981, №1. -С.85-86.
32. Кнышев И.П., Суслонов С.А. Преобразование сигналов в цифровых системах. // VIII Всесоюзная конференция по теории кодирования и передачи информации. Ч. V. –М.: -Куйбышев, 1981. -С.92-97.

ANNOTATION

Knychev I.P.

Methodology of analogous-digital signal transformations and error evaluation.

Thesis manuscript for academic degree of Doctor of technical sciences.

Speciality 05.12.02 Telecommunication systems and their management.

Kharkov State Academy of Railway Transport.

Kharkov, 2000.

Thesis is dedicated to unification of requirements and development of unified analysis system of temporal discretisation processes and amplitude signal oscillation, and also evaluation of appearing errors. This work systematizes requirements for ideal discretisation (theorems by Kotelnikov) and defines necessary phase correlation between a signal and discretising consistency.

Unification conditions for Kotelnikov theorems for amplitude quantizing are formulated, ideal quantizer requirements signal and restoring device requirements are set forth. The work introduces integral and differential function of distribution for levels for determined signals, allowing usage of probabilistic analysis and optimization methods.

The work shows probabilistic feature of spectra transformations at amplitude quantizing of determined signals against a background of noise and depicts its parameters: probability of transformation, average meaning signal dispersion.

Temporal discretisation errors evaluation, occurring because of unlimited spectrum of signal, limited number of readings, nonideality of specifications of restoring filter, instability of discretisation frequency, final quantity of parameters of excerpts and saving scheme (final duration of reading impulses) were received. Peculiarities of spectrum transformation at discretisation of fine signals were considered.

The thesis shows expressions, connecting temporal discretisation intervals with each other, with ratio signal/noise and with correlation functions of signal and noise. Special functions for optimisation of ADT of determined and casual signals were determined.

Key words: analogous-digital transformations, temporal discretisation, amplitude quantizing, errors.

АННОТАЦИЯ

Кнышев И.П.

Теория аналого-цифрового преобразования сигналов и оценка погрешностей.

Рукопись диссертации на соискание ученой степени доктора технических наук.

Специальность 05.12.02 Системы телекоммуникации и управление ими.

Харьковская государственная академия железнодорожного транспорта.

Харьков, 2001г.

Диссертация посвящена обобщению требований и разработке единой теории анализа процессов временной дискретизации и амплитудного квантования сигналов при аналого-цифровом преобразовании (АЦП), а также оценке возникающих погрешностей. В работе систематизированы требования идеальной дискретизации (теоремы Котельникова) и определены необходимые фазовые соотношения сигнала и дискретизирующей последовательности. Впервые сформулированы условия обобщения теоремы Котельникова на амплитудное квантование случайных

сигналов, требования к идеальному квантователю, сигналу и устройству восстановления. Показано, что при этом возможно точное восстановление функции распределения плотности вероятности случайного процесса по квантованным значениям.

Предложен корреляционный критерий анализа, являющийся развитием среднеквадратического и учитывающий временные связи в сигналах. Показана их взаимосвязь и отличия при некоррелированных сигналах.

Введены интегральная и дифференциальная функции распределения по уровням для детерминированных сигналов, получены выражения и указаны их свойства для ряда сигналов. Использование функции распределения позволило применить к детерминированным сигналам вероятностные методы анализа и оптимизации параметров АЦП.

Показан вероятностный характер преобразования при амплитудном квантовании детерминированных сигналов на фоне шума и его превращение в нестационарный случайный процесс. Получены параметры квантованного сигнала: распределение вероятности по уровням квантования, суммарная вероятность прохождения через АЦП, среднее значение и дисперсия сигнала. Получено выражение, определяющее потери в отношении сигнал/шум за счет амплитудного квантования в АЦП.

Получены выражения для величин погрешностей временной дискретизации, возникающих за счет неограниченности спектра исходного сигнала, ограниченного числа отсчетов, неидеальности характеристик восстанавливающего фильтра, нестабильности частоты дискретизации, конечных величин параметров схемы выборки и хранения (конечной длительности отсчетных импульсов), задержки отсчета при дискретизации и дискретизации на фоне шума, а также их оценки. Большая часть оценок рассчитана на применение в инженерной практике. Показаны возможности выполнения процедуры преобразования спектра или детектирования при дискретизации узкополосных сигналов.

