

УДК 681.586.782

БАБАЕВ М.М., д.т.н., професор,
ГРЕБЕНЮК В.Ю., аспірант (УкрГАЗТ)

Проверка модели контроля состояния путевого участка на адекватность

После проведенного анализа влияния факторов на результирующий показатель работы индуктивно-проводного датчика с помощью методов математической статистики доказано, что действительно существует линейная связь между фазой измерительного генератора и амплитудой сигнала на выходе интегратора датчика, что свидетельствует об адекватности разработанной модели контроля состояния путевого участка и возможности ее применения с целью дальнейших исследований.

Ключевые слова: индуктивно-проводной датчик, адекватность, модель, простая линейная регрессионная модель, коэффициент корреляции, коэффициент детерминации, критерий Фишера.

Введение

Одним из инструментов для решения стратегических заданий реформирования железнодорожного транспорта является внедрение инновационных технологий в организацию процесса перевозок [1]. Инновационная деятельность призвана построить современную, эффективную и развитую инфраструктуру сети железных дорог для обеспечения ускорения движения пассажиров, товародвижения, повышения безопасности процесса перевозок, а также снижения транспортных издержек. Реализация инновационной политики должна быть направлена на обновление и усовершенствование производственно-технической базы отрасли. К основным задачам, на выполнение которых должны быть направлены исследования, относятся повышение комплексной безопасности и устойчивости технических средств железнодорожных объектов, устранение дефицита мощностей, высокая пропускная способность и техническая оснащённость транспортной инфраструктуры. Поставленные задачи невозможно решить без модернизации существующих и создания новых современных устройств железнодорожной автоматики и телемеханики.

Ключевым звеном в регулировании движением поездов на объектах железнодорожного транспорта являются индуктивно-проводные датчики (ИПД), которые гарантируют повышенную точность при регистрации прохождения отцепов или баз длиннобазных вагонов, контролируют перемещение подвижных единиц в пределах путевого участка, предоставляют информацию о направлении движения транспортного средства.

ИПД, являющиеся неотъемлемыми элементами систем управления переездами, автоведения поездов, контроля заполнения путей подгорочного парка сортировочных горок, горочной автоматической централизации, предотвращают возникновение аварийных ситуаций на железнодорожных объектах. Поэтому исследования, направленные на развитие и обновление данного технического оборудования, являются актуальными.

Анализ публикаций и цель исследования

С целью устранения недостатков, присущих известным решениям ИПД [2-4], был разработан модифицированный усовершенствованный ИПД [5]. На основе этого устройства для улучшения его параметров и качественных характеристик в пакете Simulink системы Matlab была разработана модель датчика (рис. 1) [6]. С помощью данной модели были исследованы процессы работы ИПД в различных условиях, что позволило проанализировать функционирование устройства под влиянием дестабилизирующих факторов. Однако возникает вполне ожидаемый вопрос адекватности функционирования созданной модели: существует ли логическая линейная связь между изменяющимися в процессе работы датчика параметрами? Решить поставленный вопрос возможно путем анализа влияния факторов на результирующий показатель исследований, что и является основополагающей задачей данной работы. С целью принятия правильных решений по результатам моделирования с помощью имеющейся модели необходимо убедиться в ее адекватности для возможности дальнейших исследований. Такая проверка позволяет оценить точность полученной модели, а значит, возможность ее

использования для оптимизации и совершенствования.

$$y = a_0 + a_1x + u, \tag{1}$$

где y - вектор наблюдений за зависимой переменной:

$$y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\};$$

x - вектор наблюдений за независимой переменной: $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\};$

a_0, a_1 - неизвестные параметры регрессионной модели;

u - вектор случайных величин :

$$u = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}.$$

Если параметры регрессионной модели линейны, то она называется линейной, и чтобы иметь явный вид зависимости $y = a_0 + a_1x + u$, необходимо оценить параметры a_0, a_1 данной модели. Для этого рассмотрим прямую $\tilde{y} = a_0 + a_1x$ без учета случайной величины u .

