

**УКРАЇНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ЗАЛІЗНИЧНОГО ТРАНСПОРТУ**

**МЕХАНІКО-ЕНЕРГЕТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ**

**Кафедра електроенергетики, електротехніки та  
електромеханіки**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ  
до виконання контрольної роботи 2  
з дисципліни  
«ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ»  
для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня  
заочної форми навчання**

**Харків 2021**

Методичні вказівки розглянуто і рекомендовано до друку на засіданні кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки 28 травня 2021 р., протокол № 12.

Методичні вказівки призначено для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня спеціальностей 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» та 273 «Залізничний транспорт» заочної форми навчання.

Укладачі:

доценти С. М. Тихонравов,  
О. Є. Зінченко

Рецензент

доц. О. М. Прогонний

## ЗМІСТ

Вступ	4
1 Розрахунок трифазного електричного кола з комбінованим навантаженням	5
1.1 Завдання	5
1.2 Методичні вказівки	7
2 Розрахунок лінійних електричних кіл з урахуванням перехідних процесів	14
2.1 Завдання	14
2.2 Методичні вказівки	16
2.2.1 Загальні теоретичні відомості	16
2.2.2 Класичний метод розрахунку електричних кіл з урахуванням перехідних процесів	17
2.2.3 Операторний метод розрахунку електричних кіл з урахуванням перехідних процесів	20
2.2.4 Приклад розрахунку електричного кола з урахуванням перехідних процесів класичним методом	21
2.2.5 Приклад розрахунку електричного кола з урахуванням перехідних процесів операторним методом	25
Список літератури	28
Додаток А Приклад розрахунку трифазного кола в програмі MathCAD	30
Додаток Б Зображення, за Лапласом, найпростіших функцій	35

## ВСТУП

Контрольна робота є одним з основних видів самостійної роботи здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня заочної форми навчання для засвоєння найбільш складних та важливих розділів курсу.

Друга контрольна робота з дисципліни «Теоретичні основи електротехніки» передбачає виконання студентами двох задач:

1) розрахунок трифазного електричного кола з комбінованим навантаженням;

2) розрахунок лінійних електричних кіл з урахуванням перехідних процесів.

Контрольні завдання мають 100 варіантів, які відрізняються один від одного схемами та чисельними даними.

**Двозначний номер варіанта дорівнює двом останнім цифрам номера залікової книжки студента.**

У першому завданні варіант відповідає передостанній та останній цифрам шифру відповідно до таблиць 1.1 та 1.2.

У другому завданні за останньою цифрою варіанта обирають номер схеми, а за передостанньою – чисельні дані. Наприклад, для шифру ЕЕс – 45268202 при розв’язанні задачі вибирається схема № 0 та числові значення таблиці, які знаходяться у рядку 2.

Оформлення контрольної роботи має відповідати стандартам згідно з [1].

Контрольні роботи оформлюють на стандартних аркушах білого паперу формату А4 з однієї сторони. Сторінки роботи нумерують у нижньому правому куті. Перша сторінка — титульна, вона входить до розрахунку кількості сторінок, але не нумерується, друга — зміст — на ній нумерація (2) вже є. З третьої сторінки починається основний текст.

Рисунки схем та усі креслення мають бути виконані за допомогою креслярських інструментів.

Розрахунки обов’язково записують у такій послідовності: формула в літерах, = (знак «дорівнює»), — підстановка чисельних даних замість букв, =, кінцевий чисельний результат (без проміжних даних), — розмірність (В, А, Ом, См, Вт та інші).

Контрольні роботи студенти виконують самостійно, вивчивши попередньо теоретичний матеріал курсу. Для полегшення вивчення курсу навчальними планами передбачені лекції з окремих його розділів.

Автори цієї методичної розробки використали завдання методичних розробок кафедри [2], [3], але методичні вказівки більш детальні та задачі доповнені прикладами розв'язання задач. Автори сподіваються, що це значно полегшить виконання контрольної роботи здобувачами вищої освіти першого (бакалаврського) рівня заочної форми навчання.

# 1 РОЗРАХУНОК ТРИФАЗНОГО ЕЛЕКТРИЧНОГО КОЛА З КОМБІНОВАНИМ НАВАНТАЖЕННЯМ

## 1.1 Завдання

На рисунку 1.1 подано схему несиметричного трифазного кола з симетричними фазними ЕРС. Конфігурацію електричного кола задано в таблиці 1.1 (нескінченності відповідає на схемі розрив, нулю – коротке замикання), параметри вихідної схеми – в таблиці 1.2.

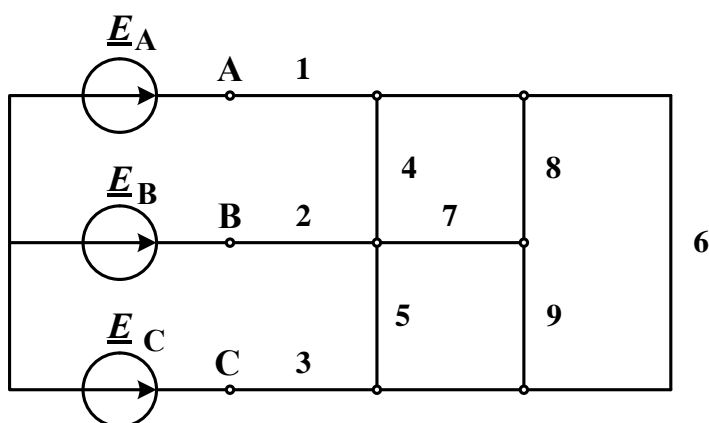


Рисунок 1.1

Необхідно:

- 1 Визначити струми на всіх ділянках кола.
- 2 Скласти баланс активних потужностей.
- 3 Побудувати в масштабі векторні діаграми струмів та напруг.

Таблиця 1.1

Передостання цифра шифру	Номер вітки кола						
	1, 2, 3	4	5	6	7	8	9
0	$\underline{Z}_L$	$\underline{Z}_{AB}$	$\underline{Z}_{BC}$	$\underline{Z}_{CA}$	$\underline{Z}_A$	$\underline{Z}_B$	$\underline{Z}_C$
1	$\underline{Z}_L$	$\infty$	$\underline{Z}_{BC}$	$\underline{Z}_{CA}$	$\underline{Z}_A$	$\underline{Z}_B$	$\underline{Z}_C$
2	$\underline{Z}_L$	$\infty$	$\infty$	$\underline{Z}_{CA}$	$\underline{Z}_A$	$\underline{Z}_B$	$\underline{Z}_C$
3	$\underline{Z}_L$	$\underline{Z}_{AB}$	$\underline{Z}_{BC}$	$\underline{Z}_{CA}$	0	$\underline{Z}_B$	$\underline{Z}_C$
4	$\underline{Z}_L$	$\underline{Z}_{AB}$	$\infty$	$\underline{Z}_{CA}$	$\underline{Z}_A$	$\underline{Z}_B$	$\underline{Z}_C$
5	$\underline{Z}_L$	$\infty$	$\underline{Z}_{BC}$	$\infty$	$\underline{Z}_A$	$\underline{Z}_B$	$\underline{Z}_C$
6	$\underline{Z}_L$	$\underline{Z}_{AB}$	$\underline{Z}_{BC}$	$\underline{Z}_{CA}$	$\underline{Z}_A$	0	$\underline{Z}_C$
7	$\underline{Z}_L$	$\underline{Z}_{AB}$	$\underline{Z}_{BC}$	$\infty$	$\underline{Z}_A$	$\underline{Z}_B$	$\underline{Z}_C$
8	$\underline{Z}_L$	$\underline{Z}_{AB}$	$\infty$	$\infty$	$\underline{Z}_A$	$\underline{Z}_B$	$\underline{Z}_C$
9	$\underline{Z}_L$	$\underline{Z}_{AB}$	$\underline{Z}_{BC}$	$\underline{Z}_{CA}$	$\underline{Z}_A$	$\underline{Z}_B$	0

Таблиця 1.2

Остання цифра шифру	Значення параметрів кола							
	$E_{\phi}$ , В	$Z_L$ , Ом	$Z_A$ , Ом	$Z_B$ , Ом	$Z_C$ , Ом	$Z_{AB}$ , Ом	$Z_{BC}$ , Ом	$Z_{CA}$ , Ом
0	220	$3+j5$	$10+j15$	$12+j14$	$12+j15$	$16+j12$	$10-j18$	$10-j16$
1	220	$2+j2$	$10+j10$	$15-j10$	$10+j14$	$13+j5$	$15+j20$	$12+j15$
2	380	$2+j3$	$15-j10$	$10+j12$	$10+j10$	$10+j5$	$15-j8$	$10+j12$
3	127	$2+j4$	$12+j14$	$16+j20$	$16+j20$	$13+j14$	$15-j10$	$12+j15$
4	127	$2+j5$	$10+j14$	$10+j4$	$15-j10$	$12+j15$	$16+j20$	$10+j14$
5	220	$3+j2$	$15+j20$	$12+j15$	$15+j20$	$13+j13$	$10+j10$	$16+j20$
6	380	$3+j4$	$15-j8$	$15-j8$	$10+j12$	$14+j6$	$10+j14$	$10+j15$
7	127	$4+j4$	$10+j12$	$10-j18$	$12+j14$	$14+j14$	$12+j14$	$14-j14$
8	127	$3+j3$	$10-j8$	$10+j10$	$10-j18$	$13+j16$	$10+j12$	$12+j16$
9	380	$4+j5$	$16+j20$	$15+j20$	$15-j8$	$13+j12$	$12+j15$	$10-j12$

## 1.2 Методичні вказівки

Розрахункова схема в загальному вигляді відповідно до завдання має вигляд, як на рисунку 1.2.

