

УДК 625.144.5:625.173

Канд. техн. наук О.В. Суранов

РОЗРАХУНОК БАЛОК РІВНОГО ОПОРУ

Представив д-р техн. наук, професор М.П. Ремарчук

Постановка проблеми. Під час залізничних споруд виникає необхідність проведення досліджень та випробувань визначення напружень в елементах

конструкцій. Одним з провідних методів дослідження є тензометрія. Особливістю використання тензорезисторів є те, що тензорезистор може бути встановлений на конструкцію тільки один раз. Це обумовлює необхідність визначення метрологічних характеристик вибірки із партії тензорезисторів. Ці характеристики приписують кожному тензорезистору партії, тобто не випадкову величину (метрологічну характеристику окремого тензорезистора) оцінюють за допомогою випадкової величини (метрологічної характеристики партії тензорезисторів) [1, 2].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Особливістю визначення систематичної похибки, яка в основному визначається відхиленням реальних розмірів тарувальної балки рівного опору від розрахункових [1-4] є отримання тарувальних характеристик через усі елементи вимірювально-реєструючого ланцюга (від датчика на балці до запису на паперовому носії [5]), який використовується в експерименті.

Розрахунку балок рівного опору приділяється недостатньо уваги у літературі. Тому вважається доцільним розробити методику розрахунку основних параметрів балок рівного опору, розміри яких мають вирішальне значення.

Мета статті. Розроблення методики розрахунку та вибору основних параметрів балки рівного опору.

Основний текст статті. Основною властивістю балки рівного опору є те, що вона має епюру згинального моменту у вигляді прямокутника. Це дає можливість точно задати величину деформацій за допомогою навантаження P . Під цією назвою мають на увазі балки, у яких у всіх перерізах найбільша нормальна напружка однакова і повинна дорівнювати тій, що допускається.

Умова, яка визначає форму такої балки, має вигляд

$$\sigma_{\max} = \frac{M(x)}{W(x)} = [\sigma] \quad (1)$$

та

$$W(x) = \frac{M(x)}{[\sigma]} ; \quad (2)$$

де $M(x)$ і $W(x)$ — згинальний момент і момент опору в будь-якому перерізі балки;

$W(x)$ для кожного перерізу балки повинен змінюватися пропорційно згинальному моменту.

Оскільки згинальні моменти звичайно змінюються по довжині балки, то, підбираючи її переріз по найбільшому згинальному моменту, ми одержуємо зайвий запас матеріалу у всіх перерізах балки. Для економії матеріалу, а також для збільшення в потрібних випадках гнучкості балок застосовують балки рівного опору.

Ці умови справедливі й для перерізу з найбільшим згинальним моментом

$$\frac{M_{\max}}{W_0} = \frac{M(x)}{W(x)} = [\sigma] \quad (3)$$

де W_0 — момент опору балки в перерізі з найбільшим згинальним моментом M_{\max} .

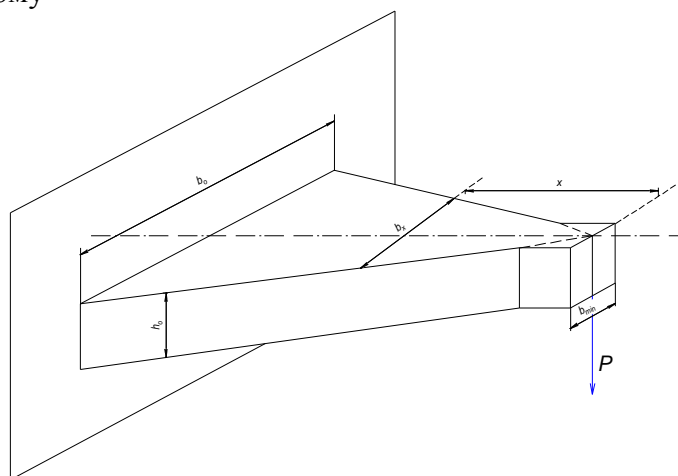
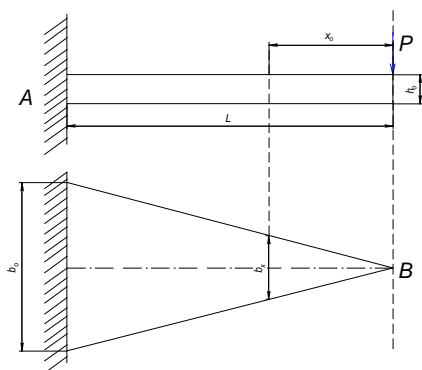
Розглянемо балку з вільотом l , затиснену кінцем A і навантажену на іншому кінці силою P (рисунок). Виберемо переріз цієї балки у вигляді прямокутника; завдання про належну зміну моменту опору можна вирішувати, змінюючи висоту або ширину балки або той та інший розмір разом.

Нехай висота балки буде постійною $h = h_0$, а ширина змінною - $b(x)$. Момент опору в перерізі на відстані x від вільного кінця буде

$$W(x) = \frac{b(x)h^2}{6} \quad (4)$$

а згинальний момент $M = -Px$; момент опору опорного перерізу $W_0 = \frac{b_0 h^2}{6}$, а найбільший згинальний момент в опорному

перерізі $M_{\max} = |Pl|$. У розрахунку мають значення лише абсолютні величини $M(x)$ і M_{\max} .