Опираясь на данные, полученные в результате моделирования [6], сведенные в таблицу 1, необходимо проанализировать влияние изменения фазы измерительного генератора при различных состояниях пути (фактора x) на результирующий показатель y – уровень сигнала на выходе интегратора, исходя из 10 выбранных наблюдений ($n=10$).

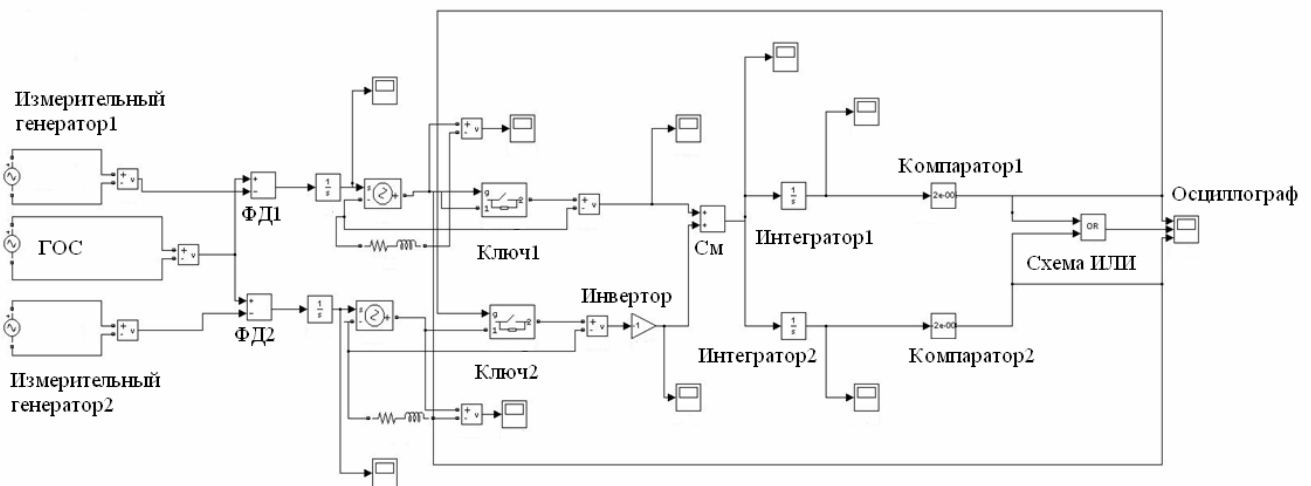


Рисунок 1 - Модель ИПД, разработанная в пакете Simulink: ГОС – генератор опорного сигнала; ФД1 – первый фазовый детектор; ФД2 – второй фазовый детектор; См – сумматор.

Для этого нужно рассчитать коэффициенты корреляции и детерминации, после чего проверить модель на адекватность по F-критерию Фишера.

Рассмотрим построение простой линейной регрессионной модели на примере зависимости изменения фазы измерительного генератора

вследствие воздействия на индуктивный шлейф ИПД различных факторов и уровня сигнала после прохождения интегратора, согласно которому срабатывает компаратор.

Таблица 1 – Фаза измерительного генератора и амплитуда сигнала на выходе интегратора

Номер наблюдения	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Фаза измерительного генератора (x), град.	55	70	85	100	115	130	145	160	175	180
Амплитуда сигнала на выходе интегратора (y), В • 10 ⁻⁸	0,43	1,17	1,97	2,81	3,59	4,3	4,85	5,25	5,43	5,45

Чтобы выявить, насколько изменение фазы измерительного генератора влияет на изменение амплитуды сигнала на выходе интегратора, построим модель $y = a_0 + a_1x + u$, учитывая существование прямолинейной связи между изменением фазы измерительного генератора и изменением амплитуды сигнала на выходе интегратора, которая выражается уравнением прямой $\tilde{y} = a_0 + a_1x$.