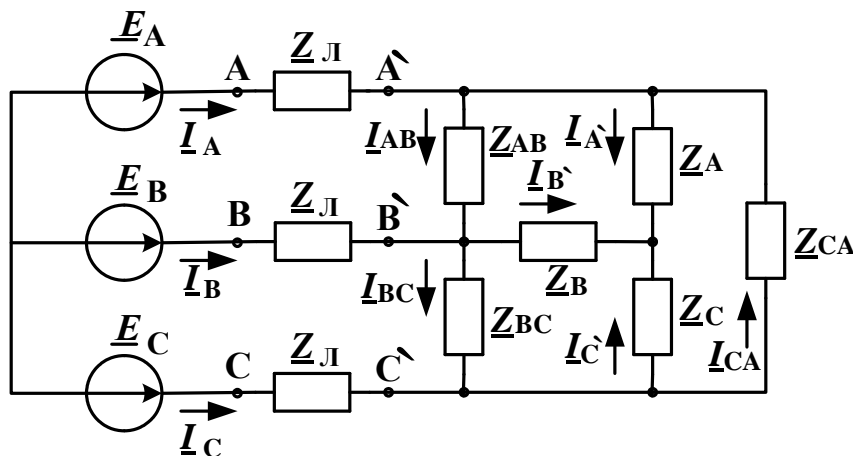


Рисунок 1.2

Трифазне коло є сукупністю трьох електричних кіл, у яких діють синусоїдні ЕРС, однакові за частотою та амплітудою, що створюються спільним джерелом, зсунуті за фазою одна відносно одної на  $120^\circ$ .

Трифазна ЕРС є симетричною, тобто

$$E_{\phi A} = E_{\phi B} = E_{\phi C} = E_{\phi}, \quad \varphi_A = 0, \quad \varphi_B = -120^\circ, \quad \varphi_C = 120^\circ.$$

У комплексній формі фазні ЕРС можна записати так:

$$\underline{E}_A = E_\phi \cdot e^{j0^\circ}, \quad \underline{E}_B = E_\phi \cdot e^{-j120^\circ}, \quad \underline{E}_C = E_\phi \cdot e^{j120^\circ}.$$

При мішаному з'єднанні приймачів, тобто при їх підключенні до трифазної ЕРС і зіркою, і трикутником розрахунок трифазних кіл з урахуванням опорів  $\underline{Z}_L$  проводів треба виконувати методом перетворення. При розрахунку вихідного кола (рисунок 1.2) зірку  $\underline{Z}_A, \underline{Z}_B, \underline{Z}_C$  необхідно перетворити в еквівалентний трикутник  $\underline{Z}_{AB'}, \underline{Z}_{BC'}, \underline{Z}_{CA'}$  (рисунок 1.3), тобто

$$\underline{Z}_{AB'} = \underline{Z}_A + \underline{Z}_B + \frac{\underline{Z}_A \underline{Z}_B}{\underline{Z}_C};$$

$$\underline{Z}_{BC'} = \underline{Z}_B + \underline{Z}_C + \frac{\underline{Z}_B \underline{Z}_C}{\underline{Z}_A};$$

$$\underline{Z}_{CA'} = \underline{Z}_C + \underline{Z}_A + \frac{\underline{Z}_C \underline{Z}_A}{\underline{Z}_B}$$

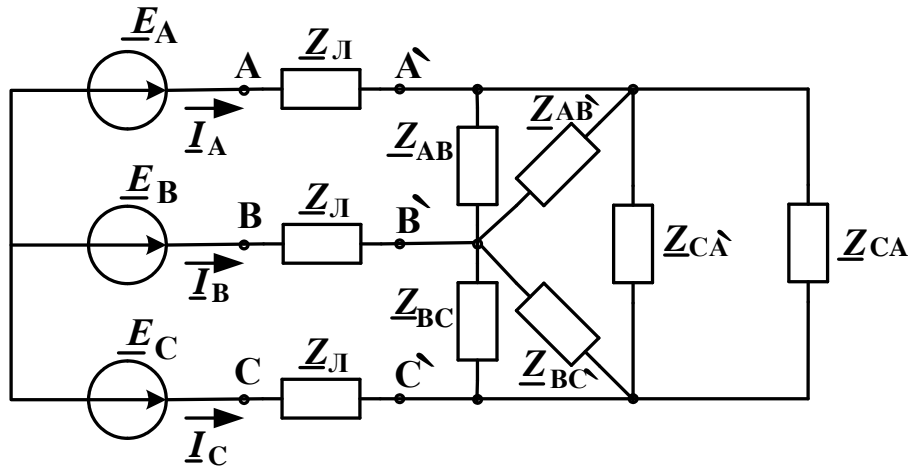


Рисунок 1.3

Далі визначаємо загальні опори двох трикутників  $\underline{Z}_{AB}, \underline{Z}_{BC}, \underline{Z}_{CA}$  та  $\underline{Z}_{AB'}, \underline{Z}_{BC'}, \underline{Z}_{CA'}$ :



$$\underline{Z}_{AB''} = \frac{\underline{Z}_{AB} \cdot \underline{Z}_{AB'}}{\underline{Z}_{AB} + \underline{Z}_{AB'}} \quad \text{або} \quad \frac{1}{\underline{Z}_{AB''}} = \frac{1}{\underline{Z}_{AB}} + \frac{1}{\underline{Z}_{AB'}} ;$$

$$\underline{Z}_{BC''} = \frac{\underline{Z}_{BC} \cdot \underline{Z}_{BC'}}{\underline{Z}_{BC} + \underline{Z}_{BC'}} \quad \text{або} \quad \frac{1}{\underline{Z}_{BC''}} = \frac{1}{\underline{Z}_{BC}} + \frac{1}{\underline{Z}_{BC'}} ;$$

$$\underline{Z}_{CA''} = \frac{\underline{Z}_{CA} \cdot \underline{Z}_{CA'}}{\underline{Z}_{CA} + \underline{Z}_{CA'}} \quad \text{або} \quad \frac{1}{\underline{Z}_{CA''}} = \frac{1}{\underline{Z}_{CA}} + \frac{1}{\underline{Z}_{CA'}} .$$

Визначивши опори, ми отримали наступну схему (рисунок 1.4).

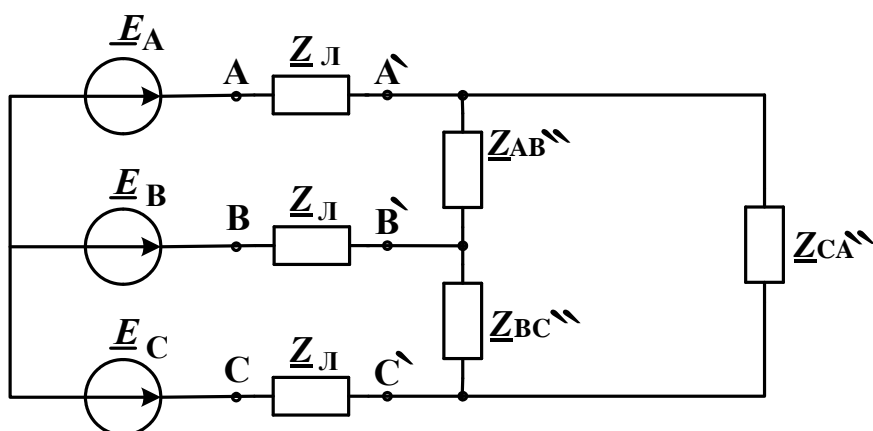


Рисунок 1.4

Отриманий трикутник опорів  $\underline{Z}_{AB''}$ ,  $\underline{Z}_{BC''}$ ,  $\underline{Z}_{CA''}$  перетворюємо в еквівалентну зірку  $\underline{Z}_{A'}$ ,  $\underline{Z}_{B'}$ ,  $\underline{Z}_{C'}$  (рисунок 1.5) та визначаємо відповідні опори

$$\underline{Z}_{A'} = \frac{\underline{Z}_{AB''} \cdot \underline{Z}_{CA''}}{\underline{Z}_{AB''} + \underline{Z}_{CA''}} ;$$

$$\underline{Z}_{B'} = \frac{\underline{Z}_{BC''} \cdot \underline{Z}_{AB''}}{\underline{Z}_{BC''} + \underline{Z}_{AB''}} ;$$

$$\underline{Z}_{C'} = \frac{\underline{Z}_{CA''} \cdot \underline{Z}_{BC''}}{\underline{Z}_{CA''} + \underline{Z}_{BC''}} .$$