Для случайных сигналов рассмотрена ошибка квантования, возникающая при неограниченном энергетическом спектре. Показано, что суммарная ошибка имеет две независимые составляющие: низкочастотную и высокочастотную, определены параметры спектров и интервалы корреляции этих составляющих. Определены составляющие и величины ошибок, вносимых СВХ в случайный сигнал, выявлен характер их зависимости от параметров схемы, близкий к пороговому. При квантовании случайных сигналов на фоне широкополосного шума ухудшается отношение сигнал/шум и для уменьшения проигрыша целесообразно включение на входе преобразователя аналогового фильтра. Получены предельные значения проигрыша при различных типах фильтров, отношения сигнал/шум и соотношения частот дискретизации и среза фильтра.

Рассмотрены особенности квантования аналитических и марковских сигналов, получены условия обеспечения заданных параметров и сохранения свойств сигналов.

Получены условия несмещенности результатов квантования детерминированных и случайных сигналов, путем соответствующего выбора значений выходных уровней состояния АЦП.

Разработана единая методика и определены целевые функции оптимизации АЦП детерминированных и случайных сигналов с использованием их функций распределения. Рассмотрены квазиоптимальные АЦП при ступенчатой и линейной аппроксимации функций распределения плотности вероятности сигналов. Определены оптимальные значения параметров АЦП для сигналов с нормальным распределением и по закону Лапласа.

Получены выражения, связывающие интервалы временной дискретизации между собой, с отношением сигнал/шум и с корреляционными функциями сигнала и шума.

Ключевые слова: аналого-цифровое преобразование; временная дискретизация; амплитудное квантование; погрешности.

АНОТАЦІЯ

Книшев І.П.

Теорія аналого-цифрового перетворення сигналів і оцінка похибок.

Рукопис дисертації на здобуття ученого ступеня доктора технічних наук.

Спеціальність 05.12.02 Телекомунікаційні системи та мережі.

Харківська державна академія залізничного транспорту.

Харків, 2001р.

Дисертація присвячена узагальненню вимог і розробці єдиної теорії аналізу процесів часової дискретизації та амплітудного квантування сигналів, а також оцінці виникаючих похибок. У роботі систематизовані вимоги ідеальної дискретизації (теореми Котельникова) і визначені необхідні фазові співвідношення сигналу і дискретизуючої послідовності. Вперше сформульовані умови узагальнення теореми Котельникова на амплітудне квантування, вимоги до ідеального квантователя, сигналу і пристрою відновлення.

Запропоновано кореляційний критерій аналізу, що є розвитком середньоквадратичного і враховує часові зв'язки в сигналах.

Введено інтегральну і диференціальну функції розподілу по рівнях для детермінованих сигналів, отримані їхні вирази для ряду сигналів. Використання функції розподілу дозволило застосувати до детермінованих сигналам імовірнісні методи аналізу і оптимізації.

Показано імовірнісний характер амплітудного квантування детермінованих сигналів на фоні шуму і отримані його параметри.

Отримано оцінки похибок часової дискретизації, що виникають за рахунок необмеженості спектру вихідного сигналу, обмеженого числа відліків, неідеальності характеристик фільтра, що відновлює, нестабільності частоти дискретизації, кінцевих величин параметрів схеми вибірки і збереження (кінцевої тривалості відлікових імпульсів), затримки відліку при дискретизації і дискретизації сигналів на фоні шуму.

Розроблено єдину методику і визначені цільові функції оптимізації АЦП детермінованих і випадкових сигналів.

Отримано вирази, що зв'язують інтервали часової дискретизації та амплітудного квантування між собою, з відношенням сигнал/шум і з кореляційними функціями сигналу і шуму.

Ключові слова: аналого-цифрове перетворення; часова дискретизація; амплітудне квантування; похибки.