Отклонение теоретических значений от фактических может быть представлено в виде формулы:

$$u_i = y_i - \tilde{y}_i = y_i - a_0 - a_1x_i, \quad i = \overline{1, n},$$

где \tilde{y}_i - i-тая точка на прямой, которая соответствует значению x_i . Согласно критерию наименьших квадратов, минимизация целевой функции

$$\sum_{i=1}^n u_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1x_i)^2 = f(a_0, a_1) \rightarrow \min,$$

которая является функцией двух неизвестных a_0, a_1 , определяет формулу для параметра a_1 [9]:

$$a_1 = \frac{\frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i y_i \right) - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2}, \quad (2)$$

где $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$; $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$, причем параметр a_0 находится по формуле

$$a_0 = \bar{y} - a_1 \bar{x}. \quad (3)$$

Для оценки параметров прямой построим расчетную таблицу 2.

Таблица 2 – Оценка параметров прямой

Номер наблюдения	Фаза измерительного генератора (x), град.	Амплитуда сигнала на выходе интегратора (y), В · 10 ⁻⁸	$x_i y_i$	x_i^2	\tilde{y}_i
1	2	3	4	5	6
1	55	0,43	23,65	3025	0,73
2	70	1,17	81,9	4900	1,36
3	85	1,97	167,45	7225	1,99
4	100	2,81	281	10000	2,62
5	115	3,59	412,85	13225	3,25
6	130	4,3	559	16900	3,88
7	145	4,85	703,25	21025	4,51
8	160	5,25	840	25600	5,14
9	175	5,43	950,25	30625	5,77
10	180	5,45	981	32400	5,98
Итого	1215	35,25	5000,35	164925	35,23

По данным расчетной таблицы получим:

$$\bar{\delta} = \frac{1215}{10} = 121,5; \quad \bar{y} = \frac{35,25}{10} = 3,525;$$

$$\bar{xy} = \frac{5000,35}{10} = 500,035;$$

$$\bar{x}^2 = \frac{164925}{10} = 16492,5;$$

$$a_1 = \frac{0,1 \cdot 5000,35 - 121,5 \cdot 3,525}{0,1 \cdot 164925 - 121,5^2} = \frac{71,75}{1730,25} = 0,042;$$

$$a_0 = 3,525 - 0,042 \cdot 121,5 = -1,578.$$

$$\tilde{y} = -1,578 + 0,042x.$$

Уравнение прямой будет иметь следующий вид:

Параметр a_1 показывает, что с увеличением фазы измерительного генератора амплитуда сигнала на выходе интегратора увеличится в среднем на $0,042 \text{ В} \cdot 10^{-8}$. Параметр a_0 – свободный член уравнения. Он характеризует значения \tilde{y} при $x=0$, в данном случае $\tilde{y} = -1,578$ при $x=0$.

Подставим значения независимой переменной x в уравнение прямой $\tilde{y} = a_0 + a_1x$ и найдем теоретические, выровненные значения y :

$$\tilde{y}_1 = -1,578 + 0,042 \cdot 55 = 0,73.$$

Теоретические значения \tilde{y} представлены в таблице 3.

Критерием, характеризующим плотность связи между зависимой переменной y и независимой x , является коэффициент корреляции [10]. Он показывает насколько значительным является влияние переменной x на y :

$$r_{yx} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}. \quad (4)$$

Коэффициент корреляции является относительной мерой связи между двумя переменными и может принимать значения от -1 до +1. Если коэффициент корреляции направлен по абсолютной величине к 1 ($r_{yx} \rightarrow \pm 1$), то это свидетельствует о наличии крепкой связи, т.е. плотность связи велика. В противоположном случае ($r_{yx} \rightarrow 0$) – связь отсутствует, причем, положительное значение коэффициента говорит о прямой, а отрицательное – об обратной связи между переменными.

Для расчета коэффициента корреляции используем расчетную таблицу 3.