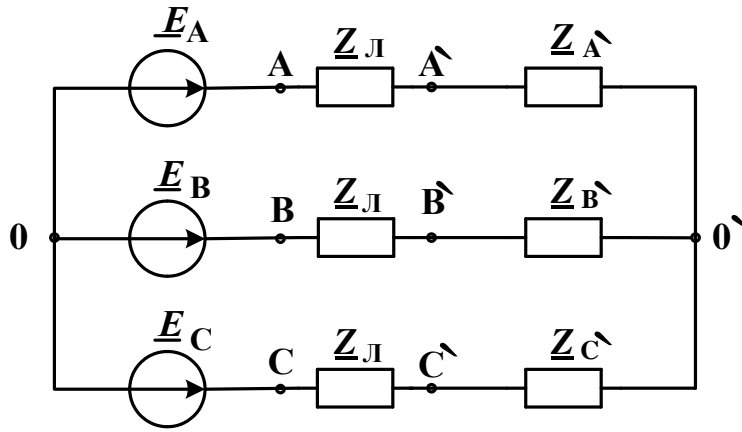


Рисунок 1.5

Далі до опорів  $\underline{Z}_{A'}$ ,  $\underline{Z}_{B'}$ ,  $\underline{Z}_{C'}$  даної зірки додаємо опори проводів  $\underline{Z}_L$

$$\underline{Z}_{A''} = \underline{Z}_{A'} + \underline{Z}_L;$$

$$\underline{Z}_{B''} = \underline{Z}_{B'} + \underline{Z}_L;$$

$$\underline{Z}_{C''} = \underline{Z}_{C'} + \underline{Z}_L.$$

й отримаємо розрахункову схему (рисунок 1.6), у якій навантаження з'єднані зіркою без нульового проводу.

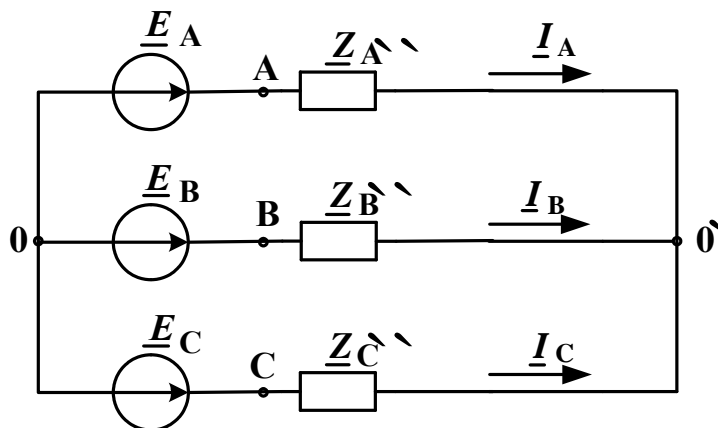


Рисунок 1.6

Схема на рисунку 1.6 має два вузли  $\mathbf{0}$  та  $\mathbf{0''}$ , тому знаходження струмів будемо виконувати, використовуючи метод двох вузлів. Більш детально з цим методом можна ознайомитися в [4].

Обчислюємо напругу між точками  $O$  та  $O'$

$$\underline{U}_{O'O} = \frac{\underline{E}_A \cdot \frac{1}{\underline{Z}_{A''}} + \underline{E}_B \cdot \frac{1}{\underline{Z}_{B''}} + \underline{E}_C \cdot \frac{1}{\underline{Z}_{C''}}}{\frac{1}{\underline{Z}_{A''}} + \frac{1}{\underline{Z}_{B''}} + \frac{1}{\underline{Z}_{C''}}} .$$

Лінійні струми кола на рисунку 1.6 визначаємо так:

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{E}_A - \underline{U}_{O'O}}{\underline{Z}_{A''}} , \quad \underline{I}_B = \frac{\underline{E}_B - \underline{U}_{O'O}}{\underline{Z}_{B''}} , \quad \underline{I}_C = \frac{\underline{E}_C - \underline{U}_{O'O}}{\underline{Z}_{C''}} .$$

Приймаємо потенціал нейтральної точки  $O$  рівним нулю,  $\varphi_O = 0$ , та знаходимо відносно цієї точки потенціали точок  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$ .

$$\begin{aligned} \underline{\varphi}_{A'} &= \underline{\varphi}_O + \underline{E}_A - \underline{I}_A \underline{Z}_A , & \underline{\varphi}_{B'} &= \underline{\varphi}_O + \underline{E}_B - \underline{I}_B \underline{Z}_B , \\ \underline{\varphi}_{C'} &= \underline{\varphi}_O + \underline{E}_C - \underline{I}_C \underline{Z}_C . \end{aligned}$$

Визначаємо лінійні напруги на вихідних опорах трикутника  $\underline{Z}_{AB}$ ,  $\underline{Z}_{BC}$ ,  $\underline{Z}_{CA}$  (рисунок 1.2)

$$\begin{aligned} \underline{U}_{A'B'} &= \underline{\varphi}_{A'} - \underline{\varphi}_{B'} , & \underline{U}_{B'C'} &= \underline{\varphi}_{B'} - \underline{\varphi}_{C'} , \\ \underline{U}_{C'A'} &= \underline{\varphi}_{C'} - \underline{\varphi}_{A'} . \end{aligned}$$

Розраховуємо фазні струми на приймачах (рисунок 1.2), які з'єднані трикутником

$$\underline{I}_{AB} = \frac{\underline{U}_{A'B'}}{\underline{Z}_{AB}} , \quad \underline{I}_{BC} = \frac{\underline{U}_{B'C'}}{\underline{Z}_{BC}} , \quad \underline{I}_{CA} = \frac{\underline{U}_{C'A'}}{\underline{Z}_{CA}} .$$

Знаходимо фазні напруги на навантаженнях вихідної зірки  $\underline{Z}_A$ ,  $\underline{Z}_B$ ,  $\underline{Z}_C$  (рисунок 1.2)

$$\underline{U}_A = \frac{\underline{U}_{A'B'} \cdot \frac{1}{\underline{Z}_B} - \underline{U}_{C'A'} \cdot \frac{1}{\underline{Z}_C}}{\frac{1}{\underline{Z}_A} + \frac{1}{\underline{Z}_B} + \frac{1}{\underline{Z}_C}}, \quad \underline{U}_B = \frac{\underline{U}_{B'C'} \cdot \frac{1}{\underline{Z}_C} - \underline{U}_{A'B'} \cdot \frac{1}{\underline{Z}_A}}{\frac{1}{\underline{Z}_A} + \frac{1}{\underline{Z}_B} + \frac{1}{\underline{Z}_C}},$$

$$\underline{U}_C = \frac{\underline{U}_{C'A'} \cdot \frac{1}{\underline{Z}_A} - \underline{U}_{B'C'} \cdot \frac{1}{\underline{Z}_B}}{\frac{1}{\underline{Z}_A} + \frac{1}{\underline{Z}_B} + \frac{1}{\underline{Z}_C}}.$$

Розраховуємо фазні струми на приймачах (рисунок 1.2), які з'єднані зіркою:

$$\underline{I}_{A'} = \frac{\underline{U}_A}{\underline{Z}_A}, \quad \underline{I}_B = \frac{\underline{U}_B}{\underline{Z}_B}, \quad \underline{I}_C = \frac{\underline{U}_C}{\underline{Z}_C}.$$

Перевіряємо правильність розрахунку, склавши баланс потужностей.

Потужність трифазного джерела

$$\underline{S}_{ДЖ} = \underline{E}_A \underline{I}_A'' + \underline{E}_B \underline{I}_B'' + \underline{E}_C \underline{I}_C'',$$

де  $\underline{I}_A'', \underline{I}_B'', \underline{I}_C''$  – спряжені комплекси лінійних струмів.

Потужність, яку споживають приймачі,

$$\underline{S}_{ПР} = I_A^2 \underline{Z}_L + I_B^2 \underline{Z}_L + I_C^2 \underline{Z}_L + I_{AB}^2 \underline{Z}_{AB} + I_{BC}^2 \underline{Z}_{BC} + I_{CA}^2 \underline{Z}_{CA} + I_{A'}^2 \underline{Z}_A + I_{B'}^2 \underline{Z}_B + I_{C'}^2 \underline{Z}_C$$

Якщо розрахунки зроблені правильно, то отримаємо співвідношення

$$\underline{S}_{ДЖ} \approx \underline{S}_{ПР}.$$

Будуємо векторні діаграми струмів та напруг. На векторній діаграмі струмів (рисунок 1.7) необхідно підтвердити виконання першого закону Кірхгофа, згідно із співвідношеннями для лінійних струмів

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{A'} + \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA}, \quad \underline{I}_B = \underline{I}_{B'} + \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB}, \quad \underline{I}_C = \underline{I}_{C'} + \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC}.$$