Розрахункова схема балки рівного опору

За формулою (3) одержуємо

$$\frac{Pl \cdot 6}{b_0 h^2} = \frac{Px \cdot 6}{b(x) h^2}, \quad (5)$$

Звідки $b(x) = b_0 \frac{x}{l}$, тобто ширина змінюється за лінійним законом залежно від x . При $x = l$ ширина дорівнює b_0 .

Вид балки у фасаді й плані показаний на рисунку. Такий обрис балки виходить, якщо враховувати її міцність тільки стосовно нормальних напруг; ширина $b(x)$ в перерізі U перетворюється в нуль.

Однак необхідно забезпечити міцність і стосовно дотичних напружень. Найменшу ширину балки, необхідну за цією умовою, визначаємо з рівняння

$$\tau_{\max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q_{\max}}{hb_{\min}} = [\tau]. \quad (6)$$

Так як $Q_{\max} = P$, то $b_{\min} = \frac{3P}{2h[\tau]}$.

Таким чином, виправлений обрис балки визначає мінімальний розмір ширини та стовщення вільного краю консолі.

Визначення деформацій балок змінного перерізу. При визначенні прогинів і кутів повороту для балок зі змінним перерізом слід мати на увазі, що жорсткість такої балки є функцією від x . Тому диференціальне рівняння вигнутої осі набуває виду

$$EJ(x) \frac{d^2 y}{dx^2} = M(x), \quad (7)$$

де $J(x)$ — змінний момент інерції перерізів балки.

До інтегрування цього рівняння можна виразити $J(x)$ належною підстановкою через J , тобто через момент інерції того перерізу, де діє M_{\max} ; після цього обчислення проводимо так само, як і для балок постійного перерізу.

Визначимо прогин балки рівного опору, затисненої одним кінцем,

навантаженої на іншому кінці силою P , яка має постійну висоту. Початок координат виберемо на вільному кінці балки.

Тоді

$$M(x) = -Px, \quad J(x) = \frac{b(x)h^3}{12} = \frac{b_0 h^3}{12} \frac{x}{l} = J \frac{x}{l}; \quad (8)$$

$$EJ \frac{x}{l} \cdot \frac{d^2 x}{dx^2} = -Px \quad (9)$$

Диференціальне рівняння набуває виду

$$EJ \frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{Px l}{x} = -Pl \quad (10)$$

Інтегруємо два рази:

$$EJ \frac{dy}{dx} = -Plx + C; \quad EJy = -Pl \frac{x^2}{2} + Cx + D \quad (11)$$

Для визначення постійних інтегрування маємо умови: точки A при

$$x = l \text{ прогин } y = 0; \quad \text{кут повороту } \frac{dy}{dx} = 0,$$

$$\text{або } 0 = -Pl^2 + C \quad \text{і} \quad 0 = -\frac{Pl^3}{2} + Cl + D$$

$$\text{Звідси } C = Pl^2; \quad D = -\frac{Pl^3}{2}.$$

Вирази для y і θ набувають виду

$$\theta = \frac{dy}{dx} = -\frac{Pl}{EJ} x + \frac{Pl^2}{EJ} = \frac{Pl^2}{EJ} \left[1 - \frac{x}{l} \right],$$

$$y = -\frac{Plx^2}{2EJ} + \frac{Pl^2 x}{EJ} - \frac{Pl^3}{2EJ} = -\frac{Pl^3}{2EJ} \left[1 - 2\frac{x}{l} + \frac{x^2}{l^2} \right]. \quad (12)$$

Найбільший прогин на вільному кінці балки U буде при $x = 0$:

$$f_{\max} = -\frac{Pl^3}{2EJ}. \quad (13)$$

Якби ми всю балку зробили постійного перерізу з моментом інерції J , то найбільший прогин був би

$$f_{\max} = -\frac{Pl^3}{3EJ}, \quad (14)$$

тобто в 1,5 рази менше.

Таким чином, балки змінного перерізу мають більшу гнучкість у порівнянні з балками постійної жорсткості при однаковій з ними міцності.

Висновки. Наведена методика розрахунків балок рівного опору дозволяє вибирати балки з необхідними параметрами.

Запропонований підхід, методичні особливості проведення тарувальних експериментів та розрахункові формули можуть бути рекомендовані до використання при проведенні тензометричних вимірювань у дослідженнях залізничних споруд.

Список літератури

1. Методы и средства натурной тензометрии [Текст]: справочник / М.Л. Дайчик [и др.]. – М.: Машиностроение, 1989. – 240с.: ил. – (Основы проектирования машин).
2. Электрические измерения механических величин [Текст] / М.Л. Логинов [и др.]. – М.: Энергия, 1970. – 80 с.
3. Справочник по сопротивлению материалов [Текст] / С.П. Фесик. – 2-е изд., перераб. и доп. – К.: Будівельник, 1982. – 280 с.
4. Тензометрия в машиностроении [Текст]: справ. пособие; под. ред. канд. техн. наук Р.А. Макарова. – М.: Машиностроение, 1975. – 288 с.: ил.

Ключові слова: тензометрія, балки рівного опору, методи розрахунків.

Анотації

Розглянута методика розрахунків та вибору основних параметрів балок рівного опору при проведенні тензометричних досліджень залізничних споруд.

Рассмотрена методика расчетов и выбора основных параметров балок равного сопротивления при проведении тензометрических исследований железнодорожных строений.

The method of calculation and choice of key parameters of beams of uniform resistance during strain studies of railway building.