Таблица 3 – Расчет плотности связи между фазой измерительного генератора и амплитудой сигнала на выходе интегратора

Номер наблюдения	Фаза измерительного генератора (x), град.	Амплитуда сигнала на выходе интегратора (y), В	\tilde{y}_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$y_i - \bar{y}$	$(y_i - \bar{y})^2$	$(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	55	0,43	0,73	-66,5	4422,3	-3,095	9,58	205,82
2	70	1,17	1,36	-51,5	2652,3	-2,355	5,55	121,28
3	85	1,97	1,99	-36,5	1332,3	-1,555	2,42	56,76
4	100	2,81	2,62	-21,5	462,3	-0,715	0,51	15,37
5	115	3,59	3,25	-6,5	42,3	+0,065	0,004	-0,423
6	130	4,3	3,88	+8,5	72,3	+0,775	0,6	6,59
7	145	4,85	4,51	+23,5	552,3	+1,325	1,76	31,14
8	160	5,25	5,14	+38,5	1482,3	+1,725	2,98	66,41
9	175	5,43	5,77	+53,5	2862,3	+1,905	3,63	101,92
10	180	5,45	5,98	+58,5	3422,3	+1,925	3,7	112,61
Итого	1215	35,25	35,23	0	17303	0	30,734	717,48

По данным таблицы 3 находим значение коэффициента корреляции:

$$r_{yx} = \frac{0,1 \cdot 717,48}{0,1 \cdot 17303 \cdot 0,1 \cdot 30,734} = \frac{71,748}{\sqrt{5317,9}} = 0,98.$$

Часть дисперсии, которая объясняется регрессией, называется коэффициентом детерминации и обозначается R^2 . Т.к. коэффициент детерминации является относительной мерой вариации y под влиянием независимой переменной x , он может использоваться как критерий адекватности модели. Коэффициент детерминации всегда положительный и находится в пределах от нуля до единицы ($0 \leq R^2 \leq 1$), если его значение близко к нулю, то модель считается неадекватной, если ближе к единице - адекватной. Коэффициент детерминации равен квадрату коэффициента корреляции:

$$R^2 = r_{yx}^2. \tag{5}$$

В нашем случае коэффициент детерминации равен $R^2 = (0,98)^2 = 0,9604$, т.е. действительно существует линейная связь между фазой измерительного генератора и амплитудой сигнала на выходе интегратора.

Чтобы однозначно определить адекватность модели воспользуемся критерием Фишера [7]. Проверка модели по F-критерию Фишера состоит из определенных этапов: расчета величины F-отношения, определения уровня значимости, нахождения критического значения $F_{кр}$.

Расчетное значение F-отношения вычисляется по формуле:

$$F_{(k-1, n-k)} = \frac{R^2 / (k-1)}{(1-R^2) / (n-k)}, \tag{6}$$

где n - количество наблюдений;
 k - количество параметров модели.

Для проверки модели на адекватность в данном примере определим число степеней свободы. Связь между фазой измерительного генератора и амплитудой сигнала на выходе интегратора линейная, поэтому уравнение простой линейной регрессии будет иметь два параметра $k=2$ т число степеней свободы равно $\gamma_1 = 2 - 1 = 1$ и $\gamma_2 = 10 - 2 = 8$, а значение F-отношения составляет:

$$F = \frac{0,98}{1-0,98} \cdot \frac{8}{1} = 392.$$

По таблице критических значений F-распределения Фишера (таблица 4) определяем, что при указанных степенях свободы и уровне значимости $\beta = 0,05$ (риск ошибки равен $100-95=5\%$) критическое значение F-критерия – $F_{1,8}(0,05)=5,32$, т.е. критическое значение F-критерия меньше расчетного, а значит построенная модель адекватна действительности, т.е. действительно существует линейная связь между фазой измерительного генератора и амплитудой сигнала на выходе интегратора.

Исходя из приведенных расчетов, критерий Фишера подтверждает адекватность разработанной модели.

Таблица 4 – Критические значения F-критерия (уровень значимости – 0,05, т.е. вероятность P=0,95)

K2	K1								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,25	3,23	3,18
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02

Выводы

Таким образом, математически доказано существование линейной связи между изменением влияющего фактора и результирующего показателя работы ИПД, что свидетельствует об адекватности

данной модели. Следовательно, результаты моделирования могут служить основой дальнейшего исследования для прогнозирования в рассматриваемых объектах.