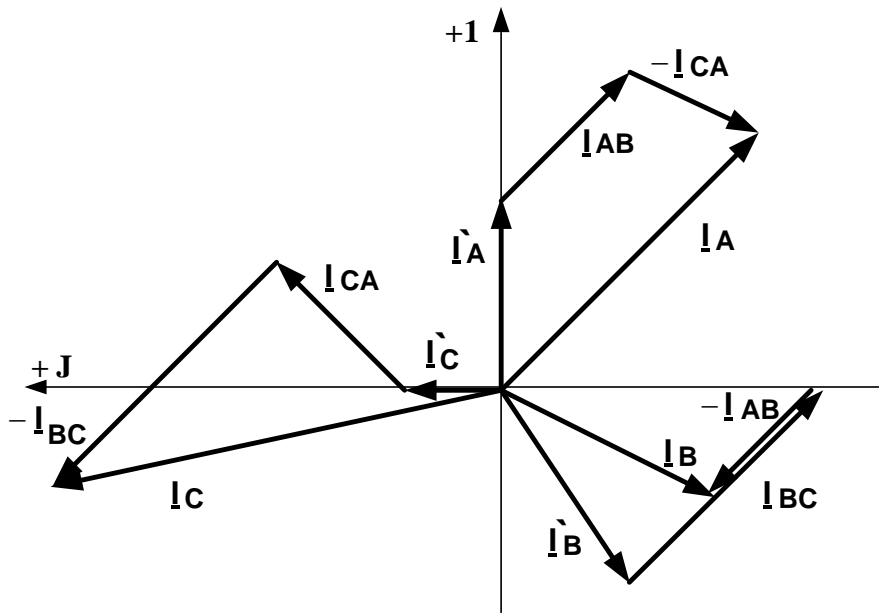


Рисунок 1.7

На векторній діаграмі напруг (рисунок 1.8) спочатку будемо вектори ЕРС джерела трифазного кола  $\underline{E}_A$ ,  $\underline{E}_B$ ,  $\underline{E}_C$ . З'єднавши кінці цих векторів, ми отримаємо лінійні наруги джерела  $\underline{U}_{AB}$ ,  $\underline{U}_{BC}$ ,  $\underline{U}_{CA}$ .

Далі будемо вектор напруги зміщення нейтралі  $\underline{U}_{0'0}$ . З кінця цього вектора, точки  $0'$ , будемо вектори фазних напруг  $\underline{U}_A$ ,  $\underline{U}_B$ ,  $\underline{U}_C$ . З'єднавши кінці цих векторів, ми отримаємо лінійні наруги навантаження  $\underline{U}_{A'B'}$ ,  $\underline{U}_{B'C'}$ ,  $\underline{U}_{C'A'}$ .

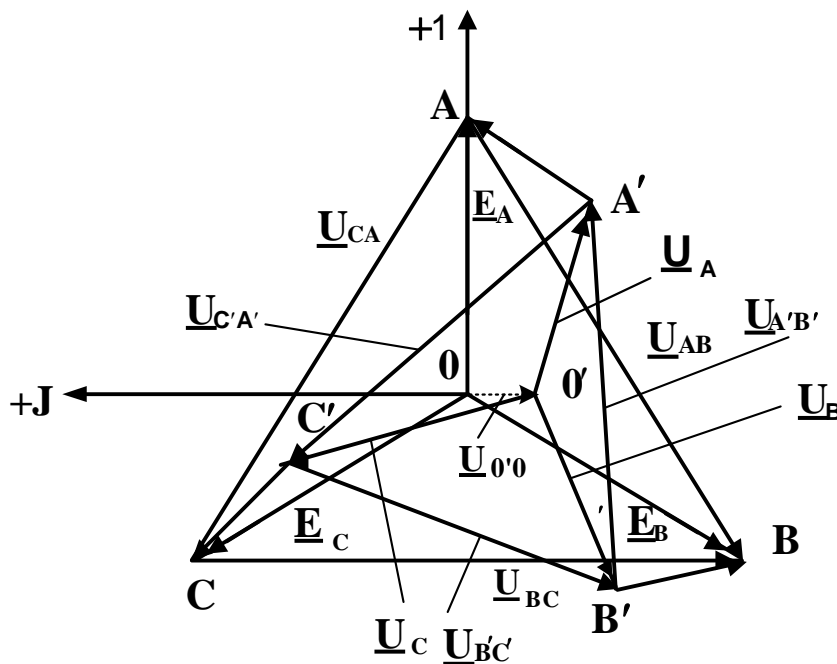


Рисунок 1.8

Додаткові теоретичні відомості з теми можна отримати з літератури [5, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13]. З методиками та прикладами розв’язання задач можна ознайомитися з літератури [4, 10, 11].

## 2 РОЗРАХУНОК ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ З УРАХУВАННЯМ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ

### 2.1 Завдання

На рисунку 2.1 зображене електричне коло з джерелом ЕРС постійного струму.

Початкові розрахункові дані до задачі визначаються згідно з двома останніми цифрами номера залікової книжки студента: електрична схема кола – згідно з останньою цифрою (рисунок 2.1), а номінали елементів кола – згідно з передостанньою цифрою (таблиця 2.1).

В електричному колі, згідно з обраним варіантом, у момент часу ( $t=0$ ) відбувається комутація у вигляді замикання (або розмикання) контактів ключа, що позначено на схемі стрілкою.

Режим роботи електричного кола до комутації слід вважати ustalеним.

Визначити з урахуванням перехідних процесів струми в усіх вітках електричного кола до комутації, у момент комутації та після комутації до практичного закінчення перехідного процесу. Розрахунок зробити класичним та операторним методом, порівняти результати та побудувати графік залежності струму в нерозгалуженій частині електричного кола від часу.

Таблиця 2.1

Варі-ант	U, В	R <sub>1</sub> , Ом	R <sub>2</sub> , Ом	R <sub>3</sub> , Ом	L, мГн	C, мкф
1	20	5	10	4	10	15
2	25	10	12	8	12	20
3	30	15	15	12	15	25
4	35	5	20	15	20	30
5	40	10	25	20	10	35
6	45	15	10	4	12	40
7	50	5	12	8	15	45
8	55	10	15	12	20	50
9	60	15	20	15	10	25
0	65	20	25	20	15	30

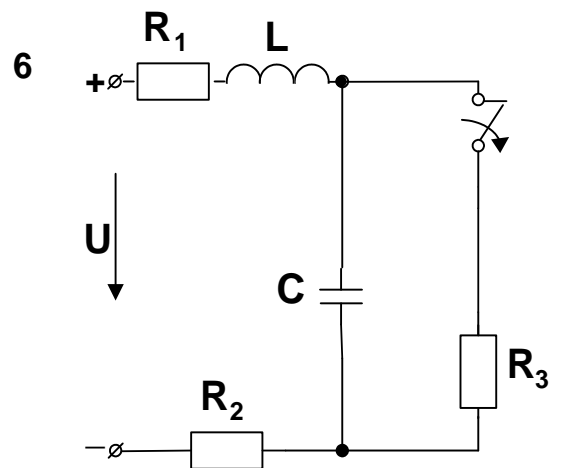
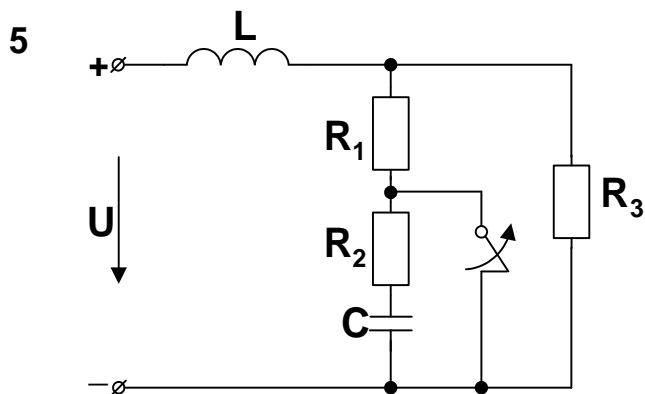
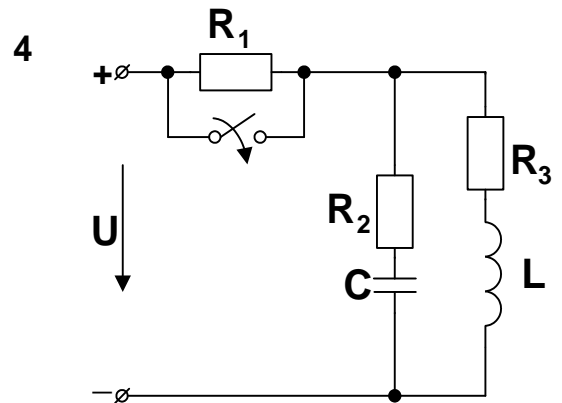
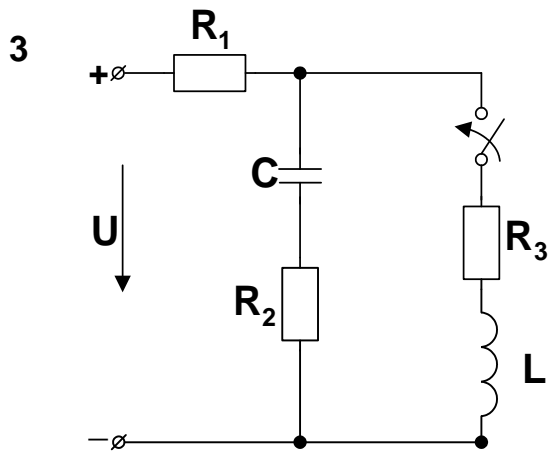
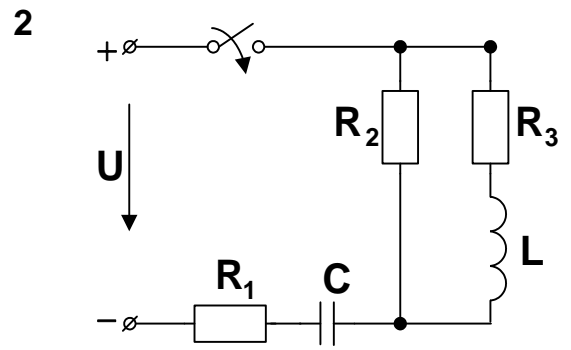
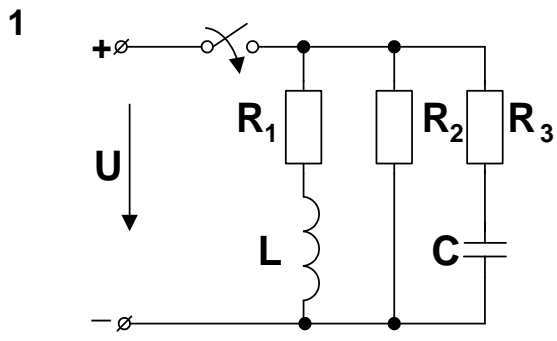