Література

1. Концепція державної програми реформування залізничного транспорту України [Текст] / Схвалено розпорядженням КМУ № 651 від 27.12.2006. – К.: Магістраль. – 10-16 січня 2007 р. – № 1 (1179). – С. 6.
2. Устройство контроля проследования железнодорожного подвижного состава [Текст]: пат. 2248898 Рос. Федерации: МПК В 61 L 1/00, 1/16 / Самодуров В.И., Желобин В.Б., Кухаренко Т.В.; заявители и патентообладатели Самодуров В.И., Желобин В.Б., Кухаренко Т.В. - № 99103708/63; заявл. 22.02.1999; опубл. 27.03.2005, Бюл. №9. – 9 с.
3. Индуктивно-проводной датчик [Текст]: пат. 2339530 Рос. Федерации: МПК В 61 L 1/08 / Ноздрин К.А., Габдулхаев А.Б., Никитин А.Н., Демин Л.А.; заявитель и патентообладатель ОАО «Ижевский радиозавод». - № 2006132935/11; заявл. 13.09.2006; опубл. 27.11.2008, Бюл. №33. – 9 с.
4. Rail line sensing and safety system [Text]: pat. 246126 US: МПК АВ 61L 102FI / Richard C. Carlson, Peter Strezev, Kurt A. Gunther, Marc W. Cygnus; Applicant Richard C. Carlson, Peter Strezev, Kurt A. Gunther, Marc W. Cygnus. – № 20120138752; published 07.06.2012.
5. Индуктивно-дротовый датчик для виявлення транспортного засобу в межах певної ділянки шляху [Текст]: пат. 69618 України: МПК В 61 L 1/00, / Бабаєв М.М., Блиндюк В.С., Ананьєва О.М., Гребенюк В.Ю.; власник Українська державна академія залізничного транспорту. - № u 201111537; заявл. 29.09.2011; опубл. 10.05.2012, Бюл. №9. – 4 с.
6. Гребенюк, В.Ю. Моделирование процессов работы индуктивно-проводного датчика [Текст] / В.Ю. Гребенюк // 36. наук. праць. – Харків: УкрДАЗТ, 2012. – Вип. 134. – С. 162-173.
7. Ван дер Вандер, Б.Л. Математическая статистика [Текст]: пер. с нем. Л.Н. Большого / под ред. Н.В. Смирнова. – М.: Издательство иностранной литературы, 1960. – 435 с.
8. Стрижов, В.В. Методы выбора регрессионных моделей [Текст] / В.В. Стрижов, Е.А. Крымова. – М.: Вычислительный центр РАН, 2010. – 60 с.
9. Ивченко, Г.И. Введение в математическую статистику [Текст]: учебник / Г.И. Ивченко, Ю.И.Медведев. – М.: Издательство ЛКИ, 2010. – 600 с.
10. Калинина, В.Н. Математическая статистика [Текст]: учебник для студ. сред. спец. учеб. заведений, 4-е изд., исправл. / В.Н. Калинина, В.Ф. Панкин. – М.: Дрофа, 2002. – 336 с.

Бабаєв М.М., Гребенюк В.Ю. Перевірка моделі контролю стану колійної ділянки на адекватність. Після проведеного аналізу впливу факторів на результуючий показник роботи індуктивно-дротового датчика за допомогою методів математичної статистики доведено, що дійсно існує лінійний зв'язок між фазою вимірювального генератора і амплітудою сигналу на виході інтегратора датчика, що свідчить про адекватність розробленої моделі контролю стану колійної ділянки та можливості застосування даної моделі у подальших дослідженнях.

Ключові слова: індуктивно-дротовий датчик, адекватність, модель, проста лінійна регресійна модель, коефіцієнт кореляції, коефіцієнт детермінації, критерій Фішера.

Babaev M.M., Grebenyuk V. Y. The verification of the track section condition control model adequacy. After the conducted analyses of the influence of the factors on the resultant operability index of inductive wire sensor by means of mathematical statistic methods it was proved that linear connection between test oscillator phase and output signal amplitude of sensor integrator actually exists that gives evidence of developed and the possibility of its application with the aim of further research.

Key words: inductive wire sensor, adequacy, model, simple linear regressive model, correlation coefficient, determination coefficient, Fisher's test

Рецензент д.т.н., професор Бойник А.Б.
(УкрГАЗТ)

Поступила 28.03.2013г.