Рисунок 2.1, а (аркуш 1)

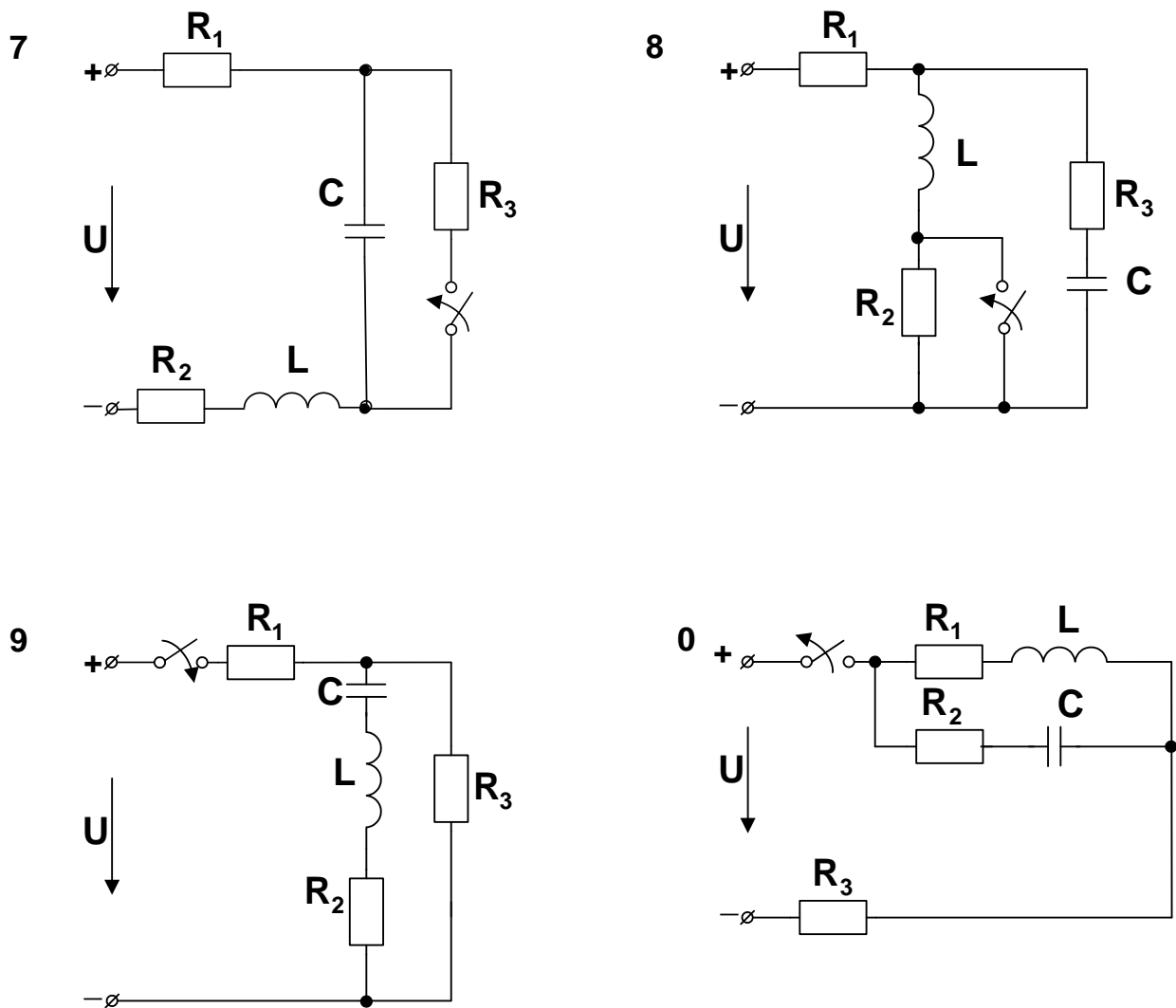


Рисунок 2.1, б (аркуш 2)

## 2.2 Методичні вказівки

### 2.2.1 Загальні теоретичні відомості

За принципом накладання для лінійних електричних кіл перехідні струми та напруги, відповідно до правила розв'язання нелінійних неоднорідних диференціальних рівнянь, розкладаються (математично) на складові вимушеного режиму (часткове рішення неоднорідного диференціального рівняння для одного моменту часу ( $t = \infty$ )) та вільного режиму (як загальне рішення однорідного диференціального рівняння), яке одержане з початкового неоднорідного шляхом вилучення з нього джерел ЕРС та джерел струму та залишення замість них їх внутрішніх опорів.



Теоретично перехідний режим не закінчується ніколи, оскільки графік експоненти, за яким змінюються токи та напруги, нескінченно наближується до нуля, але не може йому дорівнювати.

Швидкість загасання перехідного процесу характеризує постійна часу  $\tau$ , за час якої вільна складова зменшується приблизно в 2,71 разу.

У реальних електричних колах через проміжок часу, що дорівнює  $4\tau$ , згасаючий перехідний режим можна не враховувати, бо його вільна складова зменшується за цей час у 53,9 разу.

Тобто коли ми вирішуємо, що перехідний процес можна не враховувати, в колі встановлюється новий усталений режим.

Для перехідного режиму мають чинність два закони комутації.

**Перший закон комутації.** *У будь-якій вітці з індуктивністю струм і магнітний потік не можуть змінитися стрибком, в момент комутації вони зберігають ті значення, що мали до комутації, і в подальшому змінюються з цих значень за плавними кривими.*

**Другий закон комутації.** *У будь-якій вітці, що містить ємність, падіння напруги і заряд на ній не можуть змінитися стрибком, в момент комутації вони зберігають ті значення, що мали до комутації, і в подальшому змінюються з цих значень за плавними кривими.*

### **2.2.2 Класичний метод розрахунку електричних кіл з урахуванням перехідних процесів**

Розрахунок електричного кола класичним методом виконується у такій послідовності:

- розставляють вільним чином струми у вітках кола та складають, за законами Кірхгофа, систему незалежних диференціальних рівнянь для миттєвих значень у післякомутаційний період. Число рівнянь має бути не менш числа невідомих струмів;

- методом послідовних підстановок з одного рівняння у друге (або будь-яким іншим методом) необхідно виключити окремі невідомі з тим, щоб отримати диференціальне рівняння з одним невідомим. При необхідності окремі рівняння можна диференціювати;

- знаходять загальне рішення отриманого рівняння у вигляді суми вимушеної та вільної складових.

Таким чином, струм перехідного процесу визначаємо так:

$$i = i_{np} + i_{вл} ,$$

а напругу

$$u = u_{np} + u_{вл} .$$

Для визначення вимушеної складової використовують методи, які відомі з теорії кіл постійного струму у сталому режимі.

Для визначення вільної складової попередньо складають характеристичне рівняння до раніш знайденого диференціального рівняння та знаходять його корені. Якщо корені характеристичного рівняння – різні негативні дійсні, то перехідний процес аперіодичний і його вільна складова для кола другого порядку визначається у вигляді

$$i_{вл} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} ,$$

де  $p_1$  та  $p_2$  – корені характеристичного рівняння;

$A_1$  та  $A_2$  – постійні інтегрування.

Найбільш простим способом складання характеристичного рівняння є спосіб за допомогою вхідного опору.

По-перше, складаємо вхідний опір кола в комплексному вигляді відносно джерела енергії або затискачів комутації для схеми, яку ми отримали після комутації.

По-друге, в отриманому виразі змінюємо  $j\omega$  на  $p$  та прирівнюємо до 0.

Постійні інтегрування знаходять із рівнянь

$$A_1 = \frac{i'(0) - i'_{np}(0) - [i(0) - i_{np}(0)]p_2}{p_1 - p_2} ,$$

$$A_2 = \frac{i'(0) - i'_{np}(0) - [i(0) - i_{np}(0)]p_1}{p_2 - p_1} .$$

Тут

$$i(0) = i(t)|_{t=0}, \quad i_{np}(0) = i_{np}(t)|_{t=0},$$

$$i'(0) = i'(t)|_{t=0}, \quad i'_{np}(0) = i'_{np}(t)|_{t=0}.$$

Значення  $i(0)$  знаходять із початкових умов на основі законів комутації. Початкові умови (струм у вітці з індуктивністю та напруга на ємкісному елементі до моменту комутації) визначають з вихідних рівнянь, які записані та спільно вирішені при  $t = 0-$ . Значення  $i'(0)$  знаходять із тих же рівнянь, які записані при  $t = 0$ .

Якщо корені характеристичного рівняння однакові, то перехідний процес гранично аперіодичний і його вільна складова визначається за формулою

$$i_{вл} = (A_1 + A_2 t) e^{pt}.$$

Постійні інтегрування знаходять із виразів

$$A_1 = i(0) - i_{np}(0),$$

$$A_2 = i'(0) - i'_{np}(0) - [i(0) - i_{np}(0)]p.$$

Якщо корені характеристичного рівняння є комплексні

$$p_{1,2} = -\delta \pm j\omega_c,$$

то вільну складову струму перехідного процесу рекомендується знаходити за формулою

$$i_{вл} = e^{-\delta t} (A \cos \omega_c t + B \sin \omega_c t).$$

Тут  $A$  і  $B$  – постійні інтегрування, які визначаються із рівнянь

$$A = i(0) - i_{np}(0),$$

$$B = \frac{i'(0) - i'_{np}(0) - \delta[i(0) - i_{np}(0)]}{\omega_C}.$$

Інші перехідні струми знаходять на основі вихідних рівнянь Кірхгофа.

Перевірку правильності розрахунку роблять, порівнюючи значення струмів  $i(0)$  та  $i(\infty)$ , отримані з аналітичних виразів та безпосередньо зі схеми кола.

Графік струму будують так, щоб коливальний процес був показаний у межах не менше одного періоду коливань. Задаючись часом, треба пам'ятати, що аргумент синусоїдальної функції береться у радіанах, а не в електричних градусах.

### 2.2.3 Операторний метод розрахунку електричних кіл з урахуванням перехідних процесів

Для розрахунку перехідного процесу в операторній формі необхідно намалювати післякомутаційну схему електричного кола в операторній формі. Якщо коло має ненульові початкові умови, то операторна схема має декілька джерел і розраховується як складна (наприклад, методом контурних струмів).

Знайдені операторні струми електричного кола переводяться в оригінал. Для деяких найпростіших функцій знайти оригінал можна за допомогою таблиці Б.1. В загальному випадку використовується формула зворотного перетворення (формула теореми Хевісайда) за Лапласом.

Струм в операторній формі зазвичай має вигляд

$$I(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)},$$

де  $F_1(p)$  – поліном чисельника;

$F_2(p)$  – поліном знаменника.

У цьому випадку оригінал струму визначається за формулою

$$i(t) = \sum_{k=1}^n \frac{F_1(p_k) e^{p_k t}}{F_2'(p_k)}$$

Тут  $p_1, p_2, p_3, \dots, p_k$  – корені рівняння  $F_2(p) = 0$  ;  
 $k$  – число коренів рівняння  $F_2(p) = 0$ .

$$F_1(p_k) = F_1(p) \Big|_{p=p_k} ,$$

$$F_2'(p_k) = \frac{d}{dp} [F_2(p)] \Big|_{p=p_k} .$$

Отримані значення оригіналів струмів у вітках порівнюються з їх значеннями, що отримані класичним методом.

#### 2.2.4 Приклад розрахунку електричного кола з урахуванням перехідних процесів класичним методом

В електричному колі (рисунок 2.2) опори  $R_0=R=50$  Ом, індуктивність  $L=0,25$  Гн, ємність  $C=50$  мкФ.

Постійна напруга джерела  $U=100$  В. Визначити закон зміни перехідного струму на нерозгалуженій ділянці кола і побудувати графік залежності цього струму від часу. Задачу розрахувати класичним та операторним методами.

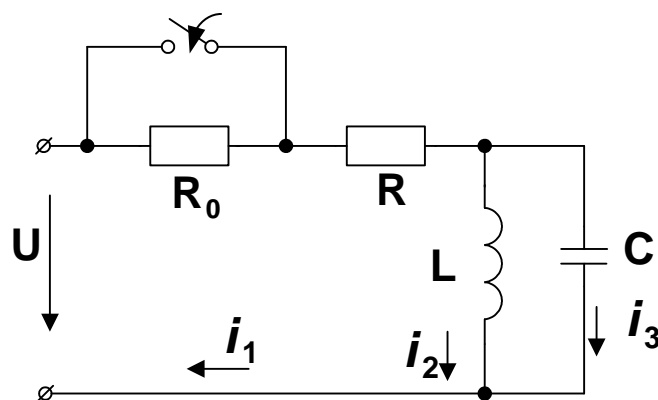


Рисунок 2.2

Розрахунок класичним методом наведено нижче.

1 Розрахунок режиму до комутації (контакт розімкнений).  
Струм у вітках кола

$$i_1(0-) = i_2(0-) = \frac{U}{R_0 + R} = 1 \text{ A} ,$$

$$i_3(0-) = 0 .$$

Напруга на конденсаторі  $U_C(0-) = 0$ , тому що конденсатор замкнений індуктивністю в колі постійного струму.

Згідно з першим законом комутації –  $i_1(0-) = i_2(0-) = 1 \text{ A}$ , згідно з другим законом комутації –  $U_C(0-) = U_C(0+) = 0$ .

2 Розрахунок вимушеного режиму після комутації (контакт замкнений).

Струми у вітках кола

$$i_{1np} = i_{2np} = \frac{U}{R} = 2 \text{ A} ,$$

$$i_{3np} = 0 .$$

3 Розрахунок шуканого струму та його похідної для моменту комутації ( $t=0$ ).

Згідно з законами Кірхгофа, складаємо рівняння для схеми після комутації

$$i_1 = i_2 + i_3 , \tag{2.1}$$

$$U = Ri_1 + L \frac{di_2}{dt} , \tag{2.2}$$

$$U = Ri_1 + \frac{1}{C} \int i_3 dt . \tag{2.3}$$

Використовуючи рівняння (2.3) для моменту  $t = 0$  з урахуванням того, що  $U_C(0) = 0$ , знайдемо

$$i_1(0) = \frac{U}{R} = 2 \text{ A} .$$

З розв'язку (1.1) для моменту  $t = 0$  розрахуємо

$$i_3(0) = i_1(0) - i_2(0) = 1 \text{ A}.$$

Знайдемо похідну шуканого струму. Для цього продиференціюємо рівняння (2.3)

$$0 = R \frac{di_1}{dt} + \frac{i_3}{C},$$

звідки

$$\frac{di_1}{dt} = -\frac{i_3}{RC}.$$

Таким чином,

$$i_1'(0) = -\frac{i_3(0)}{RC} = -400 \frac{\text{A}}{\text{с}}.$$

4 Визначення коренів характеристичного рівняння.

Складаємо вхідний опір кола в комплексному вигляді відносно джерела електричної енергії для схеми, яку ми отримали після комутації:

$$\underline{Z}(j\omega) = R + \frac{j\omega L \cdot \frac{1}{j\omega C}}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}.$$

Потім в отриманому виразі змінюємо  $j\omega$  на  $p$  та прирівнюємо до 0.

$$Z(p) = R + \frac{j\omega L \cdot \frac{1}{j\omega C}}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = R + \frac{Lp}{LCp^2 + 1} = \frac{RLCp^2 + R + Lp}{LCp^2 + 1} = 0.$$

Характеристичне рівняння має вигляд

$$RLCp^2 + Lp + R = 0$$

або

$$p^2 + \frac{1}{RC}p + \frac{1}{LC} = 0,$$

має два корені

$$p_{1,2} = -\frac{1}{2RC} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 - \frac{1}{LC}}.$$

Після підстановки числових значень маємо

$$p_1 = -200 + j200;$$

$$p_2 = -200 - j200.$$

Внаслідок того, що корені характеристичного рівняння є комплексно-спряженими, перехідний процес у електричному колі буде мати коливальний характер.

5 Визначення сталих інтегрування та закону зміни в часі шуканого струму

Перехідний струм у нерозгалуженій частині кола

$$i_1 = i_{1np} + i_{1вл} = i_{1np} + Ae^{-\delta t} \sin(\omega_1 t + \varphi),$$

а його похідна

$$\frac{di_1}{dt} = -\delta Ae^{-\delta t} \sin(\omega_1 t + \varphi) + A\omega_1 e^{-\delta t} \cos(\omega_1 t + \varphi).$$

Знаходимо значення струму та його похідної в момент часу  $t=0$ :

$$i_1(0) = i_{1np} + A \sin \varphi;$$

$$i_1'(0) = -\delta A \sin \varphi + A\omega_1 \cos \varphi.$$

Після підстановки числових значень отримаємо систему двох рівнянь



$$2 = 2 + A \sin \varphi,$$

$$-400 = -200A \sin \varphi + 200A \cos \varphi.$$

Сумісне розв'язання цих рівнянь дає  $A = -2$ ,  $\varphi = 0$ .  
Таким чином, шуканий струм

$$i_1 = 2 - 2e^{-200t} \sin 200t .$$

Для побудови графіка  $i_1(t)$  треба розрахувати миттєві значення струмів для різних моментів часу, починаючи від нуля, через кожну мілісекунду у межах до одного півперіоду.

### 2.2.5 Приклад розрахунку електричного кола з урахуванням перехідних процесів операторним методом

Початкові умови перехідного процесу в електричному колі визначено в першому пункті попереднього розрахунку:  $i_2(0) = I$  А,  $u_c(0) = 0$ . З урахуванням цього складемо операторну схему заміщення кола (рисунок 2.3) та запишемо для неї рівняння згідно з законами Кірхгофа:

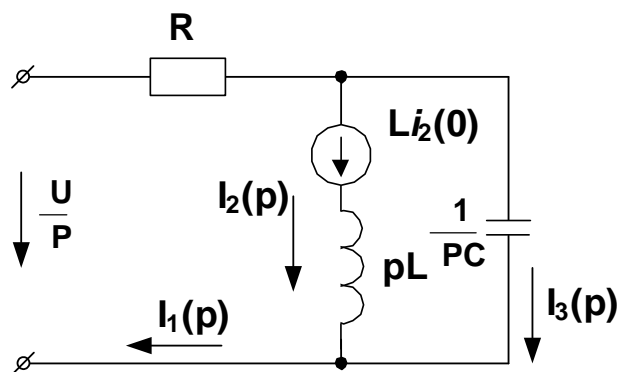


Рисунок 2.3

$$I_1(p) = I_2(p) + I_3(p) ,$$

$$RI_1(p) + pLI_2(p) = \frac{U}{p} + Li_2(0) ,$$

$$RI_1(p) + \frac{1}{pC} I_3(p) = \frac{U}{p} .$$

Розв'язком цієї системи відносно струму  $I_1(p)$  є

$$I_1(p) = \frac{LCUp^2 + Li_2(0)p + U}{LCRp^3 + Lp^2 + 2p}.$$

Після підстановки числових значень отримаємо

$$I_1(p) = \frac{2p^2 + 400p + 160000}{p^3 + 400p^2 + 80000p} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}.$$

Для знаходження оригіналу струму визначимо корені знаменника, для чого прирівняємо його до нуля

$$p^3 + 400p^2 + 80000p = 0;$$
$$p_1 = 0; \quad p_2 = -200 + j200; \quad p_3 = -200 - j200.$$

Оскільки знаменник має три корені, то сума у формулі розкладання має три доданки

$$i_1(t) = \frac{F_1(p_1)}{F_2'(p_1)} e^{p_1 t} + \frac{F_1(p_2)}{F_2'(p_2)} e^{p_2 t} + \frac{F_1(p_3)}{F_2'(p_3)} e^{p_3 t}.$$

Знайдемо чисельники доданків

$$F_1(p_1) = 16 \cdot 10^4; \quad F_1(p_2) = (8 - j8) \cdot 10^4;$$
$$F_1(p_3) = (8 + j8) \cdot 10^4.$$

Похідна знаменника

$$F_2'(p) = 3p^2 + 800p + 80000.$$

Підставимо замість  $p$  відповідні корені і отримаємо знаменники додатків

$$F_2'(p_1) = 80000; \quad F_2'(p_2) = (-8 - j8) \cdot 10^4;$$
$$F_2'(p_3) = (-8 + j8) \cdot 10^4.$$

Отримані значення підставимо у формулу теореми розкладання (формула теореми Хевісайда)

$$\begin{aligned}
 i_1(t) &= \frac{16 \cdot 10^4}{8 \cdot 10^4} e^{0t} + \frac{(8 - j8) \cdot 10^4}{(-8 - j8) \cdot 10^4} e^{(-200 + j200)t} + \\
 &+ \frac{(8 + j8) \cdot 10^4}{(-8 + j8) \cdot 10^4} e^{(-200 - j200)t} = \\
 &= 2 - e^{-200t} (e^{j(200t - 90^\circ)} + e^{-j(200t - 90^\circ)}) .
 \end{aligned}$$

Позбавившись від комплексної форми, отримаємо

$$i_1(t) = 2 - 2e^{-200t} \sin 200t .$$

Побудуємо графік залежності цього струму від часу (рисунок 2.4).

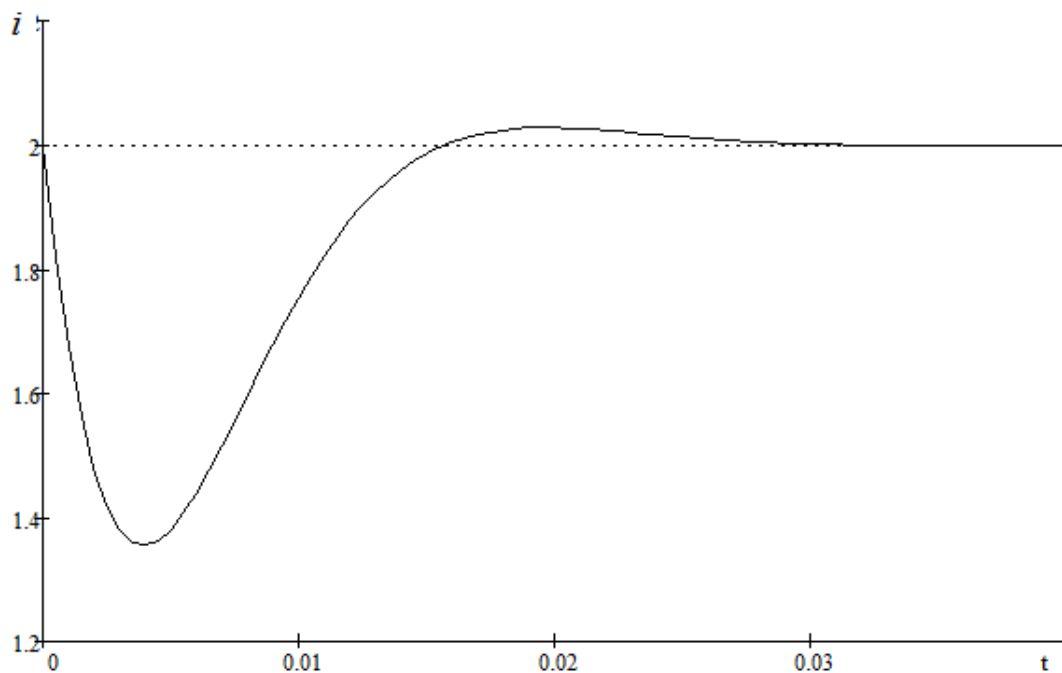


Рисунок 2.4

Додаткові теоретичні відомості з теми можна отримати з літератури [5, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13]. З методиками та прикладами розв'язання задач можна ознайомитися з літератури [4, 10, 11].

## Список літератури

1 Студентська навчальна звітність. Загальні вимоги до побудови, викладання та оформлення: метод. посіб. з додержання вимог нормоконтролю у студ. навч. зв. / Л. М. Козар. Харків: УкрДУЗТ, 2014. 58 с.

2 Завдання та методичні вказівки до виконання контрольної роботи №2 з дисципліни «Електротехніка та електромеханіка» для студентів спеціальності «Автоматика та автоматизація на транспорті» заочної форми навчання / уклад.: П. Я. Придубков, М. Г. Давиденко, О. Є. Зінченко. Харків: УкрДУЗТ, 2014. 20 с.

3 Методичні вказівки до виконання контрольної роботи №4 з дисципліни «Теорія електричних та магнітних кіл» для студентів спеціальності «Автоматика та автоматизація на транспорті» та з дисципліни «Теоретичні основи електротехніки» для студентів спеціальності «Електричний транспорт», «Електричні системи та комплекси транспортних засобів» заочної форми навчання / уклад.: О. М. Прогонний, П. Я. Придубков, І. М. Сіроклин. Харків: УкрДАЗТ, 2007. 27 с

4 Теоретичні основи електротехніки. Практикум: навч. посіб. / С. М. Тихонравов, О. Є. Зінченко, Н. П. Карпенко та ін. Харків: УкрДУЗТ, 2019. 151 с.

5 Електротехніка та електромеханіка систем залізничної автоматики / М. М. Бабаєв, М. Г. Давиденко, Г. І. Загарій та ін. Харків: УкрДАЗТ, 2011. 608 с.

6 Теорія електричних і магнітних кіл: підручник / С. В. Панченко, О. М. Ананьєва, М. М. Бабаєв, В. С. Блиндюк та ін. Харків: УкрДУЗТ, 2020. 246 с

7 Основи теорії кіл / Ю. О. Коваль, Л. В. Грінченко, І. О. Милютченко, О. І. Рибін. Харків: ХНУРЕ; Колегіум, 2004. Ч. 1. 436 с.

8 Основи теорії кіл / Ю. О. Коваль, Л. В. Грінченко, І. О. Милютченко, О. І. Рибін. Харків: ХНУРЕ; Колегіум, 2006. Ч. 2. 668 с.

9 Мілих В. І. Електротехніка та електромеханіка: навч. посіб. Київ: Каравела, 2009. 376 с.

10 Збірник задач з електротехніки: навч. посіб. / В. Г. Данько, В. І. Мілих, Ф. Т. Карпенко, В. С. Марков. Харків: «ХП», 2004. 119 с.

11 Паначевний Б. І., Свергун Ю. Ф. Загальна електротехніка: теорія і практикум: посібник. Київ: Каравела, 2004. 440 с.

12 Паначевний Б. І. Курс електротехніки. Харків: Торнадо, 1999. 288 с.

13 Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники: электрические цепи. Москва: Гардарики, 2003. 528 с.

## Додаток А

### Приклад розрахунку трифазного кола в програмі MathCAD

Вихідні дані:

$$E := 380$$

$$z_1 := 2 + i \cdot 3$$

$$z_b := 10 + i \cdot 12$$

$$z_{ab} := 10 + i \cdot 5$$

$$z_{ca} := 10 + i \cdot 12$$

$$z_a := 15 - i \cdot 10$$

$$z_c := 10 + i \cdot 10$$

$$z_{bc} := 15 - i \cdot 8$$

### Розрахунок

Знаходимо значення опорів при перетворенні кола

$$z_{ab'} := z_a + z_b + \frac{z_a \cdot z_b}{z_c} = 42.5 - 7.5i$$

$$z_{bc'} := z_a + z_c + \frac{z_a \cdot z_c}{z_b} = 37.705 - 10.246i$$

$$z_{ca'} := z_b + z_c + \frac{z_b \cdot z_c}{z_a} = 12.308 + 31.538i$$

$$z_{ab''} := z_{ab'} = 42.5 - 7.5i$$

$$z_{bc''} := \frac{z_{bc} \cdot z_{bc'}}{z_{bc} + z_{bc'}} = 10.864 - 4.878i$$

$$z_{ca''} := \frac{z_{ca} \cdot z_{ca'}}{z_{ca} + z_{ca'}} = 6.044 + 8.962i$$

“ “

$$z_a' := \frac{z_{ab}'' \cdot z_{ca}''}{z_{ab}'' + z_{ca}'' + z_{bc}''} = 5.114 + 5.943i$$

$$z_b' := \frac{z_{ab}'' \cdot z_{bc}''}{z_{ab}'' + z_{ca}'' + z_{bc}''} = 7.411 - 4.435i$$

$$z_c' := \frac{z_{bc}'' \cdot z_{ca}''}{z_{ab}'' + z_{ca}'' + z_{bc}''} = 1.77 + 1.245i$$

$$z_a'' := z_a' + z_1 = 7.114 + 8.943i$$

$$z_b'' := z_b' + z_1 = 9.411 - 1.435i$$

---


$$z_c'' := z_c' + z_1 = 3.77 + 4.245i$$

Визначаємо напругу зміщення нейтралі

$$E_a := E \cdot e^{i \cdot 0} \qquad E_c := E \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \qquad E_b := E \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}}$$

$$U_{00} := \frac{E_a \div z_a'' + E_b \div z_b'' + E_c \div z_c''}{1 \div z_a'' + 1 \div z_b'' + 1 \div z_c''} = 67.942 + 46.641i$$

$$|U_{00}| = 82.411 \qquad \arg(U_{00}) \cdot \frac{180}{\pi} = 34.469$$

Визначаємо струми

$$I_a := \frac{E_a - U_{00}}{z_a''} = 13.806 - 23.913i$$

$$|I_a| = 27.613$$

$$\arg(I_a) \cdot \frac{180}{\pi} = -59.999$$

$$I_b := \frac{E_b - U_{00}}{z_b''} = -20.835 - 43.1i$$

$$|I_b| = 47.872$$

$$\arg(I_b) \cdot \frac{180}{\pi} = -115.8$$

$$I_c := \frac{E_c - U_{00}}{z_c''} = 7.028 + 67.013i$$

$$|I_c| = 67.38$$

$$\arg(I_c) \cdot \frac{180}{\pi} = 84.013$$

$$U_{ab}' := I_a \cdot z_a' - I_b \cdot z_b' = 558.278 + 186.792i$$

$$|U_{ab}'| = 588.698$$

$$\arg(U_{ab}') \cdot \frac{180}{\pi} = 18.5$$

---

$$U_{bc}' := I_b \cdot z_b' - I_c \cdot z_c' = -274.611 - 354.364i$$

$$|U_{bc}'| = 448.314$$

$$\arg(U_{bc}') \cdot \frac{180}{\pi} = -127.774$$

$$U_{ca}' := I_c \cdot z_c' - I_a \cdot z_a' = -283.666 + 167.572i$$

$$|U_{ca}'| = 329.464$$

$$\arg(U_{ca}') \cdot \frac{180}{\pi} = 149.428$$



$$I_{bc} := \frac{U_{bc'}}{z_{bc}} = -4.444 - 25.994i$$

$$|I_{bc}| = 26.371 \quad \arg(I_{bc}) \cdot \frac{180}{\pi} = -99.701$$

$$I_{ca} := \frac{U_{ca'}}{z_{ca}} = -3.384 + 20.818i$$

$$|I_{ca}| = 21.092 \quad \arg(I_{ca}) \cdot \frac{180}{\pi} = 99.234$$

$$I_{b\lambda} := I_a + I_{ca} = 10.422 - 3.095i$$

$$|I_{b\lambda}| = 10.872 \quad \arg(I_{b\lambda}) \cdot \frac{180}{\pi} = -16.537$$

$$I_{a\lambda} := I_b - I_{bc} = -16.391 - 17.106i$$

$$|I_{a\lambda}| = 23.691 \quad \arg(I_{a\lambda}) \cdot \frac{180}{\pi} = -133.778$$

---

$$I_{c\lambda} := -I_{a\lambda} - I_{b\lambda} = 5.969 + 20.2i$$

$$|I_{c\lambda}| = 21.064 \quad \arg(I_{c\lambda}) \cdot \frac{180}{\pi} = 73.538$$

Складаємо баланс потужностей

$$I_a' := 13.806 + i \cdot 23.91 \quad I_b' := -20.835 + i \cdot 43.1 \quad I_c' := 7.028 - i \cdot 67.013$$

$$S_e := E_a \cdot I_a' + E_b \cdot I_b' + E_c \cdot I_c' = 4.411 \times 10^4 + 2.28i \times 10^4$$

$$S_p := (|I_{bc}|)^2 \cdot z_{bc} + (|I_{ca}|)^2 \cdot z_{ca} + (|I_{a\lambda}|)^2 \cdot z_a + (|I_{b\lambda}|)^2 \cdot z_b + (|I_{c\lambda}|)^2 \cdot z_c + (|I_a|)^2 \cdot z_1 + (|I_b|)^2 \cdot z_1 + (|I_c|)^2 \cdot z_1$$

$$S_p = 4.411 \times 10^4 + 2.28i \times 10^4$$

## Додаток Б

Таблиця Б.1 – Зображення, за Лапласом, найпростіших функцій

Оригінал	Зображення
1	2
A	$\frac{A}{p}$
$e^{\alpha t}(e^{-\alpha t})$	$\frac{1}{p - \alpha} \left( \frac{1}{p + \alpha} \right)$
$1 - e^{-\alpha t}$	$\frac{\alpha}{p(p + \alpha)}$
$e^{j(\omega t + \psi)}$	$\frac{e^{j\psi}}{p - j\psi}$
Cos $\omega t$	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$
Sin $\omega t$	$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$
sin( $\omega t + \psi$ )	$\frac{p \sin \psi + \omega \cos \psi}{p^2 + \omega^2}$
cos( $\omega t + \psi$ )	$\frac{p \cos \psi - \omega \sin \psi}{p^2 + \omega^2}$
$e^{-\alpha t} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(p + \alpha)^2 + \omega^2}$
$e^{-\alpha t} \cos \omega t$	$\frac{p + \alpha}{(p + \alpha)^2 + \omega^2}$
T	$\frac{1}{p^2}$
$te^{-\alpha t}$	$\frac{1}{(p + \alpha)^2}$
$\frac{1}{\alpha^2} [1 - e^{-\alpha t}(1 + \alpha t)]$	$\frac{1}{p(p + \alpha)^2}$

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ  
до виконання контрольної роботи 2  
з дисципліни  
*«ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ»*  
для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня  
заочної форми навчання

Відповідальний за випуск Зінченко О. Є.

Редактор Решетилова В. В.

---

Підписано до друку 30.06.21 р.

Формат паперу 60x84 1/16. Папір писальний.

Умовн.-друк. арк. 2,0. Тираж 5. Замовлення №

Видавець та виготовлювач Український державний університет  
залізничного транспорту,  
61050, Харків-50, майдан Фейербаха, 7.  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 6100 від 21.03.2018 р.